5. Н. Л. Телесин, В. А. Красильников. Ультразвуковой интерферометр с бегущей волной. Докл. АН СССР, 1950, 122, 6, 1037–1039.
6. Л. А. Давидович, М. Г. Халиулин, П. К. Хабибуллаев. Исследование акустических свойств некоторых жидкостей на частотах 0,3–5 *Мгц*. Изв. АН УзССР, сер. физ.-мат. н., 1972, 4, 69–70.
7. Т. Н. Мусаев, Л. В. Ланшина, П. К. Хабибуллаев, С. Г. Дудникова, А. К. Столяров. Исследование акустических свойств некоторых органических жидкостей. Доклад на VI Всес. акуст. конф., М., 1968, Д-У-2.

Ташкентский государственный
педагогический институт
им. Низами

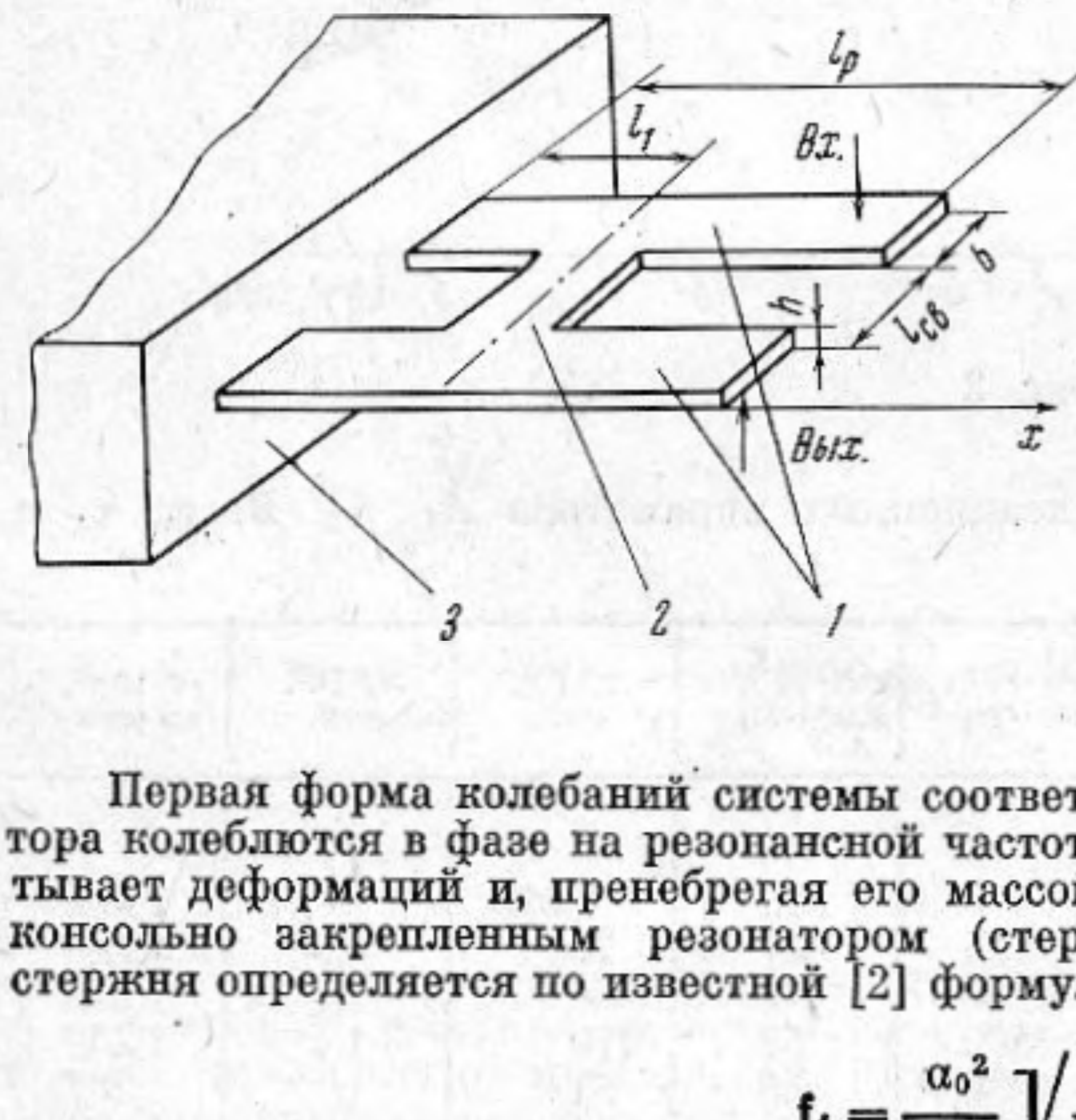
Поступила
20 мая 1971 г.

