АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XIX 1973 Вып. 5

СОВЕЩАНИЯ И КОНФЕРЕНЦИИ

УДК 534.2

НАУЧНАЯ СЕССИЯ ОБЪЕДИНЕННОГО НАУЧНОГО СОВЕТА АН СССР ПО КОМПЛЕКСНОЙ ПРОБЛЕМЕ «ФИЗИЧЕСКАЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ АКУСТИКА» И НАУЧНОГО СОВЕТА АН СССР ПО ПРОБЛЕМЕ «УЛЬТРАЗВУК»

18 и 19 апреля 1973 г. в конференц-зале Акустического института АН СССР состоялась научная сессия Объединенного научного совета АН СССР по комплексной проблеме «Физическая и техническая акустика» и Научного совета АН СССР по проблеме «Ультразвук».

На сессии были заслушаны доклады: В. Л. Богданов «Распространение тепловых импульсов в кристаллах», Ф. В. Бункин «Оптическое возбуждение звука», И. Н. Каневский «Фокусирование звуковых волн», В. А. Красильников, В. Е. Лямов «Нелинейное взаимодействие упругих волн в кристаллах и обработка сигнальной информации». Ниже публикуется краткое содержание докладов.

В. Л. Богданов. Распространение тепловых импульсов в кристаллах. Физические свойства твердых тел во многом определяются тепловым движением атомов, т. е. фононным спектром. Сведения о фононах можно получить из измерений тепловых свойств и неупругого рассеяния нейтронов. Первый способ дает характеристики, усредненные по всему спектру, а второй отличается большой сложностью.

Детальные сведения о процессах с участием фононов дают методы физической акустики [1], которые основаны на изучении когерентных звуковых волн, представляющих собой для кристалла не что иное, как фононы. Обычно используемый диапазон частот гиперзвуковых волн (до $\sim 10^{10}$ *Гц*) лежит ниже частот тепловых фононов, составляющих основную энергию фононного спектра. Верхний частотный предел ($\sim 10^{11}$ *Гц*) гиперзвукового метода обусловлен отсутствием способов обработки кристаллов с допусками, приближающимися к межатомным расстояниям [2]

Дальнейшим развитием методов физической акустики является метод тепловых импульсов, позволяющий экспериментально изучать фононный спектр вплоть до частот $\sim 10^{12}$ *Гц*. Этот метод заключается в изучении распространения искусственно созданных пакетов некогерентных фононов, центральная частота которых может превышать частоту равновесных фононов в кристалле [3]. Освоение столь высокочастотной области звуковых волн обеспечивает большие возможности метода тепловых импульсов при исследовании взаимодействий фононов с фононами, с другими видами возбуждений в твердых телах, с дефектами, а также при изучении парамагнитного и параэлектрического резонанса. Взаимодействия могут быть изучены в зависимости от частоты, интенсивности, направления распространения и поляризации фононного потока.

Эксперименты с тепловыми импульсами проводятся при достаточно низких температурах ($\sim 4{,}2$°K) на кристаллах, в которых средняя длина свободного пробега фононов сравнима с размерами образца [3]. В этих условиях фононы распространяются в кристалле прямолинейно, а не диффузно. В силу различия скоростей продольных и поперечных волн фононы разных поляризаций регистрируются раздельно во времени. Для проведения опытов необходимы тепловые преобразователи (генератор и детектор тепла).

Генерация тепловых импульсов осуществляется кратковременным нагревом ($\sim 10^{-7}$ *сек*) (например, импульсом тока, СВЧ мощности или лазерного излучения) тонкой металлической пленки, напыленной на один полированный торец образца. Типичное время жизни фонона в металле равно $\sim 10^{-13}$ *сек*. Следовательно, поступившая энергия расходуется на увеличение интенсивности тепловых колебаний атомов, и нагревателю можно приписать определенную температуру T_h. Возникший таким образом в пленке избыток фононов и является тепловым импульсом, который передается в изучаемый кристалл. После прохождения через кристалл фононный импульс детектируется на торце, противоположном нагревателю, по изменению электрического сопротивления сверхпроводящей пленки, поддерживаемой вблизи критической температуры перехода.

Спектр частот в тепловом импульсе описывается спектром излучения абсолютно черного тела при мгновенной температуре генерирующей пленки. Частота, соответствующая максимуму излучения, прямо пропорциональна мгновенной температуре ($h\nu_{max} \approx 2{,}8\ \kappa T_h$) и, следовательно, корню четвертой степени из входной электромагнитной мощности (например, при плотности электрической мощности 10 *вт*/*мм*^{2} и температуре образца 1 К $\nu_{max} \approx 600$ *Ггц*).

Для генерирования и детектирования фононов с частотами до $\sim 10^{12}$ *Гц* можно использовать сверхпроводящие переходы [4], в которых в результате процессов релаксации и рекомбинации возбужденных квазичастиц излучаются (или поглощаются) фононы с энергией, равной или меньшей энергетической щели сверхпроводника. С помощью сверхпроводящего перехода широкий спектр фононов, излучаемый нагретой пленкой, можно преобразовать в узкий фононный спектр большой интенсивности (~ 1 *вт*). Внешним магнитным полем изменяется частота генерируемых фононов, поскольку энергетическая щель сверхпроводника зависит от магнитного поля.

Теория явлений, связанных с распространением тепловых импульсов, в последнее время интенсивно разрабатывалась и охватывает широкий круг вопросов динамики фононного газа с учетом его вязкости [5, 6] и особенностей распространения волновых пакетов в диспергирующих нелинейных средах [7].

