АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XX 1974 Вып. 1

СОВЕЩАНИЯ И КОНФЕРЕНЦИИ

УДК 534.2

НАУЧНАЯ СЕССИЯ ОБЪЕДИНЕННОГО НАУЧНОГО СОВЕТА АН СССР ПО КОМПЛЕКСНОЙ ПРОБЛЕМЕ «ФИЗИЧЕСКАЯ И ТЕХНИЧЕСКАЯ АКУСТИКА»

24 и 25 мая 1973 г. в конференц-зале Сухумского филиала Акустического института АН СССР состоялась научная сессия Объединенного научного совета АН СССР по комплексной проблеме «Физическая и техническая акустика». Ниже кратко излагается содержание заслушанных докладов.

В. А. Акуличев. Акустическая кавитация в криогенных жидкостях. Исследование акустической (ультразвуковой) кавитации в криогенных жидкостях приобретает все больший интерес в связи с разработкой ультразвуковых пузырьковых камер для регистрации ионизирующих частиц в физике высоких энергий, а также в связи с применением акустических методов и систем в физике низких температур и в криогенной технике.

В отличие от обычных высокотемпературных жидкостей криогенные жидкости могут быть достаточно чистыми, однако в качестве зародышей кавитации в них практически всегда присутствуют паровые пузырьки, порождаемые частицами высоких энергий, а также локальными источниками тепла, связанными с несовершенством криогенных систем. Рассмотрение кавитационной прочности криогенных жидкостей с учетом присутствующих зародышей кавитации показывает, что прочность уменьшается с ростом величины зародышей [1]. В общем случае зависимость кавитационной прочности $\Delta P_к$ от радиуса зародышей r_0 характеризуется громоздкими соотношениями, которые позволяют рассчитать кавитационную прочность различных криогенных жидкостей, представляющих наибольший практический интерес (гелий, водород, азот и кислород) [1]. В случае достаточно больших размеров паровых (или твердых несмачиваемых) зародышей кавитационную прочность можно оценить по формуле

$$\Delta P_к \simeq \frac{2\sigma}{r_0}(1-\rho'/\rho), \tag{1}$$

где σ – поверхностное натяжение жидкости, ρ' и ρ – соответственно плотность пара и жидкости, являющиеся функциями температуры жидкости T. Величина σ максимальна при температуре тройной точки $T_т$ и монотонно падает с ростом T, причем $\sigma\to 0$ и $\rho'\to\rho$ при $T\to T_к$, где $T_к$ – критическая температура криогенной жидкости. Поэтому кавитационная прочность максимальна при $T_т$ и стремится к нулю при приближении к $T_к$. Если бы удалось избавиться от зародышей, то кавитационная прочность жидкости была бы достаточно большой и определялась формулой Зельдовича (дополненной отношением ρ'/ρ, которое необходимо учитывать для криогенных жидкостей): $\Delta P_0 = \left(\frac{16\pi\sigma^3}{3kT\ln C/I}\right)^{1/2}(1-\rho'/\rho)^{-1}$, где k – постоянная Больцмана, C и I – некоторые константы [1].

С понижением температуры T в жидкостях растет длина волны де Бройля λ, которую можно оценить как $\lambda\sim\hbar/mT^{1/2}$, где $\hbar$ – постоянная Планка, m – масса молекулы жидкости. Когда величина λ становится соизмеримой с межмолекулярными расстояниями в жидкости, наблюдается Бозе-конденсация, характеризуемая квантовыми взаимодействиями между молекулами. В жидком гелии, как известно, это состояние достигается при $T=2{,}17°$ К, при этом наблюдается сверхтекучесть жидкости. Интересно, что при дальнейшем понижении температуры до 0,31° К в жидком гелии величина λ может сравниться с размером кавитационной полости $r_к$ и тогда можно говорить о проявлениях квантовых гетерофазных флуктуаций в гелии, приводящих к характерным значениям кавитационной прочности гелия [1].

Представляет интерес обсуждение возможности реализации сверхтекучести в жидком водороде путем понижения его температуры до Бозе-конденсации при 6÷

÷7° К, что значительно ниже температуры $T_т$ жидкого водорода, равной 13,8° К. В работе [2] высказано предположение, что это возможно удастся получить при одновременном охлаждении и статическом растяжении, что позволит избежать замерзания водорода. Оценки показывают, что для этого необходимо создать в жидком водороде отрицательные давления около 200 *атм*. Однако расчеты показывают, что максимально возможная прочность на разрыв жидкого водорода без зародышей при статическом растяжении составляет около 60 *атм* [3]. Следует отметить, что реализация сверхтекучести в жидком водороде представляет собой достаточно интересную научную и практическую задачу, поэтому следует искать иные пути ее решения. Весьма перспективным с точки зрения увеличения кавитационной прочности жидкостей может оказаться применение мощных высокочастотных ультразвуковых полей и нестационарных динамических воздействий [4].

Рассмотрение динамики полостей в криогенных жидкостях при воздействии мощных акустических полей привело к необходимости решения сложных систем уравнений, учитывающих тепло- и массообмен между паровым пузырьком и жидкостью [5–8]. В общей постановке удается получить только численные решения [7], однако при некоторых упрощениях можно получить приближенные аналитические решения [6, 8], что позволяет легко оценивать характерные величины при пульсациях паровых пузырьков в криогенных жидкостях. Оказалось, что под воздействием ультразвукового поля достаточно большой амплитуды средний радиус паровых пузырьков увеличивается в среднем во времени в результате направленной тепловой диффузии, имеющей некоторую формальную аналогию с явлением направленной газовой диффузии. Этот механизм играет основную роль при росте микроскопических полостей до видимых размеров в ультразвуковых пузырьковых камерах, где практически используется акустическая кавитация в криогенных жидкостях [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Акуличев, В. А. Буланов. Прочность на разрыв криогенных жидкостей. VIII Всес. акуст. конф., М IIIу 3, М., 1973.
2. В. Л. Гинзбург, А. А. Собянин. Может ли жидкий молекулярный водород находиться в сверхтекучем состоянии? Письма в ЖЭТФ, 1972, **15**, 6, 343–345.
3. В. А. Акуличев, В. А. Буланов. Прочность на разрыв жидкого водорода. ЖЭТФ, 1973, **65**, 2 (8), 668–672.
4. В. А. Акуличев. Акустическая кавитация в криогенных жидкостях. Сб. Морское приборостроение. Серия акустика, 1972, 2, 188–202.
5. В. А. Акуличев, В. Н. Алексеев, К. А. Наугольных, Л. Г. Ткачев, В. Д. Шестаков. О динамике паровых пузырьков в жидком водороде в ультразвуковых пузырьковых камерах. Препринт ОИЯИ, Р13-5327, Дубна, 1970.
6. В. А. Акуличев, В. Н. Алексеев, К. А. Наугольных. О динамике паровых пузырьков в жидководородных ультразвуковых пузырьковых камерах. Акуст. ж., 1971, **17**, 3, 356–364.
7. Л. Г. Ткачев, В. Д. Шестаков. Влияние ультразвука на поведение парового пузырька в жидком водороде. Акуст. ж., 1972, **18**, 3, 433–440.
8. В. Н. Алексеев. Поведение паровых пузырьков в жидкости, перегретой под действием ультразвука. VIII Всес. акуст. конф., М IIIу 4, М., 1973.
9. В. А. Акуличев, В. Г. Гребинник, В. А. Жуков, В. А. Красильников, А. П. Маныч, Г. И. Селиванов. Исследование формирования треков ионизирующих частиц в ультразвуковом поле в жидководородной пузырьковой камере. Акуст. ж., 1973, **19**, 4, 486–493.

