

УДК 534.213

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СОПЕЛ ПО ОТНОШЕНИЮ К ПРОДОЛЬНЫМ И ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНЫМ КОЛЕБАНИЯМ

А. Н. Руденко

Изложены результаты экспериментальных исследований акустической проводимости сопел при возбуждении основной моды и вращающейся моды (1,0). Описана установка и метод измерения, являющийся обобщением классического метода импеданс-трубы для продольно-поперечных колебаний и стационарного потока.

В работе [1] даны постановка задачи и краткий обзор работ по распространению колебаний в соплах. Следует отметить, что большая часть доступных работ носит теоретический характер. По-видимому, можно указать лишь одну работу [2], в которой описана экспериментальная проверка одномерной теории Крокко в области низких частот для сопел с линейным профилем скорости. Авторы получили хорошую сходимость теории с экспериментом после замены изоэнтропического закона политропическим и подбора соответствующего показателя политропы.

Основной вывод, вытекающий из теории, заключается в том, что поток акустической энергии через сопло для продольно-поперечных колебаний (при возбуждении высших мод) значительно меньше, чем при продольных колебаниях (основная мода) и даже может быть отрицательным, т. е. сопло, примыкающее к камере сгорания, может оказывать на нее дестабилизирующее влияние. Так как этот вывод получен теоретически и из линейной теории, то представляет интерес сравнение результатов расчетов с экспериментом. В настоящей работе приводится сравнение экспериментальных характеристик сопел с расчетными результатами, приведенными в [1] и в других работах, а также с одномерной линейной теорией [3]. Рассмотрено 5 сопел.

Измерения проводились методом импеданс-трубы, обобщенным на случай среднего потока и наличия высших мод. Как стало известно сравнительно недавно [4], в США начата разработка аналогичного метода для исследования характеристик сопел и резонансных поглотителей.

Экспериментальная установка и методика измерений. Как известно [5], коэффициент отражения для плоских волн может быть определен по результатам измерений акустического поля на участке между источником колебаний и нагрузкой. При возбуждении одной из высших мод и при сверхкритической частоте может быть применен аналогичный способ.

Акустическая проводимость определяется одинаково как для основной, так и для высших волновых мод:

$$(1) \quad \eta = \delta + i\sigma = \rho c v_x / p.$$

Связь между проводимостью и коэффициентом отражения имеет различный вид для обоих случаев.

Рассмотрим распространение колебаний одной моды в цилиндрической трубе, заполненной газом, движущимся со скоростью \bar{v} . Течение предполагается потенциальным и изэнтропическим. Труба с одной стороны (вниз по потоку) оканчивается соплом, с другой стороны расположен источник колебаний (пульсатор). Пусть начало координат находится во входном сечении сопла, а ось x направлена по потоку. Предполагая, что зависимость всех параметров от времени является гармонической, ($e^{-i\omega t}$) запишем линеаризованные уравнения движения и неразрывности

$$(2) \quad \left(-i\omega + \bar{v} \frac{\partial}{\partial x}\right) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p,$$

$$(3) \quad \frac{1}{c^2} \left(-i\omega + \bar{v} \frac{\partial}{\partial x}\right) p = -\rho \nabla v.$$

Скорость колебаний частиц и звуковое давление можно выразить через акустический потенциал по формулам

$$(4) \quad \begin{aligned} \mathbf{v} &= \nabla \Phi, \\ p &= -\rho \left(-i\omega + \bar{v} \frac{\partial}{\partial x}\right) \Phi. \end{aligned}$$

Подстановка формулы (4) в уравнение (3) дает для потенциала Φ волновое уравнение

$$(5) \quad \Delta \Phi - \frac{1}{c^2} \left(-i\omega + \bar{v} \frac{\partial}{\partial x}\right)^2 \Phi = 0.$$

Откуда после разделения переменных получим

$$(6) \quad \Delta_{r, \psi} \Phi = -k_{r, \psi}^2 \Phi.$$

Здесь $\Delta_{r, \psi}$ — оператор Лапласа в цилиндрических координатах, соответствующих поперечному сечению трубы, $k_{r, \psi}$ — собственное число, соответствующее рассматриваемой моде.