Анализ экспериментов по распространению тепловых импульсов основан на представлениях о процессах рассеяния фононов, характеризуемых длиной свободного пробега λ фононов. Различают резистивные процессы рассеяния фононов, при которых фононный поток теряет полный импульс (рассеяние на различных несовершенствах кристалла и трехфононное рассеяние с перебросом), и нормальные процессы рассеяния фононов, при которых полный импульс фононов не изменяется. Изучение тепловых импульсов позволяет проследить за влиянием различных процессов рассеяния на динамику их распространения.

В экспериментах с тепловыми импульсами впервые было четко показано, что в диэлектрических кристаллах, в принципе, существует три температурные области теплового переноса [8—12], наблюдаемые по мере понижения температуры: диффузная ($\lambda_R < d$), промежуточная (где возникает второй звук $\lambda_N \ll \lambda \ll d \ll \lambda_R$), баллистическая ($d < \lambda_N$), где λ_R, λ_N — длина свободного пробега между резистивными и нормальными столкновениями, соответственно, λ — длина волны второго звука, d — размер образца.

В диффузной области измеряется по существу теплопроводность, из которой определяется константа температуропроводности и характеристики резистивных процессов.

С уменьшением температуры в очень чистых кристаллах наступает состояние, когда рассеяние с потерей импульса происходит только на границах образца (область максимума теплопроводности), а внутри объема происходят только нормальные столкновения между фононами с рассеянием на малые углы. При большой частоте нормальных столкновений движение фонона можно уподобить броуновскому движению частицы, а скорость переноса тепловой энергии оказывается меньше, чем при прямом пролете фононов без столкновений, когда энергия передается со скоростью звуковых волн. Поскольку импульс и энергия фононов в нормальных столкновениях не теряется, а только перераспределяются между фононами различных поляризаций, то происходит термодинамическое перемешивание всех фононных ветвей и возникает коллективная мода возбуждения фононного газа, называемая вторым звуком. Второй звук представляет собой гармонические волны плотности энергии (температуры), распространяющиеся со скоростью $v_{II} = v_I / \sqrt{3}$, где v_I — скорость обычного звука. Возможность существования второго звука в твердых телах впервые была предсказана В. П. Пешковым в 1947 г. [13]. Однако обнаружить его удалось только в 1966 г. в твердом гелии (при $T \sim 0{,}6$ К) [5], а затем во фтористом натрии (при $T \sim 14$ К) [8] и висмуте (при $T \sim 3$ К) [9]. Из наблюдаемых импульсов второго звука определяется время релаксации нормальных процессов (так для гелия $\tau_N \sim (T/\theta)^{-3}$, для NaF и Bi $\tau_N \sim T^{-4}$). По влиянию разных факторов (температуры, наличия примесей, размера образца) на второй звук уточнены условия существования второго звука [11, 12]: $\lambda_N < d \leqslant 4\lambda_R$, $10\lambda_N \leqslant \lambda_R$. Измеренные величины скорости второго звука совпадают с теоретическими [5, 9, 11, 12]. Независимость скорости второго звука от кристаллографического направления в упруго-анизотропном кристалле висмута является экспериментальным доказательством предположения, что второй звук обусловлен термодинамическим перемешиванием всех фононных ветвей [9].

При дальнейшем понижении температуры длина свободного пробега фонона между нормальными столкновениями оказывается больше размеров образца, и фононы распространяются по кристаллу по прямым линиям (баллистическая область). Перенос тепла в диэлектриках осуществляется со скоростью распространения акустической энергии, в силу чего наблюдаются новые эффекты. В кристаллах SiO_2 [3] и KCl [14] обнаружено, что дополнительно к трем фононным модам (продольная и две поперечные) в некоторых направлениях наблюдается «наклонная» мода, обусловленная многозначностью скорости распространения энергии. Другой интересный эффект, наблюдавшийся в LiF, NaF, KCl, Si, Ge, Al_2O_3,— фокусирование фоно-

нов — заключается в увеличении плотности потока энергии фононов в одних направлениях и ослаблении в других при изотропном распределении волновых векторов в источнике тепла [14]. В основе этих явлений лежит упругостная анизотропия кристаллов, в силу которой вектор скорости распространения энергии отклоняется от вектора фазовой скорости волны. При баллистическом распространении фононов в кристалле InSb непосредственно наблюдалась дисперсия звуковых волн на частотах 174—544 *Ггц* [15].

Методом тепловых импульсов изучено взаимодействие фононов с дефектами, примесями и носителями тока в твердом теле. Рассеяние тепловых импульсов на несовершенствах кристалла дало не только прямые сведения об особенностях процессов рэлеевского типа [3], но и позволило экспериментально доказать существование резонансного поглощения фононов примесными центрами: заряженными примесями (сурьмы и галлия в германии), парамагнитными ионами (ионы хрома и ванадия в корунде). Из этих экспериментов определяются, соответственно, константы деформационного потенциала [4] (причем обнаружено различие в его величине для фонона и для статической деформации [16]) и компоненты тензора спин-фононного взаимодействия [4]. При рассеянии фононов возбужденными ионами хрома обнаружено [17], что резонансно захваченные фононы (870 *Ггц*) сохраняются в кристалле в виде фононов, в противоположность ранее изученным системам, в которых захваченное излучение сохраняется в виде электронного возбуждения (захват фононов узким фононным горлом или резонансный захват фотонов).

Изучение тепловых импульсов в полупроводниках выявляет особенности рассеяния фононов на носителях тока, обусловленные формой поверхности Ферми. В кристалле антимонида индия (InSb) со сферической поверхностью Ферми установлено [18] избирательное взаимодействие свободных электронов с продольными фононами. В кристалле висмута (Bi), у которого поверхность Ферми для дырок есть эллипсоид, обнаружена резкая анизотропия взаимодействия продольных фононов с дырками [9].

Анализ частотного спектра теплового импульса избирательными детекторами (электронный парамагнитный резонанс [19]), резонансное поглощение примесями [4] позволяет, в принципе, охарактеризовать распределение фононов и квазичастиц в сверхпроводниках [20]. Обсуждается возможность создания источника фононов на основе инверсии населенности фононных состояний в сверхпроводниках [4].