Акустический институт
Академии наук СССР

В. И. Башкиров. Исследование процесса аэрации воды в мощных ультразвуковых полях. Известно, что в акустическом поле происходит дегазация жидкостей. Пульсации газовых зародышей способствуют преимущественной диффузии газа из жидкости в образующиеся полости, а вторичные эффекты стимулируют процесс коалесценции мелких газовых пузырьков [1].

Однако, если пропускать через жидкость небольшие газовые пузырьки, одновременно разрушая их воздействием мощного ультразвукового поля, то наблюдается эффект обратный дегазации – акустическая аэрация жидкостей. В мощных ультразвуковых полях можно получать пересыщенные свободным газом метастабильные жидкости намного быстрее, чем применяя традиционные компрессионные методы.

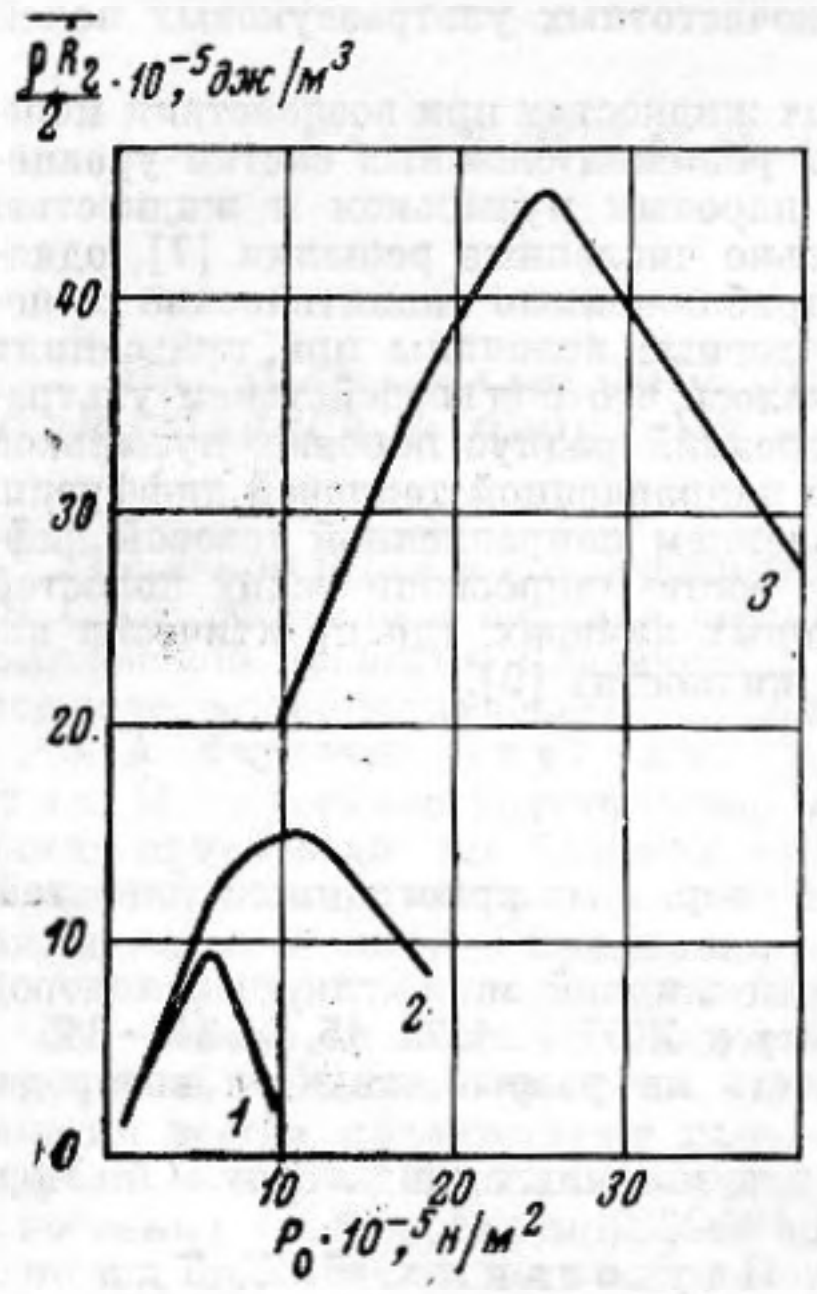
Для эффективной аэрации необходимо определить оптимальные условия образования захлопывающихся кавитационных полостей, которые являются источником высокой плотности энергии в микрообъемах жидкости. Тенденцию к преимущественному образованию захлопывающихся полостей можно качественно оценить, решая

уравнение динамики одиночной полости, которое для идеальной жидкости имеет вид

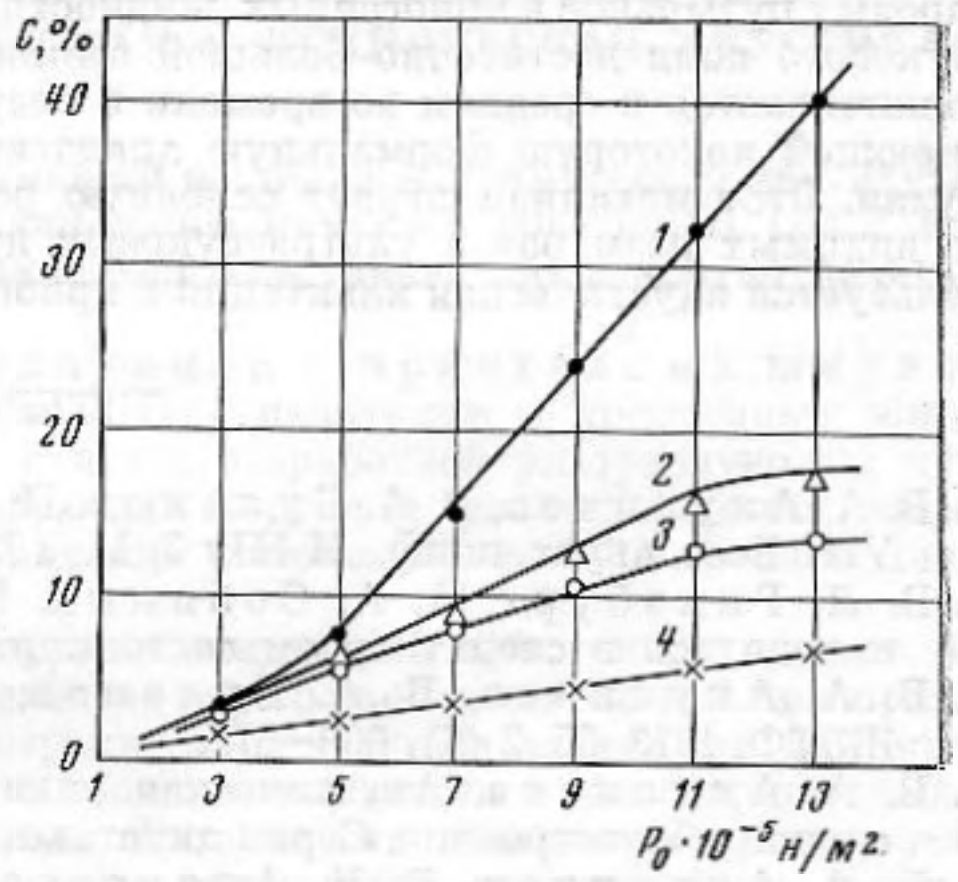
$$(R\ddot{R}+{}^3/_2\dot{R}^2)\rho-P(R)+P(t)=0 \qquad (1)$$

с начальными условиями: $R=R_0$, $\dot{R}=0$, $P(R)=P(R_0)$, $P(t)=P_0$ (P_0 – гидростатическое давление). Вид функции $P(t)$ задается источником колебаний.

