АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XX 1974 Вып. 4

УДК 534.24

ОТРАЖЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ ОТ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Э. П. Гулин

На основе соотношений теории линейных фильтров и выводов приближенной теории корреляции волн, рассеянных статистически неровной поверхностью, рассчитана средняя интенсивность когерентной и некогерентной составляющих отраженных от поверхности импульсных сигналов для случаев высоких и низких неровностей.

1. Для решения широкого круга задач, связанных с изучением распространения сигналов разного типа и разной физической природы в средах (каналах) со случайно изменяющимися параметрами, удобно пользоваться соотношениями теории линейных фильтров [1, 2]. Таким путем можно, к примеру, рассмотреть вопрос об искажениях импульсных акустических сигналов при отражении от статистически неровной поверхности.

Обозначим комплексный аналитический сигнал на входе канала (излученный сигнал) через $f(t)$, а соответствующий сигнал на выходе канала (принятый сигнал) — через $s(t)$. Тогда среднюю интенсивность волнового поля, создаваемого сигналом на выходе линейного канала (в точке наблюдения), можно записать в виде

$$I(t)=\langle|s(t)|^2\rangle=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}K_{P\omega}(\omega_1,\omega_2,t)F(\omega_1)F^*(\omega_2)\times \tag{1}$$

$$\times\exp[-i(\omega_1-\omega_2)t]\,d\omega_1\,d\omega_2,$$

где $F(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}f(t)\exp(i\omega t)\,dt$ — спектр излучения, который для комплексного аналитического сигнала отличен от нуля лишь в области $\omega\geqslant 0$, $K_{P\omega}=\langle P(\omega_1,\ t)P^*(\omega_2,\ t)\rangle$ — функция частотной корреляции передаточной функции канала $P(\omega,\ t)$, получающаяся в результате статистического усреднения по ансамблю случайных реализаций параметров канала *. Передаточная функция на частоте $\omega=\omega_0$ имеет смысл комплексной амплитуды волнового поля монохроматического источника этой частоты. Передаточная функция случайным образом зависит от частоты ω, времени наблюдения t, координат источника $\mathbf{R}_0$ и точки наблюдения $\mathbf{R}'$. Для сокращения записи мы будем опускать $\mathbf{R}_0$, $\mathbf{R}'$, а иногда и t в аргументах функций.

Представим передаточную функцию в виде $P=\langle P\rangle+\Delta P$, где $\langle P\rangle$ — среднее поле. Тогда можно написать

$$K_{P\omega}(\omega_1,\omega_2)=K_{\Delta P\omega}(\omega_1,\omega_2)+\langle P(\omega_1)\rangle\langle P^*(\omega_2)\rangle,$$

$$I(t)=I_{\text{ког}}(t)+I_{\text{н}}(t),$$

* В работе [3] эта функция названа корреляционной функцией линейной системы со случайными параметрами.

где $K_{\Delta P\omega}=\langle\Delta P(\omega_1)\Delta P^*(\omega_2)\rangle$, $I_{\text{ког}}(t)$ — интенсивность когерентной (невозмущенной) части поля, а $I_{\text{н}}(t)$ — интенсивность некогерентной (флуктуационной) составляющей. Интенсивность когерентной составляющей равна

$$(2)\qquad I_{\text{ког}}(t)=\left|\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)\langle P(\omega)\rangle\exp(-i\omega t)\,d\omega\right|^2,$$

а выражение для интенсивности некогерентной составляющей отличается от (1) лишь тем, что под интегралом вместо $K_{P\omega}$ стоит функция $K_{\Delta P\omega}$. Поскольку $P(\omega)\sim\exp\left(i\frac{\omega}{c}|\mathbf{R}'-\mathbf{R}_0|\right)$, в подынтегральном выражении (1) можно заменить $K_{P\omega}\exp[-i(\omega_1-\omega_2)t]$ на $\tilde{K}_{P\omega}\exp[-i(\omega_1-\omega_2)t]=[\tilde{K}_{\Delta P\omega}+\langle P(\omega_1)\rangle\langle P^*(\omega_2)\rangle]\exp[-i(\omega_1-\omega_2)\tau]$, где $\tau=t\frac{|\mathbf{R}'-\mathbf{R}_0|}{c}$, а $\tilde{K}_{P\omega}$ и $\tilde{K}_{\Delta P\omega}$ — огибающие соответствующих функций частотной корреляции.

В случае импульсного излучения функцию $f(t)$ можно записать в виде

$$f(t)=A(t)\exp[-i\omega_0 t-i\varphi(t)].$$

При гармоническом заполнении, когда в пределах импульса $\varphi(t)=\text{const}$, амплитудный множитель $A(t)$ определяет форму импульса, эффективную длительность импульса T_0 и эффективную ширину его спектра $\Delta\omega_0$, равную примерно $1/T_0$. Если же в пределах импульса изменение фазы превосходит 2π, а амплитудный множитель изменяется медленно, то ширина спектра определяется фазовым множителем, причем $\Delta\omega_0 T_0\gg 1$ (случай сигналов с большой базой).

Ряд общих заключений, справедливых для любых линейных каналов со случайно изменяющимися параметрами, можно сделать непосредственно на основе анализа исходного выражения (1). Рассмотрим случай узкополосного излучения ($\Delta\omega_0\ll\omega_0$). При условии достаточно медленного изменения функции $\tilde{P}(\omega)=P(\omega)\exp(-i\omega/c|\mathbf{R}'-\mathbf{R}_0|)$ интенсивность когерентной составляющей приближенно равна

$$I_{\text{ког}}(t)\simeq|\langle P(\omega_0)\rangle|^2|f(\tau)|^2.$$

Предположим, что случайное волновое поле ΔP можно считать статистически однородным по частоте, т. е. $K_{\Delta P\omega}(\omega_1,\omega_2)=K_{\Delta P\omega}(\omega_1-\omega_2)$. При этих ограничениях выражение (1) преобразуется к виду

$$(3)\qquad I(t)=\int_{-\infty}^{\infty}K_{\Delta P\omega}(\Omega)F_{A^2}(\Omega)\exp(-i\Omega\tau)\,d\Omega+|\langle P(\omega_0)\rangle|^2|f(\tau)|^2,$$