Градиент осевой скорости $\partial v_x / \partial x$ можно выразить через p и $\partial p / \partial x$ при помощи формул (3), (4) и (6); в результате получим

$$(7) \quad \begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial x} &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \Delta \Phi - \Delta_{r, \psi} \Phi = \Delta \Phi + k_{r, \psi}^2 \Phi = \\ &= \frac{i \frac{\omega}{c^2} (1 - 1/\bar{v}^2) p - \frac{M}{c} (1 + 1/\bar{v}^2) \frac{\partial p}{\partial x}}{\rho (1 + M^2/\bar{v}^2)} \end{aligned}$$

где $\bar{\nu} = \frac{\omega}{k_{r, \psi} c}$ — частота, отнесенная к собственной частоте данной

моды (m, n).

Подставляя формулы (7) и (4) в уравнение (2), получим

$$(8) \quad \eta = \frac{1}{1 + \frac{M^2}{\bar{\nu}^2}} \left[M (1 - 1/\bar{\nu}^2) - i (1 - M^2) c / \omega \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x} \right]$$

Обозначим через P и φ модуль и фазу комплексной амплитуды давления $p = P e^{2\pi i \varphi}$. Тогда выражение (8) можно переписать в виде

$$(9) \quad \eta = \frac{1}{1 + \frac{M^2}{\bar{\nu}^2}} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{x}} + M (1 - 1/\bar{\nu}^2) - i \cdot 0,01835 \frac{\partial L}{\partial \bar{x}} \right],$$

где $\bar{x} = \frac{1}{2\pi(1-M^2)} \frac{\omega x}{c}$, $L=20 \lg P$ — уровень амплитуды в децибелах.

Из формулы (9) видно, что вещественная часть проводимости в данном сечении пропорциональна градиенту фазы (с точностью до постоянного слагаемого), а мнимая часть — градиенту амплитуды, выраженной в ∂B .

Для основной моды следует положить $k_{r_{mn}}=0$ и, следовательно, в формуле (9) $1/\bar{v}=0$.

Отсюда следует простой способ измерения проводимости, в котором вещественная и мнимая части определяются из двух независимых измерений. Следовательно, погрешности в их определении не влияют друг на друга. Кроме того, этот способ позволяет определить знак вещественной части, что существенно, если в системе возможны активные элементы. Однако достаточную точность определения градиентов обеспечить трудно (особенно при измерении фазы), поэтому в настоящей работе применялся другой способ, а рассмотренный выше использовался как дублирующий и для уточнения знака вещественной части проводимости.

Акустическое поле для заданной моды находится из решения уравнения (5), которое имеет вид

$$(10) \quad \Phi = j_m(k_{r_{mn}}r) e^{\pm im\varphi} \left[A_+ \exp\left(\frac{\sqrt{d}-M}{1-M^2} \frac{\omega}{c} x\right) + \right. \\ \left. + A_- \exp\left(\frac{-\sqrt{d}+M}{1-M^2} \frac{\omega}{c} x\right) \right],$$

где

$$d = \begin{cases} 1 & \text{для основной моды,} \\ 1 - (1-M^2)/\bar{v}^2 & \text{для высших мод.} \end{cases}$$

Подставляя решение (10) в формулы для давления и скорости (4) и воспользовавшись определением (1), найдем выражение для проводимости и для поля давления

$$(11) \quad \eta = \frac{1}{1+M^2/\bar{v}^2} \left(\sqrt{d} \frac{1-q}{1+q} - \frac{M}{\bar{v}^2} \right),$$

$$(12) \quad p = \exp\left(-i \frac{\omega}{c} x \frac{M}{1-M^2}\right) \left\{ \exp\left(i \frac{\omega x}{c} \frac{\sqrt{d}}{1-M^2}\right) + \right. \\ \left. + q_0 \exp\left(-i \frac{\omega x}{c} \frac{\sqrt{d}}{1-M^2}\right) \right\},$$