УДК 621.372.542.24

РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ФИЛЬТРА ЗВУКОВОГО ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ

А. П. Кровяков

На фигуре изображена механическая колебательная система с распределенными параметрами, применяемая для построения электромеханических фильтров звукового диапазона частот [1]. Элементами этой колебательной системы являются стержневые резонаторы *1* и связка *2*. Резонаторы расположены в одной плоскости и одним концом защемлены в основании фильтра *3*. Плоская стержневая связка расположена возле защемленных концов резонаторов.



Проведем расчет геометрических размеров элементов данной системы на основании рассмотрения ее собственных колебаний. При этом предположим, что при возбуждении с помощью электромагнитных преобразователей изгибных колебаний резонаторов в плоскости, перпендикулярной плоскости их расположения, элемент связи *2* фигуры испытывает деформацию чистого кручения. Кроме того, предположим, что в окрестностях каждой собственной частоты резонаторов система имеет две формы колебаний.

Первая форма колебаний системы соответствует тому случаю, когда оба резонатора колеблются в фазе на резонансной частоте f_1. При этом элемент связи не испытывает деформаций и, пренебрегая его массой, всю систему можно заменить одним консольно закрепленным резонатором (стержнем). Резонансная частота такого стержня определяется по известной [2] формуле

$$f_1 = \frac{\alpha_0^2}{l_p^2}\sqrt{\frac{EI}{\mu}}. \qquad (1)$$

Здесь α_0 – корни волнового уравнения, описывающего колебания консольно закрепленного стержня (первое значение этого корня равно α_0=1,875), l_p – длина резонатора, EI – жесткость элемента резонатора на изгиб, μ – распределенная масса единицы длины резонатора, равная

$$\mu = \frac{bh\rho}{g}, \qquad (2)$$

где b – ширина стержня резонатора, ρ – удельный вес материала резонатора, h – толщина стержня резонатора, g – ускорение силы тяжести.

Резонансная частота f_1 является нижней частотой среза амплитудно-частотной характеристики фильтра и при расчете обычно задается. Учитывая это, из выражения (1) легко определить длину (l_p) элемента резонатора

$$l_p = \alpha_0 \sqrt[4]{\frac{EI}{f_1^2\mu}}. \qquad (3)$$

Длину элемента связи ($l_{св}$) можно определить исходя из второй формы колебаний системы, соответствующей случаю, когда оба резонатора колеблются в противофазе на резонансной частоте f_2. Частота f_2 является верхней частотой среза амплитудно-частотной характеристики фильтра и при расчете также задается.

При второй форме колебаний системы связка испытывает деформацию кручения, и система заменяется консольно закрепленным стержнем, нагруженным в месте присоединения элемента связи моментом (M) реакции связки, равным

$$M = \frac{CI_{св}}{l_{св}} \varphi', \tag{4}$$

где $CI_{св}$ – жесткость элемента связи на кручение, $l_{св}$ – длина элемента связи, φ' – первая производная от смещения сечения резонатора в месте присоединения связки.

Формы колебаний ($\varphi(x)$) резонатора в данном случае будут

$$\varphi(x) = CU(kx) + DV(kx) \quad \text{при } 0 \leqslant x \leqslant l_1, \tag{5}$$

$$\varphi(x) = CU(kx) + DV(kx) + \frac{M}{k^2EI} U[k(x-l_1)] \quad \text{при } l_1 \leqslant x \leqslant l_р, \tag{6}$$

где S, T, U, V – функции А. Н. Крылова, численные значения которых приведены в работе [3], C, D – постоянные интегрирования. Учитывая условия на свободном конце стержня резонатора $\varphi'(l) = \varphi'''(l) = 0$, напишем следующую систему уравнений:

$$CU(\alpha_1) + DV(\alpha_1) - \varphi = 0,$$

$$CT(\alpha_1) + DU(\alpha_1) - \varphi' = 0,$$

$$CS(\alpha_2) + DT(\alpha_2) + \frac{CI_{св}}{k^2EIl_{св}} \varphi' S(\alpha_2 - \alpha_1) = 0,$$

$$CV(\alpha_2) + DS(\alpha_2) + \frac{CI_{св}}{k^2EIl_{св}} \varphi' V(\alpha_2 - \alpha_1) = 0,$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= kl_р = \alpha_0 \sqrt{f_2/f_1}, \\ \alpha_1 &= kl_1. \end{aligned} \tag{7}$$

Исключив неизвестные C, D, φ и φ', приходим к следующему уравнению частот в форме определителя:

$$\begin{vmatrix} U(\alpha_1) & V(\alpha_1) & -1 & 0 \\ T(\alpha_1) & U(\alpha_1) & 0 & -1 \\ S(\alpha_2) & T(\alpha_2) & 0 & NS(\alpha_2-\alpha_1) \\ V(\alpha_2) & S(\alpha_2) & 0 & NV(\alpha_2-\alpha_1) \end{vmatrix} = 0, \tag{8}$$