где $F_{A^2}(\Omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}A^2(t)\exp(i\Omega t)\,dt$ — спектр мощности излучаемого сигнала, существенно отличный от нуля при $|\Omega|\lesssim 1/T_0$. Из выражения (3) следует, что распределение интенсивности $I(t)$ зависит лишь от огибающей импульса $A(t)$ и не зависит от его заполнения. Если функция $\tilde{K}_{\Delta P\omega}(\Omega)$ мало изменяется на интервале частот $|\Omega|\lesssim 1/T_0$ (среда — широкополосный фильтр), то вынося ее за знак интеграла (3) при $\Omega=0$, получаем

$$I(t)=\langle|P(\omega_0)|^2\rangle|f(\tau)|^2.$$

В данном случае распределение средней интенсивности сигнала по времени запаздывания τ повторяет по форме излученный импульс, а множитель $\langle|P(\omega_0)|^2\rangle=\tilde{K}_{P\omega}(\omega_0,\omega_0)$ характеризует среднее ослабление интенсивности волнового поля. Это справедливо при условии $\Delta\omega_{\text{к}}T_0\gg 1$, где $\Delta\omega_{\text{к}}$ — интервал

частотной корреляции (частотное разнесение, при котором функция $\tilde{K}_{\Delta P\omega}$ существенно убывает). В другом предельном случае при условии $\Delta\omega_к T_0 \ll 1$ (среда — узкополосный фильтр):

$$I(t) \simeq F_{A^2}(0) \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{K}_{\Delta P\omega}(\Omega) \exp(-i\Omega\tau)\, d\Omega + |\langle P(\omega_0)\rangle|^2 |f(\tau)|^2.$$

Распределение интенсивности некогерентной составляющей описывается в этом случае фурье-преобразованием функции частотной корреляции волнового поля. Оно определяется характеристиками среды и не зависит от формы излучаемого импульса. Поскольку функция $\tilde{K}_{\Delta P\omega}(\Omega)$ сосредоточена в значительно более узкой области частот, чем $F_{A^2}(\Omega)$, ее фурье-преобразование оказывается существенно шире излученного импульса. Уширение (расплывание) сигнала сопровождается уменьшением его интенсивности, так как переносимая импульсом энергия «размазывается» на больший временнóй интервал. Суммарная энергия сигнала одинакова для обоих предельных случаев и равна

$$\int_{-\infty}^{\infty} I(\tau)\, d\tau = 2\pi F_{A^2}(0) \langle |P(\omega_0)|^2 \rangle.$$

2. Проиллюстрируем приведенные выше общие соотношения на примере конкретной модели волнового канала. Предположим, что волна отражается от статистически неровной границы раздела двух однородных сред, случайные возвышения которой $\zeta(x, y)$ описываются двумерным нормальным законом распределения с корреляционной функцией $r(\xi)$, зависящей от разнесения лишь по одной координате ($\xi = \Delta u$, где $u = x\cos\alpha + y\sin\alpha$, α — азимутальный угол, отсчитываемый относительно положительного направления оси x, источник и точка наблюдения расположены в плоскости xz). При выполнении ряда условий (см. [4]), которые сводятся к требованиям пологости неровностей и малости углов рассеяния (последнее ограничение эквивалентно требованию малости размеров области, существенной для рассеяния, по сравнению с расстоянием $|\mathbf{R}' - \mathbf{R}_0|$) *, интересующие нас характеристики передаточной функции канала были приближенно рассчитаны в работах [5—7]. Выражение для среднего поля можно записать в виде

$$\langle P(\omega)\rangle = \frac{W}{|\mathbf{R}' - \mathbf{R}_0|} \exp\left(-i\frac{\omega}{c}|\mathbf{R}' - \mathbf{R}_0|\right) \exp\left(-\frac{\omega^2}{2\omega_0^2}\Phi_0^2\right), \tag{4}$$

где W — коэффициент отражения от границы раздела сред в отсутствие неровностей, $\Phi_0 = 2\frac{\omega_0}{c}\sigma_\zeta \sin\psi$ — параметр Рэлея, $\sigma_\zeta = \sqrt{\langle\zeta^2\rangle}$ — среднеквадратичное возвышение поверхности, $\sin\psi = \frac{z+Z}{|\mathbf{R}' - \mathbf{R}_0|}$ z и Z — соответственно горизонты излучения и приема.

Функцию частотной корреляции запишем для двух предельных случаев — низких и высоких неровностей. В случае низких неровностей ($\Phi_0^2 \ll 1$) характеризующихся осциллирующей корреляционной функцией $r(\xi) = \tilde{r}(\xi/a)\cos q\xi$, где $\tilde{r}$ — монотонно убывающий множитель, a — пространственный интервал корреляции, q — пространственная частота

* Здесь и ниже через $\mathbf{R}_0$ обозначен радиус-вектор точки излучения, зеркально отображенной относительно средней плоскости $z=0$.

осцилляций

$$(5)\qquad K_{\Delta P\omega}(\omega_1,\omega_2)=\frac{\exp\left[i\frac{\omega_1-\omega_2}{c}|\mathbf{R}'-\mathbf{R}_0|\right]}{|\mathbf{R}'-\mathbf{R}_0|^2}\times$$

$$\times\frac{\omega_1\omega_2}{\omega_0^2}\Phi_0^2\tilde{r}\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{\Delta\omega_к}\right)\exp\left[i\frac{qa}{2\Delta\omega_к}(\omega_1-\omega_2)\right],$$

где $\Delta\omega_к=2\omega_0/D_\alpha qa$, $D_\alpha=cR(1-\cos^2\psi\sin^2\alpha)/\omega_0\sin^2\psi a^2$, $R=\dfrac{2zZ}{(z+Z)\sin\psi}$

Величина $\Delta\omega_к$ определяет масштаб частотной корреляции. В случае высоких неровностей (при $\exp(-\Phi_0^2)\ll 1$)

$$(6)\qquad K_{\Delta P\omega}(\omega_1,\omega_2)=\frac{1}{|\mathbf{R}'-\mathbf{R}_0|^2}\exp\left[i\frac{(\omega_1-\omega_2)}{c}|\mathbf{R}'-\mathbf{R}_0|-\frac{(\omega_1-\omega_2)^2}{\Delta\omega_{k1}^2}\right]\times$$