где $q = \frac{A_-}{A_+} \frac{1+M\sqrt{d}}{1-M\sqrt{d}} \exp\left(-2i \frac{\omega}{c} \frac{x\sqrt{d}}{1-M^2}\right)$, q_0 — коэффициент отражения сопла ($x=0$).

Пользуясь формулой (12), можно показать, что отношение амплитуд в максимуме и минимуме волны давления (P_{\max} и P_{\min}) связано с модулем коэффициента отражения q_0 соотношением

$$(13) \quad |q_0| = \begin{cases} \operatorname{th} \frac{\Delta L}{17,36} & \text{при } |q_0| < 1 \\ \operatorname{cth} \frac{\Delta L}{17,36} & \text{при } |q_0| > 1, \end{cases}$$

где $\Delta L = 20 \lg P_{\max}/P_{\min}$.

Координата минимума определяет фазу коэффициента отражения

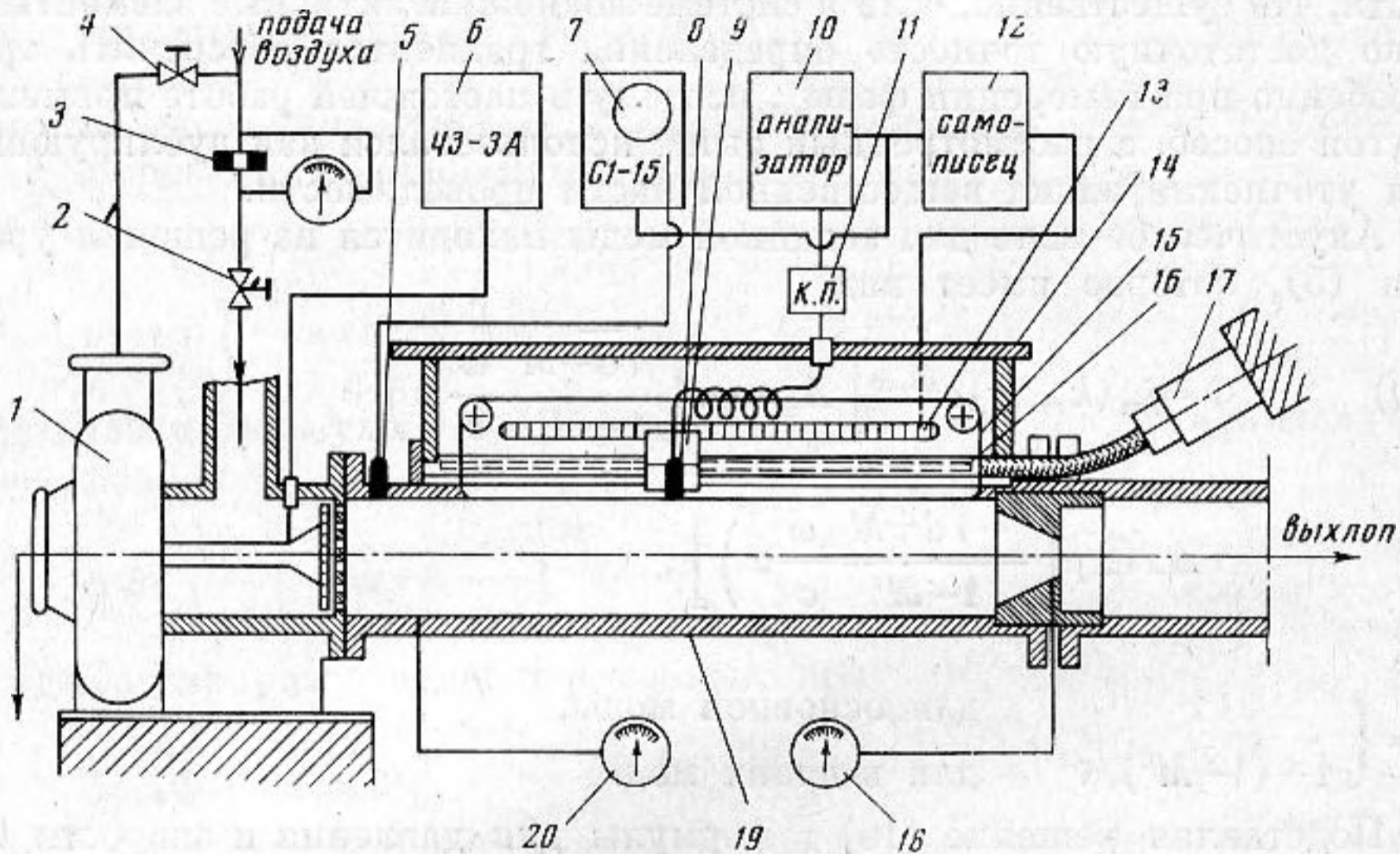
$$(14) \quad \arg q_0 = \pi \left(1 + 4 \frac{x_{\min}}{\lambda} \right),$$