Метод тепловых импульсов, хотя и представляет некоторые экспериментальные трудности, позволяет при наличии всего лишь одной пары тепловых преобразователей измерить для данного кристалла широкий круг параметров: константу температуропроводности и характеристики резистивных процессов, скорость и затухание второго звука, характеристики нормальных процессов, скорости распространения и затухание энергии фононов разной поляризации, а также температурные зависимости этих параметров.

Таким образом, метод тепловых импульсов позволяет получить новую информацию о фононном спектре и об особенностях теплового переноса в твердых телах различного типа, недоступную из измерений другими методами. Дальнейшее развитие работ по тепловым импульсам может оказаться особенно интересным для изучения мягкой фононной моды при фазовых переходах в сегнетоэлектриках, ферромагнетиках и сверхпроводниках.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Леманов, Г. А. Смоленский. УФН, 1972, **108**, 3, 465.
2. J. Ilukor, E. H. Jakobsen. Физическая акустика, т. 5, под ред. У. Мэзона, гл. 5, М., «Мир», 1973.
3. R. J. von Gutfeld. Физическая акустика, т. 5, под ред. У. Мэзона, гл. 6, М., «Мир», 1973.
4. R. C. Dynes, V. Narayanamurti. Phys. Rev., 1972, **6B**, 143.
5. C. C. Ackerman, R. A. Guyer. Ann. Physics, 1968, **50**, 128.
6. J. Ranninger. Phys. Rev., **5B**, 3315, 1972.
7. M. Elices, F. Garcia-Moliner. Физическая акустика, т. 5, под ред. У. Мэзона, гл. 4, М., «Мир», 1973; F. D. Tappert, C. M. Varma. Phys. Rev. Letters, **25**, 1108, 1970.
8. T. F. McNelly, S. J. Rogers, D. J. Channin, R. J. Rollefson, W. M. Goubau, G. E. Schmidt, J. A. Krumhansl, R. O. Pohl. Phys. Rev. Letters, **24**, 100, 1970; H. E. Jackson, C. T. Walker, T. F. McNelly. Phys. Rev. Letters, **25**, 126, 1970.
9. V. Narayanamurti, R. C. Dynes. Phys. Rev. Letters, **28**, 1461, 1972.
10. J. N. Fox, J. U. Trefny, J. Buchanan, L. Shen, B. Bertman. Phys. Rev. Letters, **28**, 16, 1972.
11. H. E. Jackson, C. T. Walker. Phys. Rev., **3B**, 1428, 1971.
12. S. J. Rogers. Phys. Rev., **3B**, 1440, 1971.
13. В. П. Пешков. Report on Cambridge Low Temperature Conference (Physical Society, London, 1947), p. 19.
14. B. Taylor, H. J. Maris, C. Elbaum. Phys. Rev., **3B**, 1462, 1971.

15. D. Huet, J. P. Maneval, A. Zylberstejn. Phys. Rev. Letters, **29**, 1092, 1972.
16. T. Ishiguro, T. A. Fjeldly, C. Elbaum. Phys. Rev. Lett., **27**, 667, 1971.
17. K. F. Renk, J. Deisenhofer. Phys. Rev. Letters, **26**, 764, 1971.
18. J. P. Maneval, A. Zylberstejn, D. Huet. Phys. Rev. Letters, **27**, 1375, 1971.
19. J. K. Wigmore. Phys. Rev., **5B**, 700, 1972.
20. A. H. Dayem, J. J. Wiegand. Phys. Rev., **5B**, 4390, 1972.

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе
Академии наук СССР

Ф. В. Бункин. Оптическое возбуждение звука. Существуют различные физические механизмы возбуждения звуковых волн в жидкостях и газах при взаимодействии с ними достаточно мощного излучения в видимом и инфракрасном диапазонах волн. Практическая реализация этих механизмов стала возможной после создания лазерных источников излучения, позволяющих осуществлять удельные вклады энергии в среду до значений $\sim 10^6 \div 10^7$ *дж/см*^{3} в широком интервале длительностей от 10^{-3} до 10^{-12} *сек* и интенсивности излучения $\sim 10^8$ *вт/см*^{2} и выше.

Все механизмы оптического возбуждения звука могут быть разделены на два типа. К первому относятся механизмы, связанные с поглощением излучения в среде и возникновением в результате этого градиентов давления. Последние в свою очередь обусловлены пространственной неоднородностью распределения интенсивности излучения (например, из-за его фокусировки) и соответственно неоднородностью тепловыделения. Само поглощение излучения в среде при этом может быть обусловлено либо обычным механизмом диссипации без изменения ее агрегатного состояния, либо образованием оптического пробоя в среде, т. е. возникновением сильнопоглощающей плазмы. Механизмы этого типа приводят к возбуждению звуковых видеоимпульсов и поэтому при их использовании целесообразно применять лазеры, работающие в импульсном или импульсно-периодическом режимах.

Механизмы второго типа основаны на электрострикционном эффекте и представляют интерес, главным образом, для возбуждения звука в прозрачных средах. Реализация высоких значений интенсивности оптического излучения ($\sim 10^8$ *вт/см*^{2} и выше) привела к возможности наблюдения целого ряда нелинейных оптических явлений, возникающих при взаимодействии такого излучения с материальной средой, и в частности вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна. В процессе такого рассеяния происходит генерация когерентного гиперзвука с мощностью порядка киловатт и выше.

Более подробно рассмотренные в докладе вопросы освещены в обзорной статье Ф. В. Бункин, В. М. Комиссаров «Оптическое возбуждение звуковых волн» (Акуст. ж., 1973, **19**, 3, 305–320).