Обычно уравнение (1) решают, вводя граничное условие: $0\leqslant t\leqslant t_{\min}$, $t_{\min}$ – время, соответствующее минимальному размеру полости при захлопывании. В этом случае в уравнение (1) на определенных стадиях его решения необходимо вводить дополнительные условия, учитывающие вязкость, сжимаемость жидкости, диффузию



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимость средней плотности энергии от величины гидростатического давления для различных значений амплитуды звукового давления P_A. *1* – 10^6 *н/м²*, *2* – $2\cdot10^6$ *н/м²*, *3* – $5\cdot10^6$ *н/м²*

Фиг. 2. Зависимость концентрации свободного газа при атмосферном давлении от величины гидростатического давления, при котором производилась аэрация воды. *1* – аргон, *2* – воздух, *3* – азот, *4* – гелий

газа, взаимодействие молекул газа в пузырьке и множество других факторов. Кроме того, на конечных стадиях захлопывания полость теряет сферическую форму и может распадаться на множество мелких пузырьков.

Можно по-иному подойти к решению уравнения динамики одиночной полости, если предположить, что число захлопывающихся полостей за один цикл колебаний будет тем больше, чем больше средняя плотность энергии присоединенной массы жидкости на той стадии сжатия полости, когда давление от внешнего источника еще оказывает существенное влияние на динамику полости. При решении уравнения вычисляется средняя плотность энергии $\bar{E}$:

$$\bar{E}=\frac{\rho}{2\Delta t}\int\limits_{t_{\max}}^{t^*}\dot{R}^2\,dt, \qquad (2)$$

$t_{\max}$ – время, при котором полость достигает максимального размера в фазе расширения, t^* – текущее время, при котором в фазе сжатия полости отношение ${}^3/_2\rho\dot{R}^2/P(t)=10$.

Наиболее существенное влияние на соотношение между числом пульсирующих и захлопывающихся полостей оказывает изменение гидростатического давления. Поэтому удобно задать функцию $P(t)$ в виде $P(t)=-P_A\sin\omega t+P_0$, и, изменяя значение P_0, при прочих равных условиях определить, как влияет отношение P_0/P_A на величину $\bar{E}$.

Было проведено решение уравнения (1) для следующих значений постоянных параметров: $\omega=12{,}6\cdot10^4$ *сек*$^{-1}$, $\rho=10^3$ *н/м³*, $R_0=5\cdot10^{-6}$ *м*. Значения P_0 и P_A изменялись. На фиг. 1 представлена зависимость средней энергии в интервале времени $t_{\max}\leqslant t\leqslant t^*$ от гидростатического давления для различных значений P_A. Кривые *1–3*

получены для значений P_A, равных 10^6, $2\cdot10^6$, $5\cdot10^6$ *н/м²* соответственно. Из сопоставления графиков на фиг. 1 видно, что при повышении амплитуды звукового давления максимум средней плотности энергии растет по абсолютной величине и смещается в сторону больших значений P_0.

Результаты расчета показали, что во всех случаях максимум средней плотности энергии соответствует отношению $P_0/P_A=0{,}5-0{,}6$. Такому же отношению P_0/P_A соответствует максимум экспериментальной зависимости эрозии алюминиевых тестов от гидростатического давления [2, 3]. Следовательно, существует качественная корреляция средней плотности энергии и эрозионной активности кавитационной области от гидростатического давления.

Экспериментальная проверка показала, что захлопывающиеся кавитационные полости можно использовать для эффективной аэрации воды любыми газами. Исследования по изучению процесса ультразвуковой аэрации проводились на установке УЗВД-6, в которой источником колебаний является преобразователь ПМС-15А18, работающий на частоте 18 *кгц*.

Аэрация воды осуществлялась путем пропускания через жидкость пузырьков газа размером не более 10 *мм*, которые в течение 5 *сек* подвергались воздействию формирующейся в звуковом поле кавитационной области. Гидростатическое давление в камере в каждой серии экспериментов поддерживалось постоянным, а от одной серии экспериментов к другой изменялось через 2 *атм* в пределах 1–13 *атм*. Расход газа во всех случаях был равен 1 *л/мин*. После аэрации в течение 5 *сек* источник звука выключался, а затем давление в камере снижалось до атмосферного. По окончании выделения видимых пузырьков газа камера герметизировалась и производилась ультразвуковая дегазация воды. Повышение давления в камере после дегазации измерялось образцовым манометром. Содержание газа в воде определялось из соотношения: $V=\Delta V\Delta P/P$, где V – объем газа при атмосферном давлении, P – атмосферное давление, ΔV – объем выделившегося при дегазации газа, ΔP – избыточное давление выделившегося при дегазации газа.

На фиг. 2 представлены зависимости содержания различных газов в воде в объемных процентах от величины гидростатического давления, при котором производилась аэрация. Кривые *1–4* относятся соответственно к насыщению воды аргоном, воздухом, азотом и гелием.

Концентрация свободного газа в обычной водопроводной воде составляет около 10^{-4} *см³/см³*. После ультразвуковой аэрации при повышенном гидростатическом давлении, соответствующем оптимальным условиям образования захлопывающихся кавитационных полостей, содержание свободного газа в процессе ультразвуковой дегазации пересыщенной газом жидкости, как видно из графиков на фиг. 2, может быть увеличено, в зависимости от природы газа, в 100–1000 раз.

Следует отметить, что при ультразвуковой аэрации на газовых пузырьках, пропускаемых через жидкость, формируется область кавитации с достаточно высокой эрозионной активностью. Изменяя место ввода газа, можно регулировать расположение кавитационной области в рабочем объеме, существенно повышая эффективность воздействия мощного ультразвука на процессы, протекающие в жидкостях.

Воду, содержащую повышенное количество свободного газа, можно успешно использовать для очистки сточных вод, для получения аэрозолей, в процессах флотации и ряде других областей техники.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. А. Капустина. Дегазация жидкостей. В кн. Физические основы ультразвуковой технологии, М., «Наука», 1970, 253.
2. В. И. Башкиров. Эффективный метод управления процессом ультразвуковой кавитации. Сб. Промышленное применение ультразвука, М., ВНИИЭМ, 1965, 3.
3. М. Г. Сиротюк. Протекание процессов ультразвуковой кавитации при повышенных гидростатических давлениях. Акуст. ж., 1966, **12**, 2, 231.

Московский институт стали и сплавов

В. И. Ильичев. Прочность воды и масштабные эффекты гидродинамической кавитации. Гидродинамическая кавитация возникает в жидкости, движущейся с ускорением, когда величина растягивающих напряжений оказывается больше критической величины. В большинстве случаев возникновение кавитации нежелательно. Невозможность точного предсказания режимов возникновения кавитации приводит к необходимости проведения модельных исследований в кавитационных трубах, каналах, специальных стендах. Одним из критериев моделирования кавитации является введенное Прандтлем число кавитации: $Q=(P_0-P_н)/{}^1/_2\rho U^2$, где P_0 – гидростатическое давление, $P_н$ – давление насыщающего пара, ρ – плотность

жидкости, U – скорость потока на бесконечности. Равенство числа кавитации $Q_к$ коэффициенту минимального разрежения α определяет условие возникновения кавитации. Отклонение критического числа кавитации от этого условия при изменении числа Рейнольдса Re было названо масштабным эффектом. Масштабный эффект может быть положительным – $Q_к$ растет с ростом Re, или отрицательным – $Q_к$ уменьшается с ростом Re. Масштабный эффект объяснялся изменением динамики каверны при изменении масштаба тела или скорости вследствие изменения времени воздействия сил на зародыш или изменением самих гидродинамических сил [1]. Значительно меньше внимания уделялось возможному изменению прочности жидкости и влиянию ее характеристик на величину и вид масштабного эффекта. Принятый критерий моделирования $Q_к=\alpha$ предполагает, что разрыв жидкости происходит при давлении, равном давлению насыщающего пара.