$$\times\left[1-i\frac{4(\omega_1-\omega_2)}{\Delta\omega_{k2}}\right]^{-1/2},$$

где $\Delta\omega_{к1}=\sqrt{2}\omega_0/\Phi_0$, $\Delta\omega_{к2}=4\omega_0/\Phi_0^2D_\alpha l^2$, $l^2=q^2a^2/2$ для осциллирующей (при $q^2a^2\gg 1$) и $l^2=1$ для монотонно убывающей корреляционной функции $r(\xi)$. Убывание корреляции описывается в этом случае двумя множителями — экспоненциальным и степенным, в соответствии с чем имеются два масштаба корреляции: $\Delta\omega_{к1}$ и $\Delta\omega_{к2}$. Если пространственный масштаб корреляции a мал по сравнению с размерами зоны Френеля, т. е. $D_\alpha\gg 1$, то $\Delta\omega_{к1}/\Delta\omega_{к2}=\Phi_0D_\alpha l^2/2\sqrt{2}\gg 1$ и убывание корреляции определяется в основном степенным множителем. Противоположный предельный случай реализуется только при достаточно малых значениях z или Z по сравнению с горизонтальными размерами неровностей. Из формул (5) и (6) видно, что при $\exp(-\Phi_0^2)\ll 1$ случайное волновое поле однородно по частоте, а при $\Phi_0^2\ll 1$ статистическая однородность соблюдается лишь приближенно для достаточно узкополосных сигналов, когда в пределах полосы излучения можно положить $\omega_1\omega_2/\omega_0^2\simeq 1$.

3. Как уже отмечалось, при достаточно узкополосном излучении распределение когерентной составляющей принимаемого сигнала мало отличается по форме и длительности от излученного импульса. С расширением полосы различия становятся все более существенными. Найдем интенсивность когерентной составляющей для импульсов колокольной (гауссовой) формы с внутриимпульсной линейной частотной модуляцией и для импульсов прямоугольной формы с гармоническим заполнением. Подставляя в выражение (2) формулу (4) и спектр, соответствующий импульсу $f(t)=\exp\left[-\dfrac{t^2}{T_0^2}(1+i\Delta\omega T_0)-i\omega_0t\right]$, получаем

$$(7)\qquad I_{ког}^{(R)}(\tau)=I_{ког}(\tau)\frac{|\mathbf{R}'-\mathbf{R}_0|^2}{W^2}=\frac{1}{\sqrt{(1+\gamma^2)^2+\gamma^4B^2}}\exp\left[-\frac{2\tau^2}{T_0^2}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{(1+B^2)(1+\gamma^2+\gamma^2B^2)}{(1+\gamma^2+\gamma^2B^2)^2+B^2}-\frac{\Phi_0^2(1+\gamma^2)+2\gamma^2B\omega_0\tau}{(1+\gamma^2)^2+\gamma^4B^2}\right]$$

где $B=\Delta\omega T_0$, $\Delta\omega$ — эффективная девиация частоты, $\gamma^2=2\Phi_0^2/\omega_0^2T_0^2=2(2\sigma_\xi\sin\psi/cT_0)^2$. Согласно формуле (7), импульс в точке наблюдения сохраняет исходную форму, но его максимум при $B\neq 0$ сдвинут относительно значения $\tau=0$, соответствующего задержке на время распространения сигнала. Кроме того, эффективная длительность импульса $T_{ког}$ в общем случае отличается от длительности излученного импульса T_0.

Рассмотрим несколько предельных случаев. При условии $B^2 \max(1, \gamma^4) \ll 1$ (весьма узкополосное излучение)

$$(8) \qquad I_{\text{ког}}^{(R)}(\tau) \simeq \frac{1}{1+\gamma^2} \exp\left[-\frac{2\tau^2}{T_0^2(1+\gamma^2)} - \frac{\Phi_0^2}{1+\gamma^2}\right]$$

В этом случае импульс расплывается ($T_{\text{ког}} \simeq T_0\sqrt{1+\gamma^2}$), а снижение уровня когерентной составляющей в максимуме ($\tau \simeq 0$) по сравнению со случаем отсутствия неровностей уменьшается при $\Phi_0^2 > 1$ с уменьшением T_0. Этот факт может быть объяснен точно так же, как и более медленное спадание параметра когерентности с ростом Φ_0 в области $\Phi_0^2 > 1$ при расширении полосы шумоподобного излучения [4].

Отметим, что аналогичная формула для среднего поля отраженного импульса при гармоническом заполнении была получена в работе [8]. При выполнении условий $B^2 \gg 1$, $B^2\gamma^2 = 2\Phi_0^2(\Delta\omega/\omega_0)^2 \ll 1$ (длительное узкополосное излучение, не слишком высокие неровности) имеем

$$(9) \qquad I_{\text{ког}}^{(R)}(\tau) \simeq \exp\left[-\frac{2}{T_0^2}\left(\tau + \frac{\Phi_0^2 \Delta\omega T_0}{\omega_0}\right)^2 - \Phi_0^2\right].$$

Сравнивая (8) и (9), видим, что импульс с линейной частотной модуляцией приходит раньше, чем импульс с гармоническим заполнением на время $\Delta t_m \simeq \Phi_0^2 \Delta\omega T_0/\omega_0$. Наконец, полагая $B^2 \gg 1$, $B^2\gamma^4 = 2\Phi_0^2\gamma^2(\Delta\omega/\omega_0)^2 \gg 1$ относительно широкополосное излучение не слишком большой длительности, высокие неровности), получим

$$I_{\text{ког}}^{(R)}(\tau) \simeq \frac{1}{\gamma^2 B^2} \exp\left[-\frac{1}{\gamma^2 T_0^2}\left(\tau + \frac{\omega_0 T_0}{2\Delta\omega}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\omega_0}{\Delta\omega}\right)^2\right].$$

Смещение максимума на величину $\Delta t_m = \omega_0 T_0/2\Delta\omega$ сопровождается расплыванием импульса при $\gamma > 1$ и его сужением при $\gamma < 1$. Уровень когерентной составляющей в этом случае мал.

Полученные результаты имеют наглядный физический смысл. Смещение максимума импульса в область $\tau = 0$ вызвано деформацией спектра и смещением спектрального максимума сигнала в область низких частот, приходящихся на начало импульса, что является следствием преимущественного ослабления когерентной составляющей на высоких частотах. В случае импульса с линейно уменьшающейся частотой максимум сдвигается в область $\tau > 0$, т. е. эффективное время распространения сигнала возрастает. Эффективная длительность импульса изменяется под воздействием двух факторов. С одной стороны, импульс расплывается, поскольку когерентная составляющая формируется участками неровной поверхности, заключенными в слое с эффективной толщиной $2\sigma_\xi$. С другой стороны, импульс сужается из-за ослабления когерентной составляющей на высоких частотах. При узкополосном, а также при широкополосном излучении небольшой длительности ($\gamma > 1$) превалирует первый фактор. При более длительном широкополосном излучении ($\gamma < 1$) сильнее сказывается второй фактор.