где

$$(15) \quad \lambda = \frac{c}{v} \frac{1 - M^2}{\sqrt{d}} \quad \text{длина волны.}$$

Для основной моды ($d=1, 1/v=0$) формулы (11)–(15) переходят в формулы, обычно применяемые в методе стоячих волн.

Условие $|q_0| < 1$ всегда выполняется для пассивных систем в неподвижной среде. При наличии среднего потока коэффициент отражения



Фиг. 1

может быть больше единицы даже в случае пассивной системы. Анализ выражения для потока акустической энергии показывает, что условие пассивности (положительности потока акустической энергии) имеет вид

$$|q_0| < \sqrt{\frac{1 + M\sqrt{d}}{1 - M\sqrt{d}}}$$

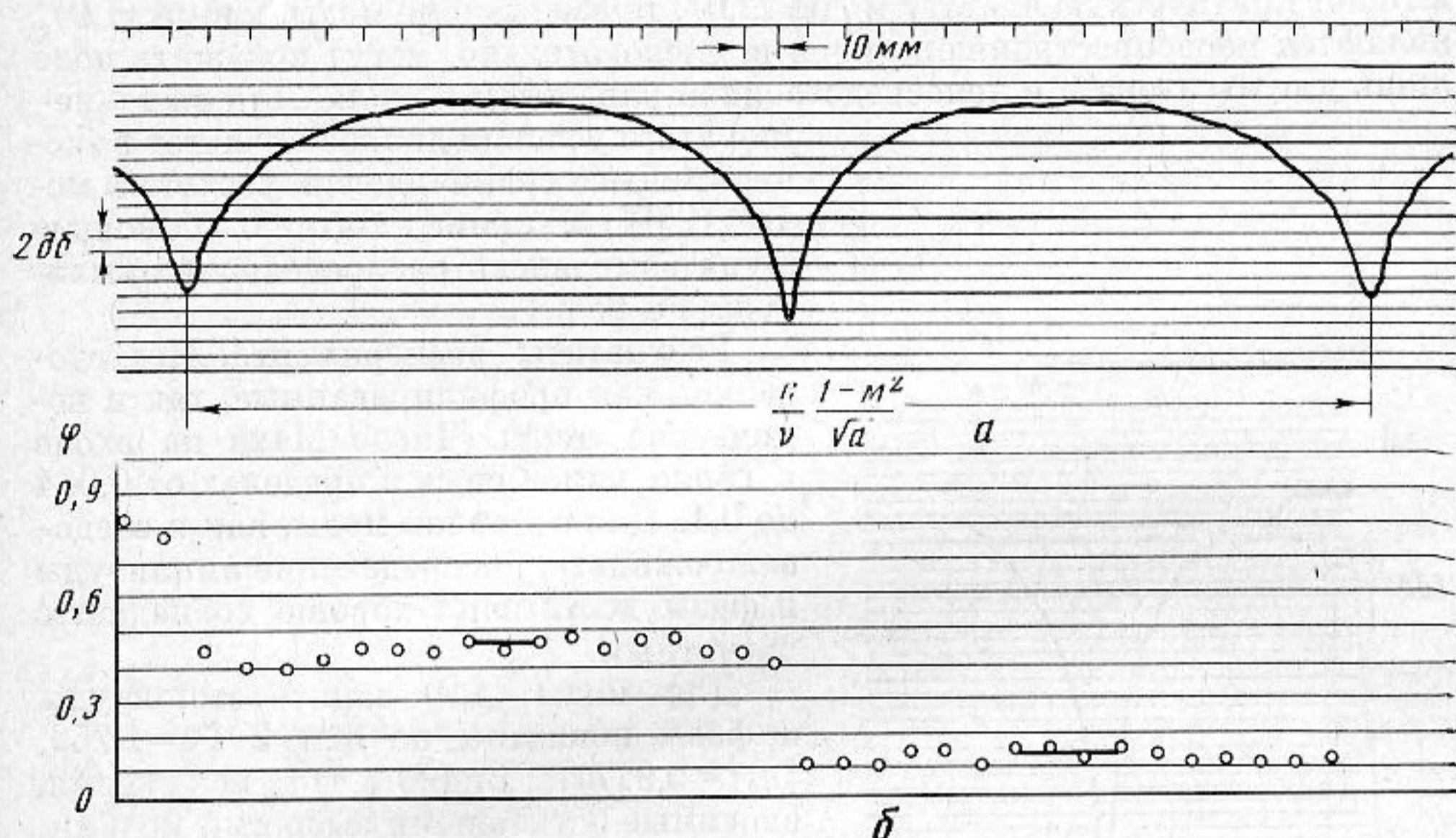
Для проверки условия (13) необходимо измерение фазы. Из формул (9) и (11) следует, что

$$(16) \quad \begin{aligned} \frac{d\varphi}{d\bar{x}} &> -M \quad \text{при } |q_0| < 1, \\ \frac{d\varphi}{d\bar{x}} &< -M \quad \text{при } |q_0| > 1. \end{aligned}$$

Эти неравенства используются при выборе условия в формуле (13). В эксперименте эта проверка производилась в минимуме волны давления, где градиент фазы максимален.

Схема установки для измерения коэффициента отражения показана на фиг. 1. Сжатый воздух под давлением до 5 бар подается через задвижки 4 и 2 на приводную турбину пульсатора 1 и через пульсатор — в импедансную трубу 19. Импедансная труба представляет собой цилиндр диаметром 150 мм, имеющий вдоль образующей щель шириной 13 мм и длиной 500 мм. Щель закрывается стальной лентой 15 толщиной 0,4 мм, перемещающейся вместе с ползуном 9 вдоль щели внутри коробки 14. Ползун 9 приводится

в движение с помощью ходового винта 16 электромотором 17, соединенным с винтом через гибкий валик. Осевое положение датчика регистрируется с помощью контактов 13, расположенных внутри коробки с шагом 10 мм. В ползуне 9 установлен пьезокерамический датчик 8 заподлицо с поверхностью ленты. Сигнал от датчика через катодный повторитель 11 поступает на анализатор 13 (тип 2107) с октавной избирательностью 45 дБ (полоса пропускания 6%), затем — на самописец уровней 12 (тип 2305) и на осциллограф С1-15. Одновременно на боковое перо самописца подается сигнал от контактов 13. Синхронизация луча осциллографа производится