где

$$N = \frac{CI_{св}}{k^2EIl_{св}}. \tag{9}$$

Отсюда определяется длина элемента связи

$$l_{св} = \frac{CI_{св}}{Nk^2EI}. \tag{10}$$

Величину N найдем, раскрывая определитель (8),

$$N = -\frac{0{,}5E(\alpha_2)}{T(\alpha_1)(S(\alpha_2)S(\alpha_2-\alpha_1) - T(\alpha_2)V(\alpha_2-\alpha_1)) + U(\alpha_1)(S(\alpha_2)V(\alpha_2-\alpha_1) - V(\alpha_2)S(\alpha_2-\alpha_1))}, \tag{11}$$

где

$$E(\alpha_2) = 2(S^2(\alpha_2) - V(\alpha_2)T(\alpha_2)).$$

Выражение (10) можно преобразовать, введя заданные частоты среза f_1 и f_2 фильтра. Умножая числитель и знаменатель в выражении (10) на $l_р^2$ и учитывая формулу (7), получим

$$l_{св} = \frac{CI_{св} l_р^2 f_1}{NEI\alpha_0^2 f_2}. \tag{12}$$

Механическое сопротивление ($Z_м$) колебательной системы, найденное для средней частоты фильтра, будет

$$Z_м = \frac{(\alpha_2^2 - \alpha_0^2)}{4l_p} \sqrt{EI\mu}, \tag{13}$$

где E – модуль упругости материала резонатора, I – момент инерции поперечного сечения резонатора

$$I = \frac{bh^3}{12}. \tag{14}$$

Используя формулы (2), (13) и (14), определим ширину (b) резонатора

$$b = \frac{4l_p Z_м}{h^2(\alpha_2^2 - \alpha_0^2)} \sqrt{\frac{12g}{E\rho}}. \tag{15}$$

Здесь величиной (h) необходимо задаться исходя из габаритов и физической реализуемости колебательной системы; величина механического сопротивления ($Z_м$) связана с заданными нагрузочными сопротивлениями ($Z_н$) фильтра соотношением [4]

$$Z_м = \frac{y^2}{Z_н}, \tag{16}$$

где y – коэффициент электромеханической связи преобразователей.

При практической реализации фильтра с электромагнитными преобразователями численное значение коэффициента (y) принимается в пределах $1 \cdot 10^{-6} \div 7 \cdot 10^{-6}$ (СГСМ).

Экспериментальное исследование рассчитанных по данному методу колебательных систем показало, что частоты среза f_1 и f_2 отличаются от расчетных в пределах $0{,}2 \div 7\%$ при отношниях l_1/l_p, не превышающих 0,25.

В заключение необходимо отметить, что анализ выражений (11) и (12) показывает возможность регулирования полосы пропускания фильтра путем измерения размера l_1 путем применения разъемного зажима для концов резонаторов. Это позволяет использовать одну и ту же колебательную систему для построения фильтров с разной шириной полосы пропускания, что в конечном счете упрощает технологию изготовления фильтров.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Кровяков. Электромеханический фильтр, Авт. свид. № 231682 от 27.05.1967.
2. И. М. Бабаков. Теория колебаний. М., «Наука», 1965.
3. И. В. Ананьев. Справочник по расчету собственных колебаний упругих систем. М.– Л., Гостехиздат, 1946.
4. Н. Д. Босый. Электрические фильтры. Киев, Гостехиздат, 1959.

Поступила
20 мая 1972 г.

УДК 534.26

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ УСИЛЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОТ СВОБОДНЫХ ГРАНИЦ ПЬЕЗОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ

Л. М. Лямшев, К. С. Шевяхов

Известно [1], что амплитуда ультразвуковой волны, отраженной в условиях резонанса совпадения [2] от тонкой пьезополупроводниковой пластины в жидкости, увеличивается при некотором значении сверхзвукового дрейфа носителей, т. е. отраженная волна в жидкости усиливается. Ниже рассматривается отражение плоской сдвиговой волны от свободной границы пьезодиэлектрика класса C_{6v} или C_{4v}, отделенного тонким зазором от полупроводника, в котором имеет место дрейф носителей заряда. Показано, что и в этом случае может наблюдаться усиление отраженной волны при сверхзвуковом значении дрейфа носителей заряда в полупроводниковом материале.

Пусть пьезодиэлектрик ориентирован в системе координат xyz таким образом, что ось симметрии высшего порядка, вдоль которой направлены сдвиговые смещения частиц в падающей волне, ортогональна плоскости падения xy. В этом случае сдвиговое смещение u_1 и потенциал электрического поля Ψ_1 в пьезодиэлектрике ($y>0$)