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

И. Н. Каневский. Фокусирование звуковых волн. Фокусирование звука * применяется в науке, технике, биологии, медицине, во-первых, для концентрации звуковой энергии с целью исследования ее воздействия на вещество, проведения технологических процессов, воздействия на биологические объекты, при ультразвуковой терапии и хирургии (при лечении болезни Меньера); во-вторых, в системах визуализации звуковых полей с целью получения видимых изображений (это направление получит дальнейшее развитие в связи с появлением звуковой голографии); в-третьих, для формирования диаграмм направленности излучателей и приемников в эхо-локаторах (гидро-, рыболокаторах, приборах медицинской диагностики и др.) и системах звукофикации.

Фокусирование звуковых волн при отражении от вогнутых поверхностей было известно много веков назад и описано в XVII в. Кирхнером [1]. Однако систематическое исследование фокусирования началось только в XX в. в связи с появлением надежных источников звуковых волн и средств их регистрации. Теория фокусирования звуковых волн возникла в 30-х гг., когда Рокар во Франции (1932 г.) и независимо от него Гутин в нашей стране (1935 г.) описали поле параболического рефлектора. Большой вклад в развитие фокусирования звука внесли Л. Д. Розенберг [2, 3], создавший научное направление — фокусирование ультразвуковых волн, Б. Д. Тартаковский [4, 5], разработавший методы расчета фокусирующих систем и детально исследовавший звуковые линзы, Г. Д. Малюжинец [6], построивший строгую теорию дифракционной пластинки, и другие исследователи. Проблемами фокусирования за рубежом занимались Виллард [7], О'Нейль [8], Тарноци [1] и многие другие.

---

* При употреблении этого термина подразумевается фокусирование колебаний любого диапазона частот — звукового, инфра-, ультра- и гиперзвукового.

Расчет фокусирующих систем обычно основывается на интегральных формулах Рэлея [9], когда интегрирование ведется по плоской поверхности, или Дебая [10], когда интегрирование ведется по сферической или цилиндрической поверхности. Чтобы формула Дебая была применима к любым фокусирующим системам, Л. Д. Розенберг ввел функцию распределения амплитуды $\Psi(t)$ по сходящемуся волновому фронту [2], однако вследствие большого различия функций распределения вычисления дифракционного интеграла приходится в каждом конкретном случае производить заново. Дальнейшее развитие методов расчета фокусирующих систем произвели И. Н. Каневский и Б. С. Суриков, которые предложили обобщенную формулу Дебая, справедливую для главных направлений — фокальной плоскости и акустической оси — в приближении А. Кирхгоффа ($kf \gg 1$, $r_0 \ll f$, f — радиус кривизны волнового фронта, r_0 — расстояние от фокуса до точки наблюдения):

$$\left| \frac{p}{p_0} \right| = \frac{(kfq_n 2^{2n-1})^{\varkappa+1}}{\Gamma(\varkappa+1)} \left| \int_0^1 t^{\varkappa} \Psi(t) (1-q_n t)^{n(\varkappa+1/2)-1/2} \times \right.$$

$$\left. \times {}_nF_1 \left[\begin{matrix} (\varkappa+1)^{(1)}, \ldots, (\varkappa+1)^{(n)}; \; 4^{n-1}(iu)^{2n-1}t \\ (\varkappa+1); \end{matrix} \right] dt \right|. \qquad (1)$$

Здесь p_0 — звуковое давление на расстоянии f от фокуса, на оси фронта, ${}_nF_1$ — обобщенная гипергеометрическая функция, $\Gamma(x)$ — гамма-функция, $t = [\sin\omega / 2^n / / \sin\omega_m / 2^n]^2$ – обобщенная переменная интегрирования, ω – угловая координата, отсчитываемая от оси, ω_m — угол раскрытия волнового фронта; $q_n = \sin^2(\omega_m / 2^n)$, k — волновое число, u — обобщенная координата точки наблюдения: $u = kr_0 \sin\omega_m$ для фокальной плоскости ($n = 0$), $u = 2kr_0 \sin^2(\omega_m / 2)$ для акустической оси ($n = 1$), $\varkappa = (M-3)/2$, M — размерность пространства. Для цилиндрического фронта (двумерный случай) $M=2$, $\varkappa = -1/2$; для сферического фронта (трехмерный случай) $M=3$, $\varkappa=0$.

Основная идея состоит в том, чтобы найти достаточно простую функцию распределения $\Psi(t)$, которая хорошо аппроксимировала бы реальные функции распределения и в то же время позволяла вычислить интеграл (1). Анализ работ [5, 11] и других показывает, что при аппроксимации $\Psi(t)$ рядами в конечных результатах можно ограничиться двумя первыми членами ряда. Поэтому при $\omega_m < 1$ *рад* полагаем $q_n \approx 0$ и при $\Psi(\omega) = 0$ выбираем $\Psi(t) = (1-t)^{\mu}$. Тогда выражение (1) сводится к известному интегральному преобразованию Римана—Лиувилля [12]. Если же $\Psi(\omega_m) \neq 0$, то $\Psi(t) = (1-qt)^r$. Если заменить это выражение функцией $\Psi^*(t) = (1-t)^{\mu}$ при дополнительном условии $\int_0^1 \Psi(t)\,dt = \int_0^1 \Psi^*(t)\,dt$, из которого находим μ, то ошибка в вычислении интеграла (1) не превосходит 10%. При этом, для $\varkappa = 0$ $\mu = q(r+1) / / \{[1-(1-q)^{r+1}] - 1\}$, а для $\varkappa = -1/2$ определяется из трансцендентного уравнения $\Gamma(\mu+1) / \Gamma(\mu+3/2) = I_q(1/2, \; r+1) \cdot \Gamma(r+1) / \sqrt{q}\,\Gamma(r+3/2)$, в котором I_q табулированная функция. Тогда при любом q из ф-лы (1) получим

$$\left| \frac{p}{p_f} \right| = \left| {}_nF_1 \left[\begin{matrix} (\varkappa+1)^{(1)}, \ldots, (\varkappa+1)^{(n)}; \; 4^{n-1}(iu)^{2-n} \\ (\varkappa+1); \end{matrix} \right] \right|, \qquad (2)$$