Однако исследования прочности жидкости, проводимые акустическими методами, показали ее изменчивость в зависимости от различных причин: объема жидкости, предыстории жидкости (обработки ее), ионизирующего облучения, газосодержания, времени воздействия растягивающих напряжений и др. Величина прочности изменяется в широких пределах и может существенно, на порядки величины, отличаться от величины давления насыщающего пара [1]. Она оказалась для фиксированных условий случайной и с достаточной для практических целей точностью описываемой нормальным законом распределения. Очевидно, что пренебрежение этими особенностями прочности жидкости в условиях гидродинамической кавитации должно приводить к появлению трудно интерпретируемых эффектов.

С использованием статистической модели возникновения гидродинамической кавитации [2, 3] и аналогии с акустической кавитацией рассмотрим возможное влияние прочности жидкости на масштабные эффекты возникновения кавитации. Предполагая, что прочность жидкости и флуктуации давления в потоке подчиняются нормальному закону распределения, для частоты образования кавитационных каверн получено [3] соотношение

$$N=\left\{k_1^2\frac{U^2}{l^2}\left(1+\frac{\sigma_{пр}^2}{k^2\rho^2U^4}\right)^{-1}+\frac{S^2n^2\sigma_{пр}^2}{k^2\rho^2U^2}\left(1+\frac{\sigma_{пр}^2}{k^2\rho^2U^4}\right)^{-1}\right\}^{1/2}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{[Q-\alpha]^2}{8(k^2+\sigma_{пр}^2/\rho^2U^4)}\right\} \qquad (1)$$

где k_1U/l – частота пульсаций давления, U – скорость, l – характерный размер, k_1 – число Струхаля, $\sigma_{пр}$ – дисперсия прочности жидкости, S – сечение контрольной поверхности, n – объемная концентрация зародышей кавитации, k_1 – коэффициент пропорциональности скоростного напора давлению пульсаций, $Q=(P_0-\bar{P}_к)/{}^1/_2\rho U^2$, $\bar{P}_к$ – средняя прочность жидкости.

Рассмотрим предельные случаи. Пусть поток ламинарен, т. е. $k=0$, или турбулентен, но $K\ll\sigma_{пр}/\rho U^2$ и $nS>1$; тогда

$$N_\lambda=UnS\exp\left[-\frac{(Q-\alpha)^2\rho^2U^4}{8\sigma_{пр}^2}\right]. \qquad (2)$$

Используя соотношение (2), можно определить число Струхаля кавитационных каверн $St_{\lambda k}\neq N_\lambda/UnS$. Соотношение (2) показывает следующее: из-за флуктуаций прочности кавитация возникает раньше, чем выполняется условие $Q_k=\alpha$; число кавитации не является критерием моделирования для N_λ и $St_{\lambda k}$; при больших скоростях потока заданное число $St_{\lambda k}$ достигается при меньших числах кавитации, что согласуется с экспериментальными данными работ [1, 4]; число $S_{\lambda k}$ моделируется квадратом растягивающего напряжения $(Q-\alpha)^2\rho^2U^4=z^2$; условие $Q>\alpha$ соответствует возникновению кавитации, $Q<\alpha$ – зоне перехода к струйному режиму обтекания.

Из формулы (2) определим критическое число кавитации, определяемое по фиксированному N или $St_{\lambda k}$:

$$Q_{k\lambda}=\pm\frac{2{,}8\sigma}{\rho U^2}\ln^{1/2}\frac{UnS}{N_\lambda}+\alpha(\mathrm{Re}). \qquad (3)$$

Наличие флуктуаций прочности приводит к появлению масштабных эффектов: отрицательного для зоны $Q>\alpha$ и положительного для зоны $Q<\alpha$. Видно также, что для перехода от режима пузырьковой кавитации к струйному режиму обтекания требуется тем меньшее изменение числа кавитации, чем больше скорость в потоке, последнее вызвано предположением, что $\sigma_{пр}$ незначительно зависит от величины статического давления. Перейдя к критерию моделирования по давлению пара, получим

$$Q_k=Q_{k\lambda}+\frac{\bar{P}_k-P_n}{{}^1/_2\rho U^2} \qquad (4)$$

Соотношение (4) показывает, что величина $Q_k = P_0 - P_н / {}^1/_2 \rho U^2 k$ зависит от $\overline{P}_k$ и $\sigma_{пр}$, которые в опытах не контролируются, что может привести к появлению масштабных эффектов из-за механизма, определяемого формулой (3), зависимости P_k от P_0 и P_k от размера тела из-за взаимодействия зародышей с потоком. Любопытен и возможный вывод об условиях возникновения пленочной и струйной фаз кавитации; они возникают при условии $\sigma_{пр} \to 0$ или $\sigma_{пр}^2/\rho^2 U^4 \to 0$, т. е. при малых гидростатических давлениях, когда много зародышей большого радиуса R, для которых $P_k(R) = \text{const}$, или при больших скоростях потока и больших давлениях, когда $\sigma_{пр}^2/\rho^2 U^4$ мало.

Представляет интерес и второй случай турбулентного потока при $k > 0$ и $k^2 \frac{U^2}{l^2} \gg \frac{n^2 \sigma_{пр}^2}{K \rho^2 U^2}$ флуктуации гидродинамического давления и скорость их изменения много больше дисперсии прочности

$$N_т = \mathrm{St} \frac{U}{l} \exp\left[-\frac{(Q-\alpha)^2}{8k^2}\right]; \qquad \mathrm{St}_{тk} = \frac{N_т l}{U}. \tag{5}$$

Число кавитации в этом случае является критерием моделирования для $\mathrm{St}_{тk}$ и не моделирует $N_т$. Для критического числа кавитации, определяемого при $N_т$ или $\mathrm{St}_{тk} = \text{const}$ и найденного из (5) при выражении его через давление пара, получим

$$Q_k = \alpha(\mathrm{Re}) \pm 2{,}8k \left(1 - \frac{\mathrm{Re}_x}{\mathrm{Re}}\right)^2 \ln^{1/2} \frac{\mathrm{St}(\mathrm{Re}) U}{N_k l} + \frac{\overline{P}_k - P_н}{{}^1/_2 \rho U^2}$$

$$Q_{kт} = \alpha(\mathrm{Re}) \pm 2{,}8k \left(1 - \frac{\mathrm{Re}_x}{\mathrm{Re}}\right)^2 \ln^{1/2} \frac{\mathrm{St}(\mathrm{Re}) U}{N_k l}, \tag{6}$$

где Re – текущее число Рейнольдса, Re_x – критическое число Рейнольдса.

В этом случае масштабный эффект при $Q > \alpha$ положителен, а при $Q < \alpha$ – отрицателен [1] и вызывается влиянием пульсаций давления. В начальных стадиях возникает пузырьковая кавитация. Переход к струйному режиму обтекания возможен в начальных стадиях кавитации для тел с характерным размером $l \to 0$. Соотношения (6) и (4) показывают, что ошибка из-за неточного определения $\overline{P}_k$ может быть уменьшена при проведении испытаний при больших гидростатических давлениях $(\overline{P}_k - P_н)/{}^1/_2 \rho U^2 \ll Q_{k\lambda}$ или $Q_{kт}$. В зависимости от режима течения, характеристик прочности жидкости и характерных размеров тел могут в начальных стадиях кавитации возникать различные формы кавитации: пузырьковая, пленочная, струйная; величина масштабного эффекта зависит от критерия возникновения кавитации и чувствительности метода для его определения, т. е. величины $\mathrm{St}_{\lambda тk}$ в отношениях (4) и (6) под знаком логарифма.