В случае импульса прямоугольной формы с гармоническим заполнением приходим к следующему результату:

$$(10) \qquad I_{\text{ког}}^{(R)}(\tau) = \frac{\exp(-\Phi_0^2)}{4} \left|\Phi(v_1 - iw) - \Phi(v_2 - iw)\right|,$$

где $\Phi(v) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0 \exp(-x^2)\,dx$, $v_1 = \frac{\omega_0(\tau + T_0/2)}{\sqrt{2}\,\Phi_0}$, $v_2 = \frac{\omega_0(\tau - T_0/2)}{\sqrt{2}\,\Phi_0}$, $w = \frac{\Phi_0}{\sqrt{2}}$.

Из свойств интегралов вероятностей комплексного аргумента следует, что при $|\tau| > T_0/2$ в общем случае $I_{\text{ког}}^{(R)}(\tau)$ не обращается в нуль, а постепенно

спадает с ростом $|\tau|$, т. е. импульс расплывается и изменяет свою форму. С уменьшением Φ_0 импульс становится все ближе к прямоугольному.

4. Рассмотрим теперь некогерентную составляющую принимаемого сигнала. В случае высоких неровностей ($\exp(-\Phi_0^2) \ll 1$) можно воспользоваться выражением (3), поскольку, согласно (6), корреляционная функция $K_{\Delta P\omega}(\omega_1, \omega_2)$ зависит лишь от разности частот. Подставляя в (3) формулу (6) и $F_{A^2} = \frac{T_0}{2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Omega^2 T_0^2}{8}\right)$, приходим к интегралу

$$I_{\text{н}}^{(R)}(\tau) = I_{\text{и}}(\tau)\frac{|\mathbf{R}'-\mathbf{R}_0|}{W^2} = \frac{1}{\beta d\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{d^2} - iQx\right)\frac{dx}{\sqrt{1-ix}},$$

который после замены $\frac{1}{\sqrt{1-ix}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-y^2(1-ix)]\,dy$ и интегрирования по x сводится к табличному интегралу

$$I_{\text{н}}^{(R)}(\tau) = \frac{1}{\beta\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{Q^2 d^2}{4}\right)\int_0^{\infty} \exp\left[-y^2\frac{d^2}{4} - y\left(1-\frac{Qd^2}{2}\right)\right]\frac{dy}{\sqrt{y}} =$$

(11)

$$= \frac{\sqrt{2}}{\beta\sqrt{d}} \exp\left(-\frac{Q^2 d^2}{4} + \frac{v^2}{4}\right) D_{-1/2}(v),$$

где $v = \frac{\sqrt{2}}{d} - \frac{Qd}{\sqrt{2}}$, $d = \frac{8\sqrt{2}}{\Delta\omega_{\text{к}2} T_0 \beta}$, $\beta = \sqrt{1+2\gamma^2} = \sqrt{1 + \frac{8}{\Delta\omega_{\text{к}1}^2 T_0^2}}$, $Q = \frac{\Delta\omega_{\text{к}2}\tau}{4}$

$D_{-1/2}(v)$ — функция параболического цилиндра. При выполнении условия $\Delta\omega_{\text{к}2} T_0 \gg 1$, пользуясь асимптотическим разложением $D_{-1/2}(v)$ в области $v > 0$, получаем

$$I_{\text{н}}^{(R)}(\tau) \simeq \exp\left[-\frac{2\tau^2}{T_0^2(1+2\gamma^2)}\right]\frac{1}{\sqrt{1+2\gamma^2}};$$

это выражение было получено в работе [8]. Из него следует, что некогерентная составляющая сигнала расплывается; импульс сохраняет свою исходную форму, но его уровень в максимуме уменьшается, причем эти изменения выражены тем сильнее, чем меньше $\Delta\omega_{\text{к}1} T_0$. В случае $\Delta\omega_{\text{к}1}^2 T_0^2/8 \gg 1$ параметры отраженного и излученного импульсов близки.

При условии $\Delta\omega_{\text{к}2} T_0 \ll 1$, пользуясь асимптотическими разложениями функции $D_{-1/2}(v)$ в областях $v > 0$ и $v < 0$, получаем соответственно для начального участка и участка спада импульса (при $T_0/|\tau| \ll 1$)

$$I_{\text{н}1}^{(R)}(\tau) \simeq \frac{1}{4}\sqrt{\Delta\omega_{\text{к}2} T_0 \frac{T_0}{|\tau|}} \exp\left[-\frac{2\tau^2}{T_0^2(1+2\gamma^2)}\right]$$

$$I_{\text{н}2}^{(R)}(\tau) = \sqrt{\frac{\Delta\omega_{\text{к}2} T_0}{8}\frac{T_0}{\tau}} \exp\left[-\frac{\Delta\omega_{\text{к}2}\tau}{4} + \frac{(1+2\gamma^2)}{2}\left(\frac{\Delta\omega_{\text{к}2} T_0}{8}\right)^2\right]$$

Отсюда видно, что импульс становится несимметричным относительно $\tau = 0$. Время нарастания импульса приближенно определяется величиной $\frac{T_0}{\sqrt{2}}\sqrt{1+2\gamma^2}$, тогда как время спада — величиной, обратной интервалу частотной корреляции $2/\Delta\omega_{\text{к}2}$. Сильное расплывание импульса сопровождается уменьшением интенсивности некогерентной составляющей в окрестности

$\tau=0$ до значения

$$I_{н}^{(R)}=\frac{0{,}42\sqrt{\Delta\omega_{к2}T_0}}{\sqrt{1+2\gamma^2}},$$

которое получается в результате разложения $D_{-1/2}(v)$ по малому аргументу.