где $|p_f| = |p_0| \cdot K_p$ – звуковое давление в фокусе, $K_p = \frac{kf\omega_m^2}{2} \Gamma(\mu+1)/\Gamma(\varkappa+\mu+2)$ – коэффициент усиления давления. Формула (2) описывает поле в главных направлениях фокусирующего излучателя с неравномерным распределением амплитуды, причем для фокальной плоскости ($n = 0$)

$$\left| \frac{p_\Phi}{p_f} \right| = |\Lambda_{\varkappa+\mu+1}(w)|, \qquad w = kr_0\omega_m, \qquad (3)$$

$\Lambda_m(w)$ — табулированная функция [13], а для акустической оси ($n = 1$)

$$\left| \frac{p_a}{p_f} \right| = \left| {}_1F_1 \left[\begin{matrix} \varkappa+\mu; \\ \varkappa+\mu+2; \end{matrix} \; iv \right] \right|, \qquad v = kr_0\omega_m^2/2, \qquad (4)$$

${}_1F_1$ — вырожденная гипергеометрическая функция Куммера, которая табулирована [14].

Таким образом, вместо вычисления дифракционного интеграла Дебая, достаточно определить — расчетным путем или экспериментально — степень неоднородности распределения амплитуды по фронту μ и воспользоваться формулами (3) и (4).

Для фронта с равномерным распределением амплитуды $\mu = 0$, и из формул (3) и (4) получаются известные выражения [15]

$$\left|\frac{p_\Phi}{p_f}\right| = \begin{cases} \dfrac{\sin w}{w} & \text{при } \varkappa = -1/2; \\ \dfrac{2J_1(w)}{w} & \text{при } \varkappa = 0; \end{cases} \quad \left|\frac{p_a}{p_f}\right| = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{\pi}{2v}\left[C^2(v) + S^2(v)\right]} & \text{при } \varkappa = -1/2; \\ \dfrac{\sin(v/2)}{(v/2)} & \text{при } \varkappa = 0, \end{cases} \tag{5}$$

где $J_1(w)$ — функция Бесселя, а $C(v)$ и $S(v)$ — интегралы Френеля. Коэффициенты усиления при этом будут

$$K_p = \begin{cases} \sqrt{2kf/\pi} & \text{при} \quad \varkappa = -1/2, \\ kf\omega_m^2/2 & \text{при} \quad \varkappa = 0. \end{cases}$$

Приведенная теория позволяет сделать ряд общих выводов о структуре поля в фокальной области и ее связи с неравномерностью распределения амплитуды по фронту, а также — о влиянии неравномерности амплитуды на фазовую аберрацию.

1. Построив с помощью формул (3) — (5) распределения звукового давления при различных степенях неоднородности амплитуды, найдем, что а) чем больше μ, тем больше размеры фокальной области; б) существуют граничные значения $\mu = \mu_{гр}$, выше которых осцилляции звукового давления по акустической оси отсутствуют.

2. Построив зависимость размера фокуса в фокальной плоскости ky_0 от угла раскрытия волнового фронта ω_m при разных μ, найдем, что увеличение μ эквивалентно уменьшению ω_m.

3. Введем для фронта с неравномерным распределением амплитуды эффективный угол раскрытия $\omega_{m\,эф}$, при котором у фронта с равномерным распределением амплитуды будет такой же размер фокальной области ky_0, как у данного фронта с неравномерным распределением амплитуды. Тогда каждому значению $\omega_{m\,эф}$ будет соответствовать некоторое эквивалентное значение $\mu_{экв}$, и обратно, каждому значению μ соответствует $\omega_{m\,эф}$. Такая зависимость позволяет: а) вычислив или измерив $\Psi(t)$, найти μ, сразу же определить $\omega_{m\,эф}$ и соответствующее ему значение ky_0, а по формуле (5) построить распределение звукового давления в фокальной плоскости; б) произвести обратную операцию — определив ky_0, найти $\omega_{m\,эф}$, оценить эквивалентную степень неоднородности амплитуды $\mu_{экв}$ и построить эквивалентную функцию распределения амплитуды по фронту $\Psi_{экв}(t)$. В последнем случае речь идет об эквивалентных параметрах волнового фронта, поскольку заданному распределению звукового давления могут соответствовать различные функции распределения амплитуды. Прямая задача — нахождение звукового давления при заданном распределении амплитуды по фронту — однозначна вследствие однозначности решения волнового уравнения при заданных граничных условиях.

4. Общая теория позволяет учесть влияние неравномерности распределения амплитуды по волновому фронту $\Psi(t)$ на фазовую аберрацию $\varphi(t)$. Действительно, из выражения для коэффициента усиления звукового давления

$$K = K_0^{(\varkappa)}(\varkappa + 1)\left|\int_0^1 t^\varkappa \Psi(t)\exp\{-i\varphi(t)\}dt\right|, \tag{6}$$

в котором $K_0^{(\varkappa)} = K$ при $\varphi = 0$, $t = (\omega / \omega_m)^2$, так же, как в работе [16], получим обобщенную среднеквадратичную фазовую аберрацию

$$E_0 = \frac{\overline{\varphi^2\Psi}}{\overline{\Psi}} - \left(\frac{\overline{\varphi\Psi}}{\overline{\Psi}}\right)^2, \tag{7}$$