Рассмотрение влияния прочности жидкости на масштабные эффекты позволяет сделать вывод о существенном влиянии прочности на эти эффекты и показывает необходимость измерения прочности жидкости в гидродинамических экспериментах. В качестве одного из возможных методов определения прочности можно рассматривать акустический метод измерения прочности жидкости, позволяющий проводить экспрессные измерения этой величины.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Д. Перник. Проблемы кавитации. Л., «Судостроение», 1966.
2. В. И. Ильичев. О частоте образования кавитационных каверн в турбулентных течениях. Докл. АН СССР, 1961, **136**, 5, 1047–1049.
3. В. И. Ильичев. Статистическая модель возникновения и протекания гидродинамической кавитации и акустико-гидродинамические явления. Тезисы докладов III Всесоюзной школы-семинара по статистической гидроакустике, М., ВНИИФТРИ, 1972, 77–100.
4. Ю. А. Гривин, К. Т. Шлемензон. Формы гидродинамической кавитации и ее проявления. Тр. АКИН, М., вып. **VII**, 1969, 76–87.

Акустический институт
Академии наук СССР
Сухумский филиал

Г. Н. Кузнецов. Динамика кавитационной полости в неоднородных полях давления и кавитационная прочность жидкости. Проблему кавитационной прочности и возникновения кавитации в жидкости следует подразделить на две подпроблемы, каждая из которых может исследоваться в значительной степени самостоятельно. Первая подпроблема связана с механизмами возникновения и стабилизации во времени и распределения по пространству зародышей кавитации в реальной жидкости. Вторая включает в себя вопросы, связанные с превращением устойчивого зародыша в неустойчивую каверну в результате наложения на жидкость акустических или гидродинамических возмущений.

Первая подпроблема является общей для акустической и для гидродинамической кавитации. Вторая подпроблема – о динамике кавитационного зародыша – имеет существенные специфические особенности. Тем не менее, основываясь на общности ряда физических механизмов, и во второй подпроблеме можно выделить черты, характерные как для акустической, так и для гидродинамической кавитации. Ниже предлагается модель возникновения гидродинамической или акустической кавитации, учитывающая не только изменение давления P, но и градиенты внешнего давления ∇P.

Рассмотрим поведение газового зародыша, движущегося вместе с потоком, натекающим на полубесконечное тело вращения. Существенным для возникновения кавитации на обтекаемом теле является то, что зародыши кавитации, взаимодействуя с градиентом гидродинамического давления вокруг тела, отклоняются от траекторий замещаемых ими частиц жидкости. В окрестности первой критической точки они отталкиваются избыточным давлением на внешние траектории, а затем притягиваются к телу в зоне разрежения. Вследствие этого при определенных условиях кавитация на теле меньшего размера может начаться при бо́льших скоростях потока и меньшем числе кавитации. Предполагая пузырек сферическим и полагая $\iiint\limits_V \nabla P\, dV = V\nabla P$, где $V = {}^4/_3\pi R^3$, мы получим в цилиндрической системе координат r, z, θ систему уравнений, определяющую радиальное и поступательное движение газового зародыша в гидродинамическом поле вблизи полубесконечного тела вращения диаметром d, на которое натекает поток со скоростью v_∞ при статическом давлении P_∞:

$$\varphi\ddot{\varphi} + \frac{3}{2}\dot{\varphi}^2 + \frac{4}{9}L\frac{\dot{\varphi}}{\varphi} + \frac{EF}{\varphi} - \left(\frac{\varkappa}{2} + E\right)\frac{F}{\varphi^{3\gamma}} = -\frac{F\varkappa}{2} + \frac{F}{2}\left[\frac{1}{16(r^2+z^2)} + \right.$$

$$\left. + \frac{z}{2(r^2+z^2)^{3/2}}\right] + \frac{F}{4}\left\{\left[\frac{dr}{d\tau} - \frac{r}{4(r^2+z^2)^{3/2}}\right]^2 + \left[\frac{dz}{d\tau} - 1 - \frac{z}{4(r^2+z^2)^{3/2}}\right]^2\right\}, \quad (1)$$

$$\frac{d^2r}{d\tau^2} + \left\{\frac{L}{\varphi^2}[1+0{,}065\,\mathrm{Re}^{2/3}]^{3/2} + \frac{3}{2}\frac{d\varphi}{d\tau}\right\}\left[\frac{dr}{d\tau} - \frac{r}{4(r^2+z^2)^{3/2}}\right] +$$

$$+ \frac{3}{8}\cdot\frac{r}{(r^2+z^2)^3} + \frac{9rz}{4(r^2+z^2)^{5/2}} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d^2z}{d\tau^2} + \left[\frac{L}{\varphi^2}(1+0{,}065\,\mathrm{Re}^{2/3})^{3/2} + \frac{3}{\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{d\tau}\right]\left[\frac{dz}{d\tau} - 1 - \frac{z}{4(r^2+z^2)^{3/2}}\right] +$$

$$+ \frac{3}{8}\cdot\frac{z}{(r^2+z^2)^3} - \frac{3}{4}\cdot\frac{r^2-2z^2}{(r^2+z^2)^{5/2}} = 0. \quad (3)$$

Здесь

$$r = \frac{r'}{d}, \quad z = \frac{z'}{d}, \quad \tau = \frac{tv_\infty}{d}, \quad \varphi = \frac{R}{R_0}, \quad \dot{\varphi} = \frac{\dot{R}d}{R_0 v_\infty},$$

$$\mathrm{Re} = \mathrm{Re}^*\varphi\sqrt{\left[\frac{dr}{d\tau} - \frac{1}{4}\frac{r}{(r^2+z^2)^{3/2}}\right]^2 + \left[\frac{dz}{d\tau} - 1 - \frac{1}{4}\frac{z}{(r^2+z^2)^{3/2}}\right]^2}, \quad (4)$$

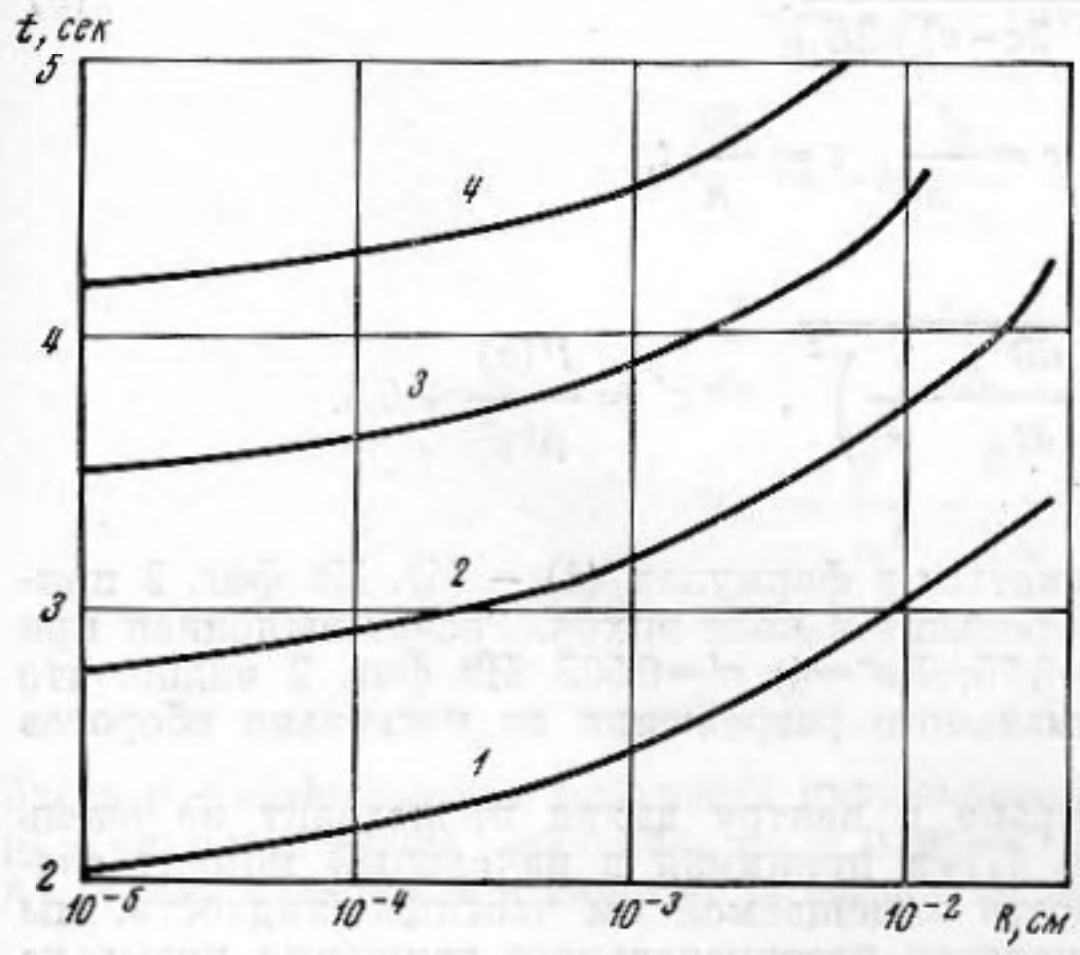
$$\mathrm{Re}^* = \frac{2\rho R_0 v_\infty}{\mu},$$