В случае импульса прямоугольной формы приходим к следующему интегральному выражению:

$$(12)\qquad I_{н}^{R}(\tau)=\frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin(bx)}{x}\exp\left(-\frac{x^2}{d_1^2}-iQx\right)\frac{dx}{\sqrt{1-ix}},$$

где $b=\Delta\omega_{к2}T_0/8$, $d_1=4\Delta\omega_{к1}/\Delta\omega_{к2}$, $Q=\Delta\omega_{к2}\tau/4$. Интеграл (12) не удается свести к табличному. При условии $d_1^2\ll1$ можно в подынтегральном выражении приближенно положить $\sqrt{1-ix}\simeq1$. Тогда интеграл легко вычисляется и в результате получаем

$$I_{н}^{R)}\tau\simeq\frac{1}{2}\left\{\Phi\left[\frac{\Delta\omega_{к1}T_0}{4}\left(1-\frac{2\tau}{T_0}\right)\right]+\Phi\left[\frac{\Delta\omega_{к1}T_0}{4}\left(1+\frac{2\tau}{T_0}\right)\right]\right\}$$

При $\Delta\omega_{к1}T_0\gg1$ импульс близок к прямоугольному. Время нарастания и время спада импульса определяются величиной $\Delta\tau\simeq1/\Delta\omega_{к1}$. Это соотношение позволяет оценивать интервал частотной корреляции по наблюдаемым искажениям фронтов импульсного сигнала. При $\Delta\omega_{к1}T_0\ll1$ импульс остается симметричным, но заметно расплывается, а уровень его в максимуме уменьшается до значения $I_{н}^{(R)}\simeq\Phi(\Delta\omega_{к1}T_0/4)$. Величина $\Delta\tau\simeq1/\Delta\omega_{к1}$ характеризует в этом случае эффективное время затягивания импульсного сигнала *. При условии $d_1^2\gg1$, полагая в области, существенной для интегрирования, приближенно $\exp(-x^2/a_1^2)\simeq1$, получим

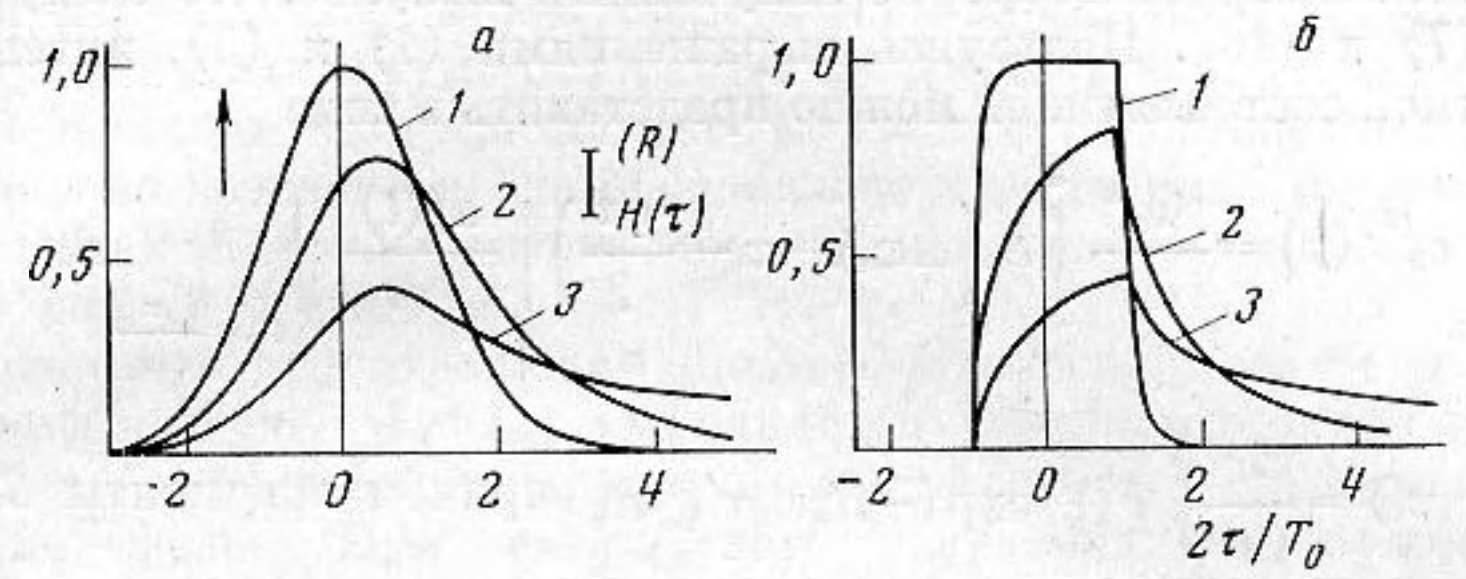
$$I_{н}^{(R)}(\tau)\simeq\tilde{\Phi}\left(\frac{\sqrt{\Delta\omega_{к2}\Delta\tau_1}}{2}\right)-\tilde{\Phi}\left(\frac{\sqrt{\Delta\omega_{к2}\Delta\tau_2}}{2}\right),$$

где $\Delta\tau_1=\tau+T_0/2$, $\Delta\tau_2=\tau-T_0/2$, $\tilde{\Phi}(\sqrt{z})=\Phi(\sqrt{z})$ при $z\geqslant0$ и $\tilde{\Phi}\sqrt{z}=0$ при $z<0$. В данном случае импульс становится несимметричным, поскольку при $\tau=-T_0/2$ $I_{н}^{(R)}=0$, а при $\tau=T_0/2$ $I_{н}^{(R)}=\Phi(\sqrt{\Delta\omega_{к2}T_0}/2)\neq0$. В области $|\tau|\leqslant\leqslant T_0/2$ огибающая импульса нарастает по закону $I_{н}^{(R)}(\tau)\simeq\Phi(\sqrt{\Delta\omega_{к2}\Delta\tau_1}/2)$, стремясь к единице при $\Delta\omega_{к2}T_0\gg1$. По времени нарастания можно определить интервал частотной корреляции $\Delta\omega_{к2}$. При $\Delta\omega_{к2}T_0\ll1$ стационарный участок в импульсе отсутствует, огибающая импульса нарастает до значения $I_{н}^{(R)}\simeq\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\Delta\omega_{к2}T_0}$ при $\tau=T_0/2$, а затем постепенно спадает. На участке спада ($\tau>T_0/2$) при $\Delta\omega_{к2}T_0\gg1$ $I_{н}^{(R)}\simeq1-\Phi(\sqrt{\Delta\omega_{к2}\Delta\tau_2}/2)$, откуда следует, что время спада равно времени нарастания. При $\Delta\omega_{к2}T_0\ll1$ время спада значительно превышает время нарастания и приближенно определяет эффективное время затягивания ($\Delta t_{эф}\simeq1/\Delta\omega_{к2}$). Более точный и полный анализ формы сигнала можно провести на основе численного интегрирования (12) для задаваемых значений параметров.