которая при равномерном распределении амплитуды ($\Psi = 1$) совпадает с обычным определением $E_0 = \overline{\varphi^2} - \overline{\varphi}^2$. Среднее значение в формуле (7) определяется как $\overline{\Psi(t)} = (\varkappa + 1)\int_0^1 t^\varkappa \Psi(t)\,dt$. Если $\Psi(t) = (1-t)^\mu$, $\varphi(t) = \beta t^{s/2}$ ($\mu > -1$, $s > 0$), то $E = b(\mu, s, \varkappa)\beta^2$, где $b(\mu, s, \varkappa)$ — коэффициент аберрации, а β — ее максимальное значение (на краю фронта). Расчет показал, что с ростом μ величина $b(\mu, s, \varkappa)$ уменьшается; при $\mu = \text{const}$ существует максимум $b(\mu, s, \varkappa)$. На акустической оси z существует точка, называемая волновым фокусом, в которой E_0 минимально. Она находится на расстоянии

$$v_d = \frac{L[\varphi(t)]}{L(t)} \tag{8}$$

от параксиального фокуса. Оператор

$$L[F(t)]=\overline{\Psi}\ \overline{Ft\Psi}-\overline{t\Psi}\,\overline{F\Psi},$$

обобщенная координата $v_d = kz_d\omega_m^2 / 2$. Формула (8) является обобщением на случай неравномерного распределения амплитуды.

5. Общая теория позволяет выяснить физический смысл критерия Рэлея $\beta \leqslant 1{,}57$ и уточнить его для цилиндрического фронта. Обобщенное (на случай неравномерной амплитуды) число Стреля [15]

$$A^2 = (K / K_0)^2 = 1 - \tilde{E}_0^2.$$

При $A^2 \geqslant 0{,}8$ мы получаем для сферического фронта ($\varkappa = 0$) $\beta_c \leqslant \pi / 2 \approx 1{,}57$, для цилиндрического фронта $\beta_ц \leqslant 1{,}1$. При этом в обоих случаях каустическая поверхность, построенная в геометрическом приближении, и ограничивающая лучи, не выходит за пределы фокального пятна или фокальной полосы в фокальной плоскости. Поэтому аберрация приводит только к снижению интенсивности, не вызывая расплывания фокального пятна. Для сферического фронта параксиальный и крайний фокусы лежат на границе фокального пятна. Для цилиндрического фронта параксиальный фокус также лежит внутри фокальной полосы, но краевой — вне ее. Чтобы не было заметно расплывания пятна по акустической оси, необходимо применить более жесткий критерий: $\beta_ц \leqslant 0{,}9$.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Tarnoczy. Ultrasonics, 1965, 3, 115—127.
2. Л. Д. Розенберг. Звуковые фокусирующие системы. Изд-во АН СССР, М.— Л., 1949.
3. Л. Д. Розенберг. Фокусирующие излучатели ультразвука. В сб. Источники мощного ультразвука под ред. Л. Д. Розенберга. ч. III, «Наука», М., 1967.
4. Б. Д. Тартаковский. Докл. АН СССР, 1949, **69**, 1, 29—32.
5. Б. Д. Тартаковский. Акуст. ж., 1958, **4**, 4, 355—360.
6. Г. Д. Малюжинец. Докл. АН СССР, 1946, **54**, 5, 403—406.
7. G. W. Willard. J. Acoust. Soc. Am., 1949, **21**, 4, 360—375.
8. H. T. O'Neil. J. Acoust. Soc. Am., 1949, **21**, 5, 515—526.
9. Дж. Рэлей. Теория звука. Гостехтеориздат, М., 1955, стр. 111—113.
10. P. Debye. Ann. der Phys., 1909, **30**, 755—776.
11. И. Н. Каневский. Акуст. ж, 1966, **12**, 4, 449—456.
12. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Таблицы интегральных преобразований, т. II, гл. 13, «Наука», М., 1970.
13. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш. Специальные функции, гл. 13. «Наука», М., 1964.
14. Л. Дж. Слейтер. Вырожденные гипергеометрические функции. Вычислит. центр АН СССР, М., 1966.
15. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики, гл. 8, «Наука», М., 1970.
16. И. Н. Каневский, Б. С. Суриков. Акуст. ж., 1971, **17**, 1, 55—60.

Государственный научно-исследовательский
и проектный институт редкометаллической промышленности

В. А. Красильников, В. Е. Лямов. Нелинейное взаимодействие упругих волн в кристаллах и обработка сигнальной информации. Развитие дальней радиосвязи и радиолокации, радиоэлектроники и вычислительной техники требует создания новых методов обработки сигнальной информации, так как для современных сложных сигнальных систем традиционные методы радиэлектроники становятся слишком громоздкими. Среди различных новых методов обработки сигнальной информации в последнее время интенсивно развиваются акустические методы. Широкое применение находят ультразвуковые линии задержки как на объемных, так и на поверхностных волнах, в том числе дисперсионные линии задержки, фильтры сжатия и др. Совершенствование методов возбуждения гиперзвуковых волн и успехи кристаллографии в синтезе новых акустических монокристаллов создали все предпосылки для успешного развития СВЧ акустики и акустооптики. Все эти новые области применения акустических методов к обработке сигнальной информации теперь иногда объединяют в новую область акустики — акустоэлектронику, включая сюда также и методы усиления и генерации ультразвуковых волн при дрейфе электронов проводимости в полупроводниках. До последнего времени интенсивно развивалась линейная акустоэлектроника, т. е. разрабатывались линейные устройства задержки сигналов, спектральной обработки, усиления и т. д. Успехи в технике возбуждения и приема ультразвуковых волн и особенно поверхностных волн позволили резко сократить потери на преобразование и значительно увеличить интенсивность ультразвука в акустических устройствах. Так, например, лучшие