$$L = \frac{9\mu d}{\rho R_0 v_\infty}, \quad E = \frac{2\sigma}{R_0 v_\infty{}^2\rho}, \quad F = \frac{d^2}{R_0{}^2}, \quad \varkappa = \frac{2(P_\infty - P_d)}{\rho v_\infty{}^2}.$$

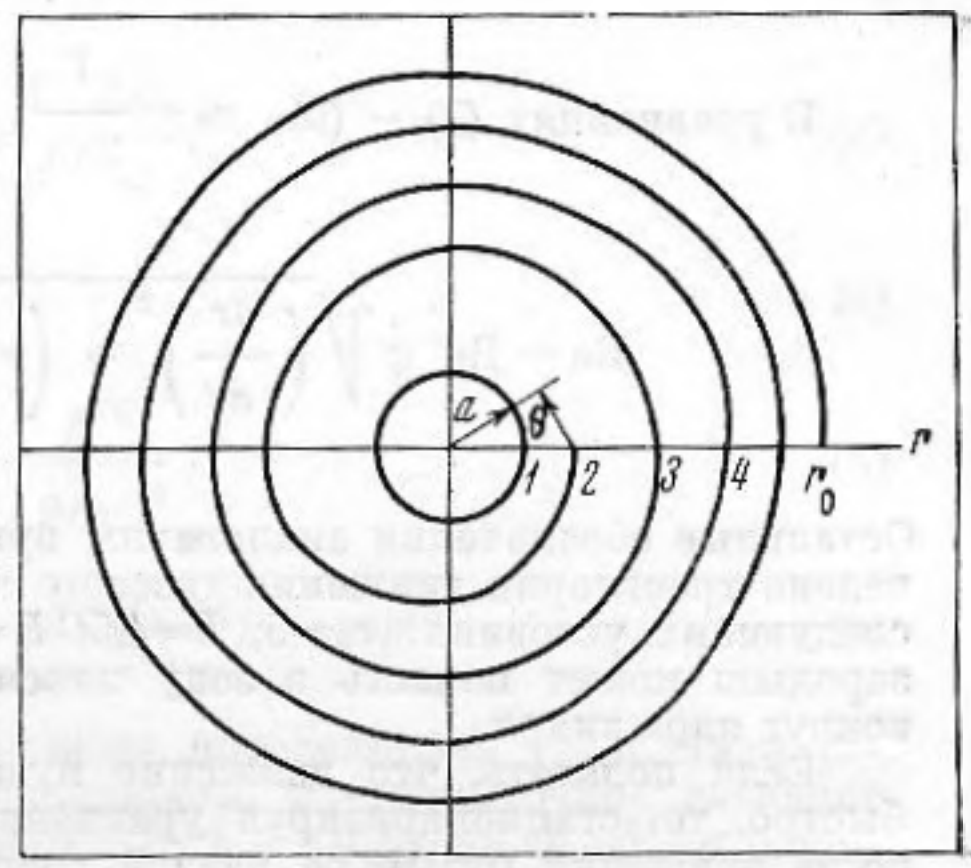
Эта система уравнений получена при предположениях, аналогичных принятым в ра-

боте [1], где рассматривается движение газового пузырька в гидродинамическом поле вблизи кругового цилиндра.

Численное интегрирование системы (1)—(3) при различных начальных условиях: $t=0$, $z=z_0$, $r=r_0$, $R=R_0$, $R=0$ и различных безразмерных параметрах (4) позволило установить, что значение параметра L в значительной степени определяет вид траектории движения пузырька. Для $r_0=0{,}1$, например, при $L<L_1\sim10^{-2}$ пузырьки выталкиваются на внешние траектории и не попадают в зону с максимальным разрежением. При $L>L_2\sim0{,}5$ траектория движения пузырька практически совпадает с траекторией замещаемых частиц жидкости. При $L_2>L>L_1$ пузырек в зоне избыточного давления выталкивается на внешние траектории, однако успевает попасть в зону разрежения и интенсивно увеличивает свой размер при начальном радиусе R_0



Фиг. 1



Фиг. 2

больше критического. Характерно, что величины L_1 и L_2 зависят от значений z_0, E, F и особенно числа кавитации $\varkappa$, как от параметров. Анализ полученных результатов показывает, что выбрасывание крупных пузырьков оказывается существенным лишь для тел очень малых размеров, обтекаемых потоком с большими скоростями. Более важным может оказаться то обстоятельство, что в зоне разрежения тел больших размеров концентрируются крупные зародыши, приходящие с внешних траекторий, в результате чего становится возможной их коагуляция и изменение прочности жидкости.

Аналогичное накапливание и объединение пузырьков в зоне разрежения происходит в неоднородных звуковых полях. Рассмотрим для простоты сферически симметричное поле звукового концентратора, в котором распределение давления имеет вид $P=P_\infty+P_m\zeta_{(r)}\sin(\omega t+\varphi_0)$. Нелинейно пульсирующие газовые пузырьки дорезонансного размера в таком поле приобретают однонаправленное движение к пучности давления $\bar{u}_{(r,R)}$ [2], в результате чего во времени существенно изменяется функция распределения пузырьков по пространству и по размерам. Решение уравнения

$$-\frac{\partial W}{\partial r}=\frac{1}{\bar{u}_{(r,R)}}\frac{\partial W}{\partial \tau}, \tag{5}$$

где $W=U_{(r,R)}N_{(R,r,\tau)}S_{(r)}\dfrac{\partial R}{\partial R_0}$ – поток пузырьков со скоростью $\bar{u}$ через контрольную поверхность S – позволяет определить общий вид функции распределения пузырьков по пространству и по размерам $N_{(R,r,\tau)}$. Если предположить, что все пришедшие в пучность давления пузырьки объединяются, то оказывается возможным определить время, в течение которого образовавшийся пузырек достигнет критического в смысле потери статической устойчивости размера R^* при заданных условиях [3]

$$t^*\sim\frac{\mu}{P_m^2}\gamma(\alpha_0, R_{+\max}, R_{-\min}, P_0, f, G_{(R)}, \sigma, \varepsilon_0). \tag{6}$$

Вид функции γ может быть определен численно. На фиг. 1 приводится вычисленная зависимость t^* от критического размера пузырька R^* при различном удельном дисперсном воздухосодержании α_0 при $R_+=10^{-3}$ *см*, $R_-=10^{-5}$ *см*, $f=10$ *кгц*, $P_0=1$ *атм*, кривые *1–4* соответствуют $\alpha_0=10^{-5}$; 10^{-6}; 10^{-7}; 10^{-8}.