Фиг. 2

по сигналу от неподвижного датчика 5, установленного в непосредственной близости от пульсатора. Экран осциллографа фотографируется регистрирующей фотокамерой РФК-5, срабатывающей по сигналу от контактов 13. Фаза колебаний определяется по смещению синусоиды на экране осциллографа; начало отсчета фазы можно выбрать произвольным. Частота (число оборотов) определяется с помощью цифрового частотомера 6 (ЧЗ-3А). Статическое давление в трубе и критическом сечении сопла определяется с помощью механических манометров 20 и 18 класса 0,6. Скорость потока на мерном участке определяется по шайбе 3 и проверяется по перепаду давления на сопле.

При возбуждении основной моды на частотах, выше критической частоты моды (1,0) (приблизительно 1310 гц при диаметре 150 мм), для устранения высших мод в трубе устанавливался 4-лопастный крест с острыми кромками (толщина лопастей 2 мм). Сравнение результатов измерений при низких частотах без креста и с крестом показало, что последний вносит несущественное затухание.

Амплитуда колебаний в максимуме волны давления составляла 3–5% от среднего давления.

Основная мода возбуждалась дисками с равномерным расположением отверстий (одинаковым как на роторе, так и на статоре пульсатора). Для возбуждения моды (1,0) в статоре было предусмотрено число отверстий на одно меньше, чем в роторе (для моды $(m, 0)$ должно быть соответственно на m отверстий меньше). Тогда при равномерном расположении отверстий возбуждается вращающаяся мода. Для получения стоячей моды отверстия на роторе и статоре должны быть расположены с одинаковым

угловым шагом и на половине длины окружности соответственно сдвинуты на полшага на одном из дисков.

В настоящей работе эксперимент проводился только для вращающейся моды. Из формулы (10) следует, что при этом скорость вращения акустического поля должна быть в m раз меньше, чем угловая частота колебаний. Можно показать, что при описанном способе возбуждения это условие выполняется.

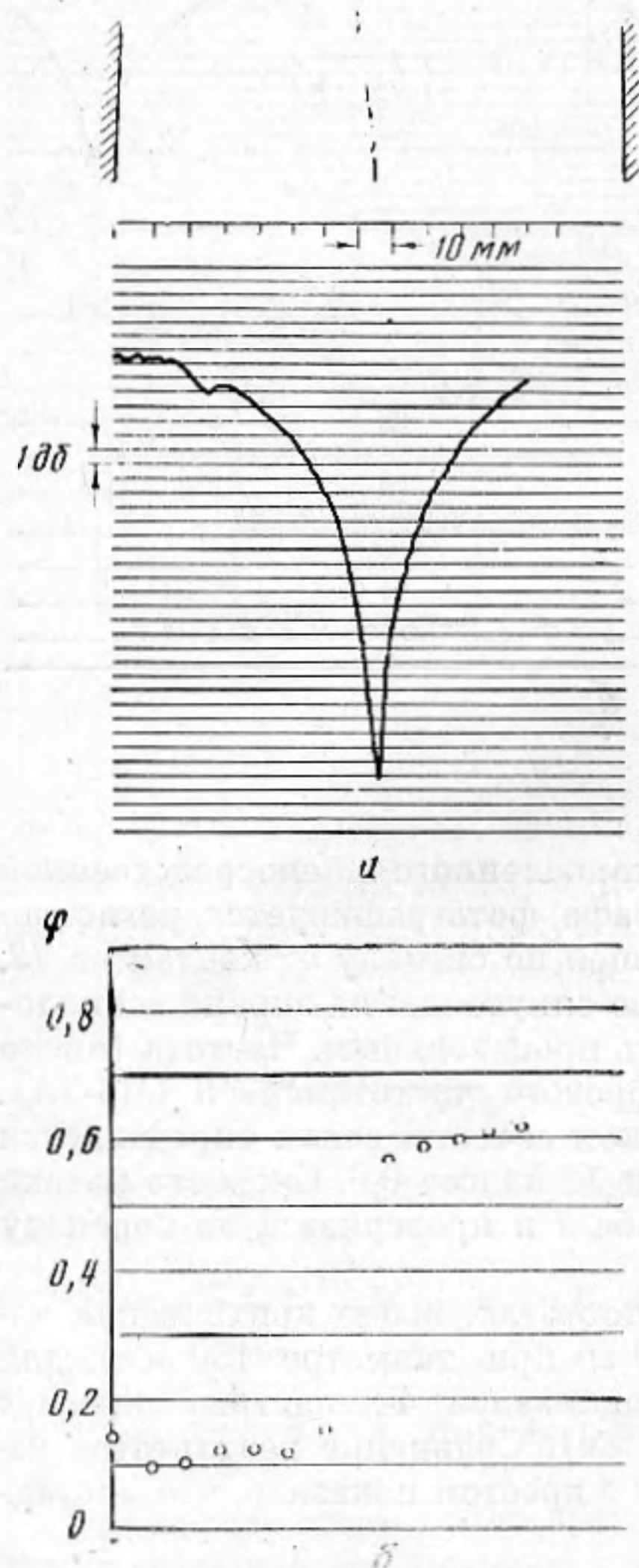
Так как профиль отверстий и их распределение по радиусу не выбирались специальным образом, то при работе пульсатора должна возбуждаться не только мода (1,0), но и все остальные. Однако если частота не превышает критическую частоту моды (2,0), то все высшие моды, кроме (1,0), являются нераспространяющимися и, следовательно, могут искажать поле лишь у пульсатора и в непосредственной близости от сопла. Для выполнения