однонаправленные преобразователи для поверхностных волн на ниобате лития позволяют получать потери на одно преобразование 3—4 *дб* и при сохранении приемлемой подводимой к преобразователю электрической мощности сигнала резко увеличить интенсивность ультразвуковой волны. В случае поверхностных волн плотность потока звуковой энергии резко возрастает также вследствие уменьшения глубины проникновения волны в кристалл, и тем самым, увеличения плотности потока при уменьшении эффективного сечения звукопровода, причем этот эффект возрастает с ростом частоты. Так на частоте 3 *Ггц* при электрической мощности на преобразователе 1 *вт* плотность потока звуковой энергии составляет 10^6 *вт/см*^{2}. Увеличение плотности потока энергии приводит к увеличению акустического числа Маха M, характеризующего развитие нелинейных эффектов. Так в рассмотренном случае акустическое число Маха может достигать $M \simeq 10^{-2}$, в то время как в случае объемных волн $M \simeq 10^{-5} \div 10^{-6}$. Таким образом, в высокочастотных акустических устройствах на поверхностных волнах существенную роль играют нелинейные эффекты, которые могут приводить к искажению формы и спектра сигнала, ограничению динамического диапазона акустоэлектронных устройств.

С другой стороны, заметная акустическая нелинейность в таких устройствах позволяет применять нелинейные эффекты при создании новых устройств для обработки сигнальной информации — конволюторов, корреляторов, преобразователей частоты и других нелинейных устройств [1—3]. Успехи этого нового направления в акустоэлектронике основаны на достижениях нелинейной акустики твердого тела [4]. Однако эти устройства требуют для своего осуществления использования монокристаллических звукопроводов, чаще всего пьезоэлектрических. Следовательно большое значение приобретает изучение физики нелинейных акустических явлений в кристаллах, которые более сложны, чем в изотропных твердых телах, поскольку описываются тензорами 5, 6 и более высоких рангов. В то же время исследование анизотропии этих эффектов весьма важно для выбора оптимальных направлений распространения и взаимодействия волн в нелинейных устройствах.

Уравнения, описывающие нелинейное взаимодействие упругих волн в кристаллах, можно получить, используя нелинейные уравнения состояния. Для диэлектрических кристаллов это будет обобщенный нелинейный закон Гука с учетом геометрической нелинейности и модулей упругости третьего порядка. Для пьезоэлектрических кристаллов необходимо также учитывать перекрестные члены в разложении термодинамического потенциала [6, 7], описывающие нелинейность пьезоэффекта и электрострикцию [5—11]. Для объемных звуковых волн в кристаллах методом последовательных приближений нетрудно получить следующее уравнение, описывающее генерацию второй акустической гармоники:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i''}{\partial t^2} - C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k''}{\partial x_j \partial x_l} = F_i^{NL}. \tag{1}$$

Здесь ρ — плотность кристалла, u_i'' — компонента вектора смещения, C_{ijkl} — тензор модулей упругости второго порядка. «Нелинейная» возбуждающая сила удвоенной частоты определяется выражением:

$$F_i^{NL} = {}^1/_2 k^3 N_i U_0^2 \sin 2(\omega t - kx), \tag{2}$$

где U_0 — амплитуда волны основной частоты, k — волновой вектор этой волны, $N_i = C^*_{ijklqr} \cdot n_j \cdot n_l n_r u_q u_k$ — эффективная единичная возбуждающая сила, C^*_{ijklqr} — тензор модулей упругости третьего порядка (с учетом геометрической нелинейности). В случае заданного поля методом медленноменяющихся амплитуд можно получить следующее уравнение для пространственной эволюции амплитуды второй гармоники:

$$C_{ijkl} \left(n_j \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + n_l \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{4} k^2 N_i U_0^2, \tag{3}$$

причем здесь учтено выполнение условия пространственного синхронизма. При определенных граничных условиях из уравнения (3) нетрудно получить нарастающие решения для амплитуды второй гармоники:

$$U(x) = \frac{\Gamma}{8} k^2 x U_0^2, \tag{4}$$

причем нелинейный акустический параметр Γ определяется выражением:

$$\Gamma_i^m = \frac{N_i'}{\Lambda^m}, \tag{5}$$

где Λ^m — собственные значения тензора Грина — Кристоффеля $\Gamma_{ik} = C_{ijkl} n_j n_l$, N_i' — проекция вектора единичной возбуждающей силы N_i на направления главных осей тензора Грина — Кристоффеля. Выражение (5) позволяет определить нелинейный

акустический параметр не только для нарастающих решений, для которых выполняется условие синхронизма, но и для волн биений для любого произвольного направления распространения в кристалле. Таким образом для заданного направления распространения получим в общем случае 9 компонент нелинейного акустического параметра [11—15] (по 3 для каждой из волн основной частоты). В пьезоэлектрических кристаллах при определении нелинейного акустического параметра необходимо также учитывать нелинейность пьезоэффекта [6—11]

$$\Gamma = \frac{C^*}{C} + \frac{e^*}{e}$$

где C^* и e^* — эффективные нелинейные упругие и пьезоэлектрические коэффициенты, C и e — эффективные линейные упругие и пьезоэлектрические коэффициенты. Анализ показывает, что в отличие от изотропных тел в кристаллах возможна генерация сдвиговых гармоник, причем для последних в случае акустических осей могут наблюдаться поляризационные эффекты [15], приводящие к повороту плоскости поляризации гармоники. Так, например, поперечная волна, распространяющаяся вдоль оси Z кварца, дает гармонику с поляризацией по оси Y при поляризации волны основной частоты по оси X, в то же время с поляризацией волны по оси Y, поляризация гармоники сохраняется.

Для упругих поверхностных волн теория нелинейного взаимодействия более сложна и требует решения задачи на ЭВМ. Однако приближенные теории и эксперименты [16, 17] показывают, что явление сходно со случаем объемных волн. Большая плотность потока энергии поверхностных волн облегчает экспериментальное исследование нелинейных эффектов и позволяет осуществлять нелинейное преобразование частоты.