Аналогичное движение зародышей в зону максимального разрежения происходит в гидродинамическом поле вихря. В рамках допущений, принятых в работе [1],

можно получить систему дифференциальных уравнений, определяющих движение газового зародыша в поле физического вихря с радиусом ядра, равным a:

$$\frac{d^2r}{d\tau^2}+\left[\frac{L}{\varphi^2}(1+0{,}065\,\mathrm{Re}^{2/3})^{3/2}+\frac{3}{\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{d\tau}\right]\frac{dr}{d\tau}-r\left(\frac{d\theta}{d\tau}\right)^2+\frac{3}{r^3}=0, \tag{7}$$

$$\frac{d^2\theta}{d\tau^2}+\left[\frac{L}{\varphi^2}(1+0{,}065\,\mathrm{Re}^{2/3})^{3/2}+\frac{3}{\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{d\tau}\right]\left(\frac{d\theta}{dt}-\frac{1}{r^2}\right)+\frac{2}{3}\cdot\frac{d\theta}{d\tau}\cdot\frac{dr}{d\tau}=0, \tag{8}$$

$$\varphi=\sqrt{\frac{2c'-v_0^2+2E}{2c-v^2+2E}}. \tag{9}$$

В уравнениях (7) – (9) $v_0=\dfrac{\Gamma}{2\pi a}$, $r=\dfrac{r'}{a}$, $\tau=\dfrac{v_0}{a}t$,

$$\mathrm{Re}=\mathrm{Re}^*\varphi\sqrt{\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2+\left(r\frac{d\theta}{dt}-\frac{1}{r}\right)^2},\qquad c'=\frac{P(a)}{\rho v_0^2}+0{,}5.$$

Остальные обозначения аналогичны принятым в формулах (1) – (4). На фиг. 2 приведена траектория движения газового зародыша в поле вихря. Расчет выполнен при следующих условиях: $r_0=5$; $L=4{,}5$; $E=3{,}75$; $\mathrm{Re}^*=4$; $c'=0{,}505$. Из фиг. 2 видно, что зародыш может попасть в зону максимального разрежения за несколько оборотов вокруг ядра вихря.

Если полагать, что движение пузырька к центру вихря происходит не очень быстро, то, стационаризируя уравнение (7) и принимая в начальный момент скорость движения пузырька равной скорости замещаемой им частицы жидкости, мы получим приближенное решение для скорости поступательного движения пузырька к центру

$$u_r=-\frac{\rho\Gamma^2R^2}{18\pi^2\mu r^3}. \tag{10}$$

Используя уравнение (5), можно определить, как и в задаче о движении множества пузырьков в неоднородном звуковом поле, общий вид функции распределения пузырьков по размерам и по пространству в различные моменты времени. Далее решается задача о коагуляции пузырьков в зоне максимального разрежения.

Таким образом, образование неустойчивых кавитационных газовых полостей может происходить не только из-за диффузионных процессов или наложения больших растягивающих напряжений, но также вследствие коагуляционных явлений, общих как для гидродинамической, так и акустической кавитации. Воздействие внешних полей давления и градиентов давления может существенно исказить распределение зародышей по размерам и по пространству, вследствие чего прочность жидкости, зарегистрированная экспериментально, может существенно отличаться от кавитационной прочности невозмущенной жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Ильичев, Г. Н. Кузнецов, А. Т. Листров. Движение газового пузырька в гидродинамическом поле обтекаемого тела. Тр. Акустического ин-та АН СССР, 1969, 6, 136–144.
2. Э. М. Агрест, Г. Н. Кузнецов. Дрейф газовых каверн в неоднородном звуковом поле. Акуст. ж., 1972, 18, 2, 168–174.
3. Э. М. Агрест, Г. Н. Кузнецов. Распределение пузырьков и кавитационная прочность жидкости в неоднородном звуковом поле. Сб. рефератов докладов на VIII Всесоюзной акустической конференции, т. II, MIIIу6, М., 1973, 12.

Акустический институт
Академии наук СССР
Сухумский филиал

К. А. Наугольных, С. А. Рыбак. О взаимодействии волн в жидкости, содержащей пузырьки газа. Жидкость с пузырьками газа является примером среды с нелинейностью и дисперсией. Эффекты нелинейного взаимодействия волн в такой среде оказываются существенными при умеренных амплитудах звука; они могут определять особенности спектра шума, распространяющегося в такой среде.

Ограничиваясь рассмотрением достаточно длинноволновых по сравнению с размерами пузырьков возмущений, будем считать среду однородной, описываемой некоторыми эффективными параметрами. В приближении квадратичной нелинейности распространение звука в жидкости с пузырьками газа можно описать системой уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_k) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = -v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x_i}, \tag{2}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} - 1 = \frac{\rho_ж'}{\rho_{0ж}}(1-z) - nV, \tag{3}$$

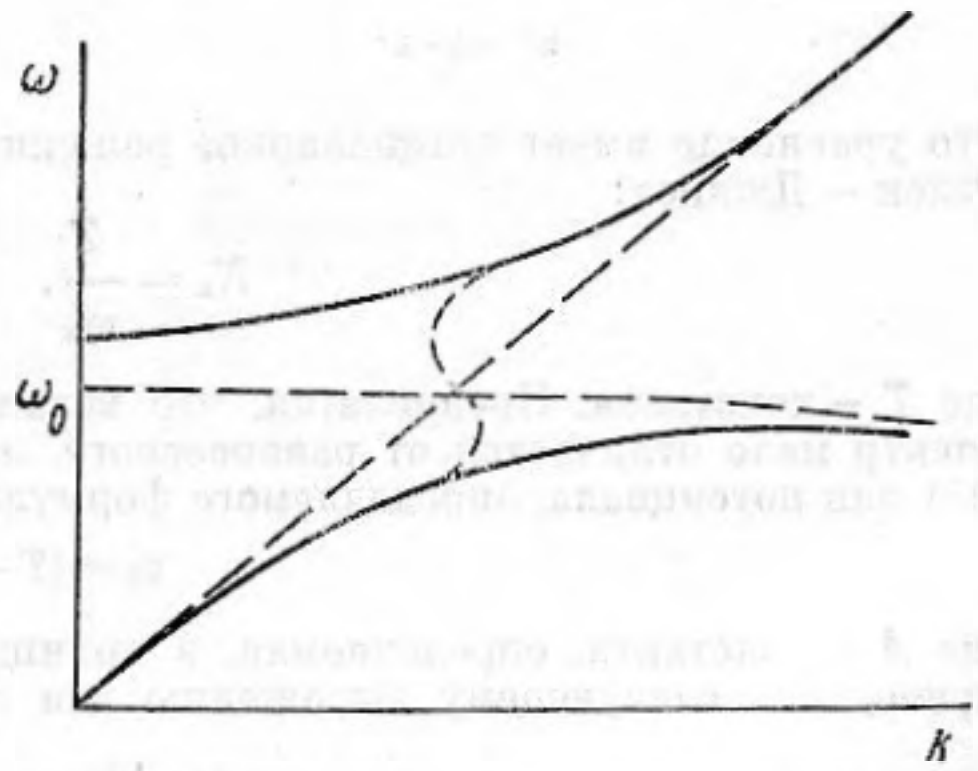
$$\rho_ж' = \frac{p'}{c_0^2} - \frac{\delta-1}{2}\frac{p'^2}{\rho_{0ж}c_0^4}, \tag{4}$$

$$\ddot{V} + \omega_0^2 V - \sigma\frac{\omega_0^2}{V_0}V^2 - \frac{1}{6V_0}(2\dot{V}V + \dot{V}^2) = -\varepsilon p'. \tag{5}$$

Здесь ρ – эффективная плотность пузырьковой среды, определяемая уравнением (3), ρ_0 – ее равновесное значение, $\rho_ж$ – плотность жидкости, p' – избыточное давление, n – число пузырьков в единице объема, $V = {}^4/_3\pi(R^3 - R_0^3)$ – избыточный объем одного пузырька, R_0 – равновесный радиус пузырька; $\omega_0 = \frac{3\gamma p_0}{\rho R_0^2} = \frac{3c_2^2}{R_0^2}\frac{\rho_2}{\rho_0}$ – частота собственных пульсаций пузырьков, c_2 – скорость звука в газе, заполняющем пузырек, ρ_2 – плотность газа, $V_0 = {}^4/_3\pi R_0^3$, $\sigma = (\gamma+1)/2$, $z = nV_0$, $\varepsilon = 4\pi R_0/\rho_0$, γ, δ – показатели адиабаты для газа в пузырьке и для жидкости соответственно.