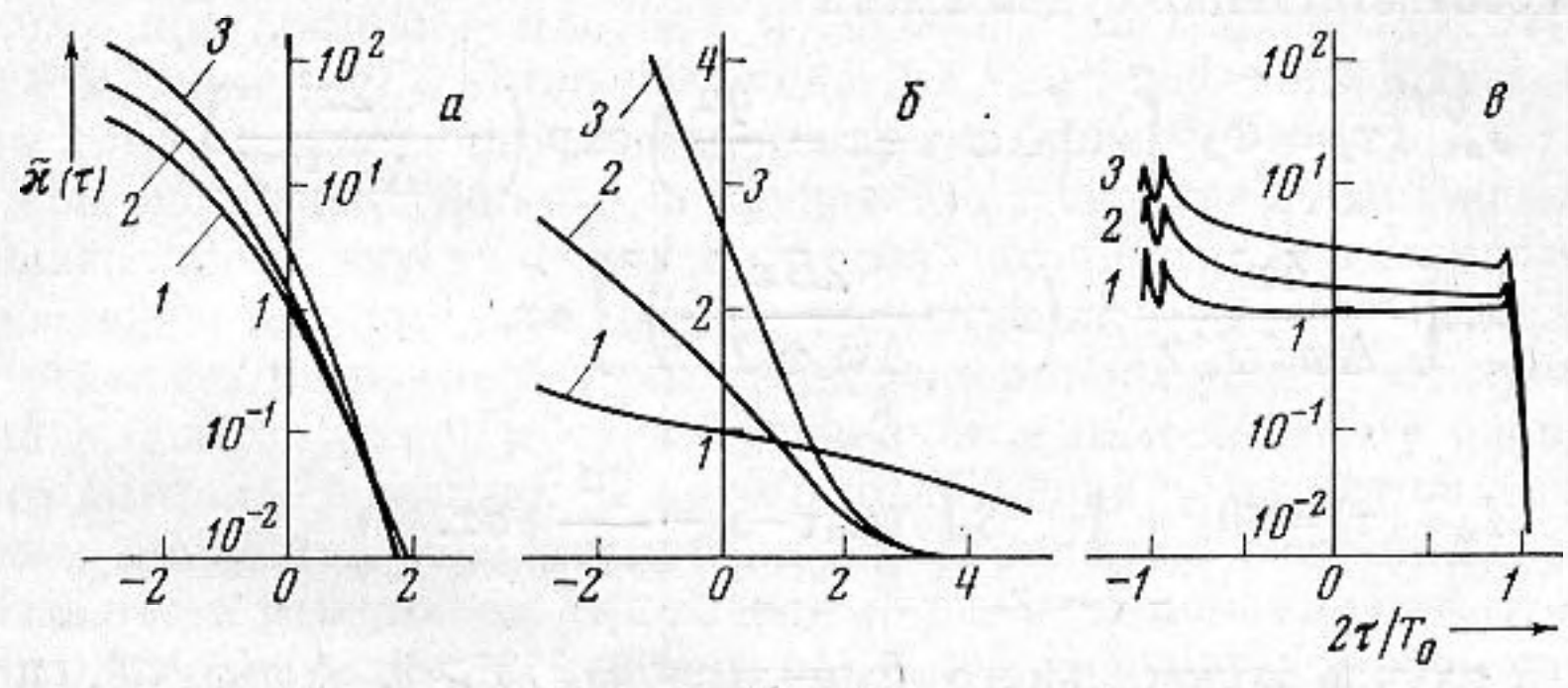
* Вполне вероятно, что наблюдаемое иногда при распространении звука в море появление предвестника сигнала, который называют еще «предсигнальной реверберацией», можно объяснить искажениями переднего фронта импульсов при отражениях от неровных границ.

С целью иллюстрации полученных аналитических выражений на фиг. 1 приведены результаты численных расчетов интенсивности некогерентной составляющей сигналов соответственно для импульсов колокольной (*а*) и прямоугольной (*б*) форм ($\Delta\omega_{к1}T_0=85$, *1* — $\Delta\omega_{к2}T_0=40$, *2* — $\Delta\omega_{к2}T_0=4$, *3* — $\Delta\omega_{к2}T_0=0{,}8$). Хорошо видно расплывание импульсов, изменение их формы и уменьшение уровня в максимуме с уменьшением параметра $\Delta\omega_{к2}T_0$. Графики на фиг. 1 качественно подобны аналогичным графикам, приведенным в работе [9], где рассчитывалась форма импульса за слоем с хаотическими неоднородностями при нормальном падении электромагнитной волны.

Представляет интерес найти также отношение $\varkappa(\tau)=I_{ког}(\tau)/I_н(\tau)$, характеризующее степень когерентности для разных участков импульсного



Фиг. 1



Фиг. 2

сигнала. Рассмотрим, к примеру, импульс колокольной формы с гармоническим заполнением для наиболее интересного случая $\Delta\omega_{к1}T_0\gg1$, $\Delta\omega_{к2}T_0\lesssim1$. Тогда, согласно выражениям (11) и (8),

$$\tilde{\varkappa}(\tau)=\varkappa(\tau)\exp(\Phi_0^2)\simeq\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^{1/2}\exp\left(-\frac{v^2}{4}\right)\frac{1}{D_{-1/2}(v)}.$$

Отсюда при $\Delta\omega_{к2}T_0\gg1$ получаем $\tilde{\varkappa}\simeq1$ по всей длительности сигнала. В другом предельном случае ($\Delta\omega_{к2}T_0\ll1$) в окрестности $\tau\simeq0$ степень когерентности сигнала возрастает ($\tilde{\varkappa}=2{,}3(\Delta\omega_{к2}T_0)^{-1/2}>1$), а в области $\tau>T_0$ — уменьшается $\left(\tilde{\varkappa}\simeq\exp\left(-\frac{2\tau^2}{T_0^2}\right)\sqrt{\frac{2\tau}{T_0\Delta\omega_{к2}T_0}}<1\right)$. Более полное представление о степени когерентности на разных участках импульсного сигнала дают результаты численных расчетов (фиг. 2) для импульсов колокольной формы с внутриимпульсной линейной частотной модуляцией (*а*) и с гармоническим заполнением (*б*), а также для импульсов прямоугольной формы с гармоническим заполнением (*в*). Значения параметров $\Delta\omega_{к1}T_0$, $\Delta\omega_{к2}T_0$ взяты такими же, как и для расчета графиков фиг. 1, кроме того,

задано $\Phi_0^2=3$, $\Delta\omega T_0=30$. Из графиков видно, что степень когерентности убывает в пределах эффективной длительности сигнала. Для прямоугольного импульса при $\Delta\omega_{к2}T_0=40$ на стационарном участке $\tilde{\varkappa}=\text{const}=1$. Во всех других случаях на участке нарастания импульсов и в окрестности их максимума $\tilde{\varkappa}>1$, т. е. степень когерентности выше, чем при монохроматическом излучении на частоте ω_0; на участке спада импульсов $\tilde{\varkappa}<1$. Изменение $\tilde{\varkappa}$ по длительности сигнала увеличивается с уменьшением $\Delta\omega_{к2}T_0$. Особенно сильно $\tilde{\varkappa}$ меняется по импульсу с частотно-модулированным заполнением, и по прямоугольному импульсу, ввиду чего по оси ординат на фиг. 2, *а* и выбран логарифмический масштаб.