Нелинейность пьезоэффекта [6—11] приводит к изменению фазовой скорости звуковых волн при приложении постоянного электрического поля к кристаллу, а в случае сдвиговых волн, распространяющихся вдоль акустической оси,— к эллиптической поляризации и повороту плоскости поляризации [20]. Это позволяет осуществлять нелинейное параметрическое взаимодействие упругих волн с переменным электрическим полем и получать параметрическое усиление и генерацию звуковых волн [3]. Для поверхностных волн можно осуществлять параметрическое усиление с использованием внешней линейности.

Наиболее интересными случаями применения нелинейного взаимодействия волн в кристаллах для обработки сигнальной информации являются способы свертки сигналов и получения корреляционных функций [1—3].

Операция свертки сигналов (конволюция) заключается в перемножении сигнала с обратным и сдвинутым во времени сигналом и в последующем интегрировании по параметру сдвига:

$$C_v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(r)\,G(t-r)\,dr.$$

Эта операция осуществляется как на объемных, так и на поверхностных волнах при нелинейном взаимодействии волн, распространяющихся навстречу друг другу, причем интегрирование производится внешним протяженным электродом вследствие нелинейной поляризации на суммарной частоте. Таким устройства способны работать на частотах в десятки — сотни *Мгц*, причем потери на преобразование при входной мощности 1 *вт* составляют 70—40 *дб*. Использование электронной нелинейности в пьезополупроводниках [18, 19, 21] позволяет снизить эти потери до 25—30 *дб* [22—25].

Таким образом нелинейное взаимодействие волн в кристаллах особенно в случае использования поверхностных волн является весьма перспективной основой для создания нового класса нелинейных устройств для обработки сигнальной информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Luukkala, G. S. Kino, Appl. Phys. Lettrs. 1971, **18**, 9, 393—394.
2. M. Luukkala, J. Surakka. J. Appl. Phys. 1972, **43**, 6, 2510—2518.
3. R. B. Thompson, C. F. Quate. J. Appl. Phys. 1971, **42**, 3, 907—919.
4. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. УФН, **102**, 4, 549—586, 1970.
5. D. H. McMahon. J. Acoust. Soc. Am. 1968, **44**, 4, 1007—1013.
6. V. E. Ljamov. Nonlinear Acoustical Properties of Crystals and Interaction of Elastic Waves, Proc. VII Intern. Congress on Acoust. 1971, 20P24, 261—264, v. 4, Budapest.
7. V. E. Ljamov. J. Acoust. Soc. Am. 1972, **52**, 199—202.
8. K. Hruska, A. Khogal. Trans. IEEE, Sonic and Ultrasonic, 1971, SU — 18, 3, 171—176.
9. K. Hruska, V. Kazda. Czech, J. Phys. 1968, **18**, 500—503.

10. S. S. Mathur, P. N. Gupta. Acoustica, 1970, **23**, 160—164.
11. В. Е. Лямов. Анизотропия нелинейного акустического параметра в кристаллах. Сб. «Исследование операций» (Физические исследования) ДВНЦ, Владивосток, 1973.
12. D. Y. Chung, V. E. Ljamov. Appl. Phys. Lettrs., 1973, **22**, 10, 478—479.
13. В. Е. Лямов. Анизотропия нелинейного акустического параметра и нелинейность пьезоэффекта в кристаллах. Сборник лекций X Международной конференции «Ультразвук», 1972, стр. 84—90, Прага, сентябрь.
14. К. К. Ермилин, Л. К. Заремба, В. А. Красильников. ФТТ, 1970, **12**, 5, 1329—1332.
15. К. К. Ермилин, В. А. Красильников, В. Е. Лямов, В. М. Прохоров. Поляризационные эффекты при генерации акустических гармоник в кристаллах. Труды VIII ВАК МIII, в-6 1973.
16. В. А. Красильников, В. Е. Лямов, И. Ю. Солодов. Вестник МГУ, 1970, № 4, стр. 470—472.
17. V. E. Ljamov, Tzu Hwa Hsu, R. M. White. J. Appl. Phys. 1972, **43**, 3, 800—804.
18. И. В. Ермолаева, В. А. Красильников, В. Е. Лямов, С. Х. Сулейманов. Вторая гармоника волн Гуляева — Блюстейна в сернистом кадмии, обусловленная взаимодействием с электронами. Труды VIII ВАК МIII, в-6, 1973.
19. В. П. Воронин, В. Е. Лямов. Вторая акустическая гармоника в сернистом кадмии, обусловленная взаимодействием упругой волны с электронами, Труды ТРТИ, вып. 22, Прикладная акустика, III, стр. 114—118, Таганрог, 1971.
20. Л. Ф. Барышникова, В. Е. Лямов. Электрическая поляризация поперечных упругих волн в кристаллах под действием внешних полей, Труды VIII ВАК МУ, в-10, М., 1973.
21. В. Г. Басов, Н. М. Чиркин. Изв. АН БССР, сер. Физико-техн., 1973, № 2, 61—67.
22. В. М. Левин, В. И. Пустовойт. ЖЭТФ, 1969, **56**, 1881—1888.
23. А. И. Коробов, В. Е. Лямов. К вопросу о нелинейных коэффициентах, определяющих взаимодействие при сверке акустических сигналов на объемных волнах. Труды VIII ВАК МIII, в-5, М., 1973.
24. M. Yamanishi, T. Kawamura, Y. Nakayama. Appl. Phys. Lettrs, 1972, **21**, 4, 146—148.
25. J. Chambers, I. M. Mason. Electron. Lettrs 1972, 8, 12, 314—316.

Московский государственный университет
им М. В. Ломоносова