Первые два уравнения системы представляют собой уравнения непрерывности и движения для среды с эффективной плотностью, следующие – уравнения для эффективной плотности, состояния жидкости и пульсаций одного пузырька, написанные в квадратичном приближении [1]. Решение этой системы в линейном приближении позволяет определить дисперсионное уравнение

$$\frac{1}{c^2} - \frac{1}{c_0^2} = \frac{\varkappa^2/c_0^2}{\omega_0^2 - \omega_k^2} \tag{6}$$



которому соответствуют две ветви $\omega(k)$, разделенные областью аномальной дисперсии в окрестности ω_0 (фигура) (см., например, работу [2]). Будем теперь искать решение системы (1) – (5) в виде разложения по собственным функциям этой системы, взятой в линейном приближении:

$$\psi = \sum_{\mathbf{k}} C_{\mathbf{k}}\psi_{\mathbf{k}}, \tag{7}$$

принимая, как обычно, что $|C_{\mathbf{k}}^2|\omega_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}}$, $\varepsilon_k = k^2\varepsilon_{\mathbf{k}}$ – спектральная плотность энергии. Здесь $\psi = \psi(\bar{p}, \bar{v}_i, \bar{V}, \dot{\bar{V}})$ – вектор, компоненты которого есть гидродинамические величины, приведенные к безразмерному виду.

Для медленно изменяющихся амплитуд $C_{\mathbf{k}}$ получается уравнение [3]

$$C_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\mathbf{k}''} C_{\mathbf{k}'} C_{\mathbf{k}''} e^{i(\omega_{\mathbf{k}'} + \omega_{\mathbf{k}''} - \omega_{\mathbf{k}})t}, \tag{8}$$

описывающее процессы нелинейной генерации гармоник и параметрической раскачки субгармоник.

Потенциал взаимодействия волн $V_{\mathbf{k},\mathbf{k},\mathbf{k}'}$ определяется нелинейными членами уравнений (2) – (5) и состоит из двух частей, обусловленных соответственно нелинейностью жидкости и нелинейностью пузырька:

$$V_{\mathbf{k}',\mathbf{k}',\mathbf{k}''}=V'_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{k}''}+V''_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{k}''}, \tag{9}$$

причем

$$V'_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{k}''} \sim \omega_{\mathbf{k}}^{1/2}\,\omega_{\mathbf{k}'}^{1/2}\,\omega_{\mathbf{k}''}^{1/2}. \tag{10}$$

Потенциал $V''_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{k}''}$ имеет довольно сложный вид; в области частот $\omega_k>\omega_1=(\omega_0^2+\varkappa^2)^{1/2}$ характер его зависимости от частоты определяется соотношением

$$V''_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\mathbf{k}''} \sim i\,\frac{\varkappa^4}{6z}\cdot\frac{1}{\omega_{\mathbf{k}}^{3/2}\,\omega_{\mathbf{k}'}^{1/2}\,\omega_{\mathbf{k}''}^{1/2}}. \tag{11}$$

В широком диапазоне частот $V''/V'>1$, а на высоких частотах,

$$\text{при}\ \ \omega \gtrsim \omega_2 = c_0\left(\frac{n}{R_0}\right)^{1/4}, \qquad \frac{V''}{V'} \lesssim 1, \tag{12}$$

что означает, что пульсации пузырьков ослабевают вследствие роста инерционности присоединенной массы.

Рассмотрим случай, когда в области частот $\omega \gtrsim \omega_1$ возбуждается сплошной спектр волн. При достаточно больших интенсивностях звука нелинейные трехволновые взаимодействия успевают произойти раньше, чем наступит расфазировка волн, вызванных дисперсией. Вследствие этого энергия будет передаваться по спектру. Рассмотрим ее поток в сторону высоких частот. Процесс переноса энергии по спектру можно описать кинетическим уравнением, полученным в приближении хаотических фаз из уравнения 8 в работе [4]:

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = 2\pi \sum_{\substack{k' \\ \mathbf{k}''=\mathbf{k}-\mathbf{k}'}} V^2_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\mathbf{k}''}(N_{\mathbf{k}'}N_{\mathbf{k}''}-N_{\mathbf{k}}N_{\mathbf{k}'}-N_{\mathbf{k}}N_{\mathbf{k}''})\,\delta(\omega_{\mathbf{k}'}+\omega_{\mathbf{k}''}-\omega_{\mathbf{k}}). \tag{13}$$

Это уравнение имеет стационарное решение, соответствующее равновесному спектру Рэлея – Джинса:

$$N_k = \frac{T}{\omega_{\mathbf{k}}}, \qquad \varepsilon_{\mathbf{k}} = T, \tag{14}$$

где T – константа. Предполагая, что возникающий в результате возбуждения волн спектр мало отличается от равновесного, можно установить вид решения уравнения (13) для потенциала, определяемого формулой (11):

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = (T - Ak), \tag{15}$$

где A – константа, определяемая, в принципе, из граничных условий. Это решение приводит к следующему выражению для спектральной плотности энергии:

$$\begin{gathered}\varepsilon_k = k^2\varepsilon_{\mathbf{k}}, \qquad k=|\mathbf{k}|,\\ \varepsilon_k = k^2(T-Ak),\end{gathered} \tag{16}$$

из которого следует, что ε_k вначале нарастает $\sim k^2$ и имеет максимум в точке $k=\frac{2}{3}\left(\frac{T}{A}\right)$, а затем спадает. На достаточно высоких частотах, где определяющей является нелинейность жидкости, закон спадания, согласно [5], имеет вид

$$\varepsilon_k \sim \frac{1}{k^{3/2}}. \tag{17}$$

Полученный спектр есть результат хаотического нелинейного взаимодействия гармонических волн. Наряду с этим процессом имеет место нелинейное взаимодействие гармонической волны, приводящее к когерентным образованиям (пилообразные волны, солитоны). Процесс образования пилообразных волн в системе множества взаимодействующих волн в сжимаемой жидкости был рассмотрен в работе [6]. Можно

показать, однако, что отношение характерного времени процессов самовоздействия и нелинейного перемешивания характеризуется величиной

$$\frac{\tau_c}{\tau_x} \sim MR, \tag{18}$$

где M – число Маха, а R – характерный масштаб когерентного образования в K-пространстве. Отсюда видно, что при $MR>1$ происходит нелинейное перемешивание волн, а при $MR<1$ возникают когерентные образования, которые затем взаимодействуют между собой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Заболотская, С. И. Солуян. Об одной возможности усиления акустических волн. Акуст. ж., 1967, 13, 2, 296–298.
2. Е. Скучик. Основы акустики. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
3. А. А. Веденов. Физика плазмы. М., ВИНИТИ, 1965.
4. А. А. Галеев, В. И. Карпман. Турбулентная теория слабонеравновесной заряженной плазмы и структура ударной волны. ЖЭТФ, 1963, 44, 2, 593–602.
5. В. Е. Захаров, Р. З. Сагдеев. О спектре акустической турбулентности. Докл. АН СССР, 1970, 192, 297–300.
6. Б. Б. Кадомцев, В. И. Петвиашвили. О звуковой турбулентности. Докл. АН СССР, 1973, 4, 794–796.

Акустический институт
Академии наук СССР