5. В случае низких неровностей ($\Phi_0^2\ll1$) когерентная составляющая практически повторяет по форме излученный импульс, что следует из выражений (7) и (10). Пользуясь выражениями (1) и (5), интенсивность некогерентной составляющей можно представить в виде

$$I_н^{(R)}(\tau)=\frac{\Phi_0^2}{\omega_0^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{S}\left(\Delta\omega_к\tau-x-\frac{qa}{2}\right)\left|\frac{df(t)}{dt}\right|^2_{t=\frac{x}{\Delta\omega_к}}dx,$$

где $\tilde{S}(\Delta\omega_к\tau')=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{r}(\xi)\exp(-i\Delta\omega_к\tau'\xi)\,d\xi$, причем аргументы $\tilde{S}$ и $\tilde{r}$ безразмерны ($\xi=(\omega_1-\omega_2)/\Delta\omega_к$). Для импульсов колокольной и прямоугольной форм соответственно будем иметь

$$I_{н1}^{(R)}(\tau)=\Phi_0^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}\tilde{S}\left(\Delta\omega_к\tau-x-\frac{qa}{2}\right)\exp\left(-\frac{2x^2}{\Delta\omega_к^2T_0^2}\right)\times \tag{13}$$

$$\times\left[\frac{4x^2}{\Delta\omega_к^2\omega_0^2T_0^4}+\left(1+\frac{2Bx}{\Delta\omega_к\omega_0T_0^2}\right)^2\right]dx,$$

$$I_н^{(R)}(\tau)=\Phi_0^2\int\limits_{-0,5\Delta\omega_кT_0}^{0,5\Delta\omega_кT_0}\tilde{S}\left(\Delta\omega_к\tau-x-\frac{qa}{2}\right)dx.$$

Полагая в случае колокольного импульса $\omega_0^2T_0^2\gg1$, $\Delta\omega/\omega_0\ll1$, получим следующие оценки интеграла (13):

$$I_н^{(R)}(\tau)\simeq\sqrt{\frac{\pi}{2}}\Delta\omega_кT_0\Phi_0^2\tilde{S}\left(\Delta\omega_к\tau-\frac{qa}{2}\right)\quad\text{при }\Delta\omega_к^2T_0^2\ll1,$$

$$I_н^{(R)}(\tau)\simeq\Phi_0^2\exp\left[-2\left(\frac{\tau}{T_0}-\frac{qa}{2\Delta\omega_кT_0}\right)^2\right]\quad\text{при }\Delta\omega_кT_0\gg1.$$

В случае прямоугольного импульса при $\Delta\omega_кT_0\ll1$ получаем

$$I_н^{(R)}(\tau)\simeq\Phi_0^2\Delta\omega_кT_0\tilde{S}(\Delta\omega_к\tau-qa/2).$$

Для частного вида огибающей корреляционной функции $\tilde{r}(\Omega/\Delta\omega_к)=\exp(-\Omega^2/\Delta\omega_к^2)$ при любых $\Delta\omega_кT_0$ получаются следующие выражения: для колокольного импульса

$$I_н^{(R)}(\tau)=\frac{\Phi_0^2\Delta\omega_кT_0}{\sqrt{8+\Delta\omega_к^2T_0^2}}\left\{\left[1+\frac{2B\Delta\omega_к(\Delta\omega_к\tau-qa/2)}{\omega_0(8+\Delta\omega_к^2T_0^2)}\right]^2+\right.$$

$$\left.+\frac{8(1+B^2)}{\omega_0^2T_0^2(8+\Delta\omega_к^2T_0^2)}+\frac{4\Delta\omega_к^2}{\omega_0^2}\cdot\frac{(\Delta\omega_к\tau-qa/2)^2}{(8+\Delta\omega_к^2T_0^2)^2}\right\}\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{2(\Delta\omega_к\tau-qa/2)^2}{8+\Delta\omega_к^2T_0^2}\right]$$

для прямоугольного импульса

$$I_{н}^{(R)}(\tau)=\frac{\Phi_0^2}{2}\left\{\Phi\left[\frac{\Delta\omega_к}{2}\left(\tau+\frac{T_0}{2}-\frac{qa}{2\Delta\omega_к}\right)\right]-\right.$$

$$\left.-\Phi\left[\frac{\Delta\omega_к}{2}\left(\tau-\frac{T_0}{2}-\frac{qa}{2\Delta\omega_к}\right)\right]\right\}.$$

Из приведенных формул видно, что в области $\Delta\omega_к T_0 \ll 1$ распределение интенсивности некогерентной составляющей (рассеянного поля) определяется формой спектра огибающей пространственной корреляционной функции неровностей. Максимум $I_н(\tau)$ запаздывает относительно максимума $I_{ког}(\tau)$ на время $\Delta t_m = qa/2\Delta\omega_к$. Из-за сильного расплывания ($\Delta t_{эф} \simeq 1/\Delta\omega_к$) уровень импульса в максимуме ослабевает по сравнению со случаем $\Delta\omega_к T_0 \gg 1$. С ростом девиации частоты $\Delta\omega$ интенсивность некогерентной составляющей несколько возрастает, что обусловлено увеличением рассеяния на высоких частотах и соответственно повышением роли высокочастотных компонент в спектре сигнала.

Известно, что при отражении монохроматической волны от неровной поверхности в случае $I_н \ll I_{ког}$ выполняется соотношение $I_н/I_{ког} \simeq \eta^2 + \sigma_\varphi^2 \simeq \simeq \Phi_0^2$, где η — коэффициент вариации амплитуды, σ_φ — среднеквадратичное отклонение фазы. При импульсном излучении отношение $\varkappa^{-1}(\tau) = = I_н(\tau)/I_{ког}(\tau)$ характеризует интенсивность флуктуаций на разных участках импульсного сигнала. Из приведенных в данном разделе формул следует, что при условии $\Delta\omega_к T < 1$ $\varkappa^{-1}(\tau) < \Phi_0^2$ на интервале $|\tau| \lesssim T_0/2$ и $\varkappa^{-1}(\tau) \gg \Phi_0^2$ при $\tau \gtrsim T_0$. Лишь в случае $\Delta\omega_к T_0 \gg 1$ на стационарном участке импульса, как и для монохроматического сигнала, $\varkappa^{-1} \simeq \Phi_0^2$.

6. При экспериментальных исследованиях свойств отраженных от морской поверхности акустических сигналов обычно излучается периодическая последовательность достаточно коротких импульсных сигналов с тем, чтобы отделить по времени прихода отраженный импульс от прямого. Обработка в большинстве случаев производится по основному блоку принимаемого сигнала, в частности по его огибающей. При этом естественно стремятся получить характеристики отражения, не зависящие от формы и длительности импульсов. Проведенные расчеты показывают, что для этого необходимо выполнение условия $\Delta\omega_к T_0 \gg 1$. Поскольку в этом случае среда (отражающая поверхность) является достаточно широкополосным фильтром, искажения импульсов невелики и обработку можно вести по стационарному участку импульсов. В тех случаях, когда среда становится узкополосным фильтром (при $\Delta\omega_к T_0 < 1$), обработка по основному блоку дает, как правило, заниженный результат для интенсивности флуктуаций сигналов по сравнению со случаем длинных импульсов. Чтобы получить результат, не зависящий от характеристик излучаемых импульсов при произвольной ширине полосы фильтра среды, необходимо переходить при обработке к суммарной энергии, интегрируя по длительности сигнала.

Приведем численную оценку интервалов частотной корреляции $\Delta\omega_к$ для реальных условий отражения звуковых импульсов от морской поверхности. Полагая $\sin\psi = 0{,}3$, $f = 3$ *кгц*, $\Phi_0 = 3$ ($\sigma_\zeta = 0{,}4$ *м*), $z \simeq Z = 10^2$ *м*, $a = 20$ *м*, $qa = 3$, получим $\Delta\omega_{к1}/\omega_0 \simeq \sqrt{2}/\Phi_0 = 0{,}45$, $\Delta\omega_{к2}/\omega_0 \simeq 4/\Phi_0^2 D_\alpha l^2 \simeq 0{,}15$ при $\alpha = 0$ и $\Delta\omega_{к2}/\omega_0 \simeq 1$ при $\alpha = \pi/2$. Чтобы удовлетворить условию $\Delta\omega_к T_0 \gg 1$, необходимо потребовать соответственно $\omega_0 T_0 \gg 7$ ($T_0 \gg 0{,}4$ *мсек*) и $\omega_0 T_0 \gg 2$ ($T_0 \gg \gg 0{,}1$ *мсек*). Зависимость интервалов частотной корреляции от угла α между трассами распространения звука и поверхностной волны приводит к тому, что искажения импульсных сигналов оказываются больше при «продольном» ($\alpha = 0$) распространении поверхностной волны, чем при «поперечном» ($\alpha = \pi/2$). При $z \simeq Z = 5 \cdot 10^3$ *м* (излучатель и приемник на дне океана) для тех же значений остальных параметров $\Delta\omega_{к2}/\omega_0 \simeq 3 \cdot 10^{-3} \div \div 3 \cdot 10^{-2}$ и необходимо потребовать $\omega_0 T_0 \gg 350 \div 35$ ($T_0 \gg 20 \div 2$ *мсек*). При

$\sin\psi=1$ интервалы частотной корреляции уменьшаются, а требуемая длительность импульсов возрастает примерно на порядок по сравнению с последней оценкой, т. е. $T_0 \gg 0{,}2 \div 0{,}02$ *сек*. В случае $\Phi_0^2=0{,}16$ (малые флуктуации) для $f=0{,}4$ *кгц* и приведенных выше значений остальных параметров $\Delta\omega_к/\omega_0 \simeq 2/D_\alpha qa \simeq 0{,}13-1$ при $z \simeq Z=10^2$ *м* и $\Delta\omega_к/\omega_0 \simeq 3\cdot 10^{-3} \div 3\cdot 10^{-2}$ при $z \simeq Z=5\cdot 10^3$ *м*. Оценки $\omega_0 T_0$ остаются примерно такими же, как и в случае $\Phi_0=3$, но длительность импульсов должна быть увеличена в 7,5 раза. Заметим, что при $T_0 \geqslant 0{,}1-1$ *сек* (в зависимости от значения Φ_0) начинают уже сказываться флуктуации в пределах длительности сигналов, приводящие к искажениям стационарного участка импульсов.

При наличии двух или более путей распространения для отраженных от поверхности сигналов (например, линии источник — поверхность — дно — приемник и источник — дно — поверхность — приемник) существенным является соотношение между временем затягивания некогерентной составляющей первого из приходящих сигналов $\Delta t_{эф} \approx 1/\Delta\omega_k$ и разностью времен запаздывания основных блоков рассматриваемых сигналов $\Delta t_{зап}$. При условии $\Delta t_{эф} > \Delta t_{зап}$ принципиально нельзя получить информацию о каждом из путей распространения, не зависящую от длительности излученного импульса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лекции по теории систем связи. М., «Мир», 1964.
2. *И. Толстой, К. С. Клей.* Акустика океана, М., «Мир», 1969.
3. *Б. Р. Левин.* Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. первая. М., «Сов. радио», 1969.
4. *Э. П. Гулин.* О корреляции шумоподобного излучения, отраженного от статистически неровной поверхности. Акуст. ж., 1972, *18*, 2, 219–227.
5. *Е. В. Чаевский.* Энергетические характеристики поля, рассеянного выпуклой шероховатой поверхностью. Сб. Пробл. дифр. и распростр. волн, 1966, *5*, 121–134.
6. *Э. П. Гулин.* Частотно-пространственно-временная корреляция волнового поля, рассеянного неровной поверхностью. Тр. Акуст. ин-та АН СССР, 1967, II, 49–70.
7. *Э. П. Гулин.* Корреляция волнового поля, рассеянного взволнованной водной поверхностью. Изв. вузов. Радиофизика, 1970, *13*, 3, 401–411.
8. *Г. А. Алексеев.* Рассеяние регулярных и шумовых сигналов неровной поверхностью. Радиотехника и электроника, 1968, *13*, 9, 1683–1685.
9. *В. А. Алимов, Л. М. Ерухимов.* О форме и статистических характеристиках импульсного сигнала за слоем с хаотическими неоднородностями. Изв. вузов. Радиофизика, 1968, *11*, 2, 268–277.

Акустический институт
Академии наук СССР
Сухумский филиал

Поступила
5 февраля 1973 г.