этого условия диапазон частот в эксперименте ограничивался частотой моды (2,0) и, кроме того, с помощью щупа измерялось распределение амплитуды по радиусу.

Результаты эксперимента. Исследовались как профилированные, так и конические сопла. Число Маха на входе в сопло изменялось в пределах от 0,064 до 0,1. Для основной моды, как и следовало ожидать, распределение амплитуды и фазы достаточно хорошо совпадает с расчетным.

Для моды (1,0) запись амплитуды и фазы показаны на фиг. 2 ($\sqrt{\nu}=1,256$, $|q_0|=0,917$). Видно, что искажения, вносимые остальными высшими модами, невелики и возбуждается в основном одна мода. Длина волны совпадает с расчетной, определенной по формуле (15). На фиг. 2, б точками показаны экспериментальные значения фазы, а сплошной линией — градиент фазы, рассчитанный по волне давления (см. формулу (9)). Как видно, расчетные значения градиента совпадают с экспериментальными. Так как фаза и амплитуда измеряются независимо друг от друга, то это доказывает правомерность принятого метода обработки.

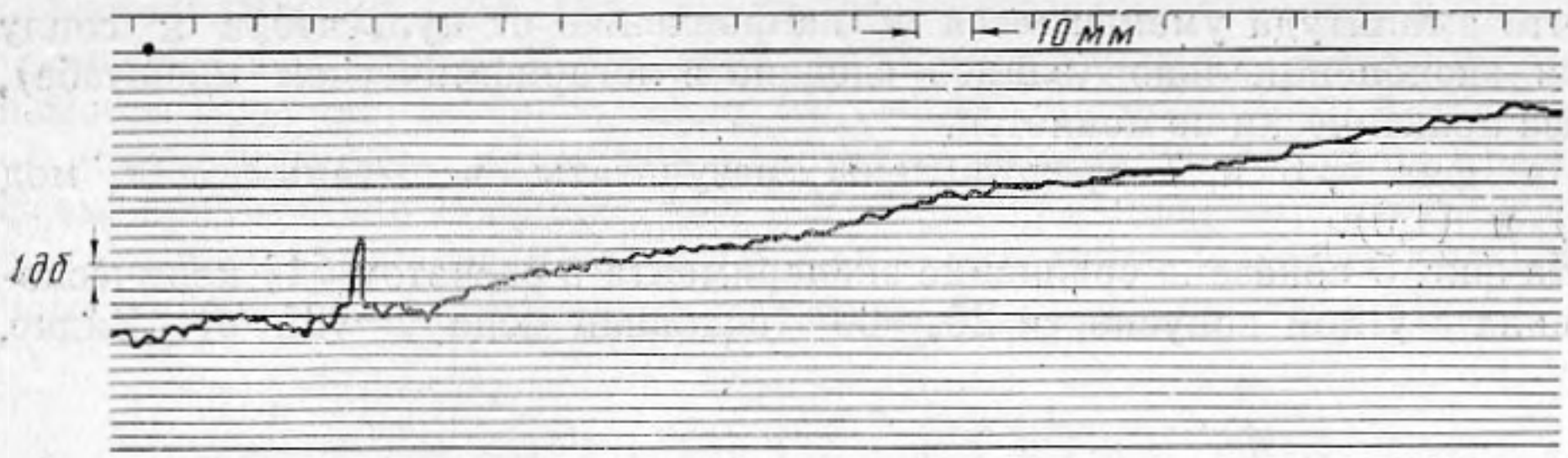
Кроме того, в одном сечении измерялось относительное распределение амплитуды по радиусу. На фиг. 3 показаны результаты измерения для того же режима, что и на фиг. 2. Из фиг. 3 видно, что на оси трубы амплитуда на 30 дБ ниже, чем у стенки, т. е. составляет $\sim 3\%$ от последней. Колебания давления в точках, лежащих на одном диаметре



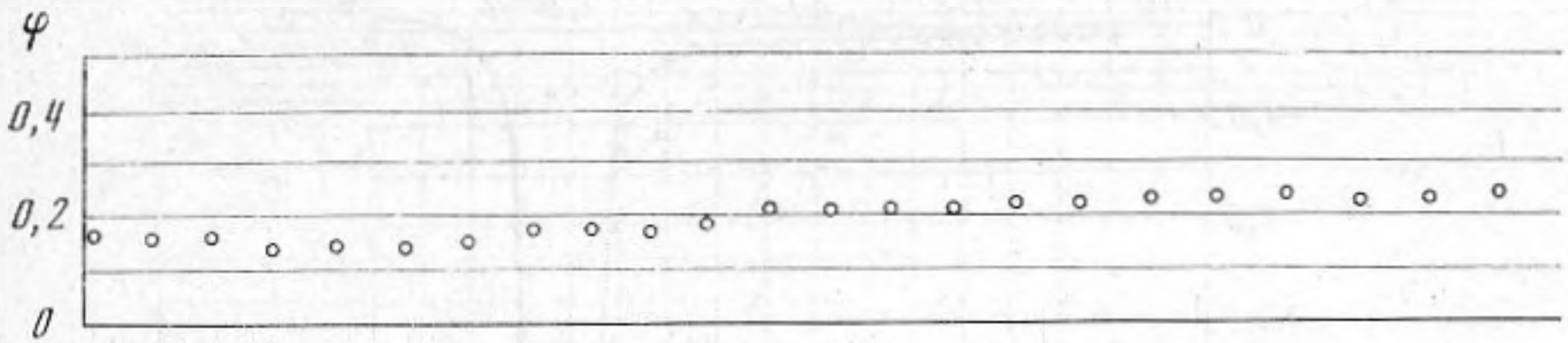
Фиг. 3

по разные стороны от оси, находятся в противофазе, как это и должно быть для моды (1,0).

Приведенное на фиг. 2 распределение амплитуды характерно для сверхкритической частоты ($\sqrt{\nu} > \sqrt{1-M^2}$). При докритической частоте рассматриваемая мода является нераспространяющейся. Типичное для этого случая распределение амплитуды колебаний показано на фиг. 4 ($\sqrt{\nu}=0,986$). Вид-

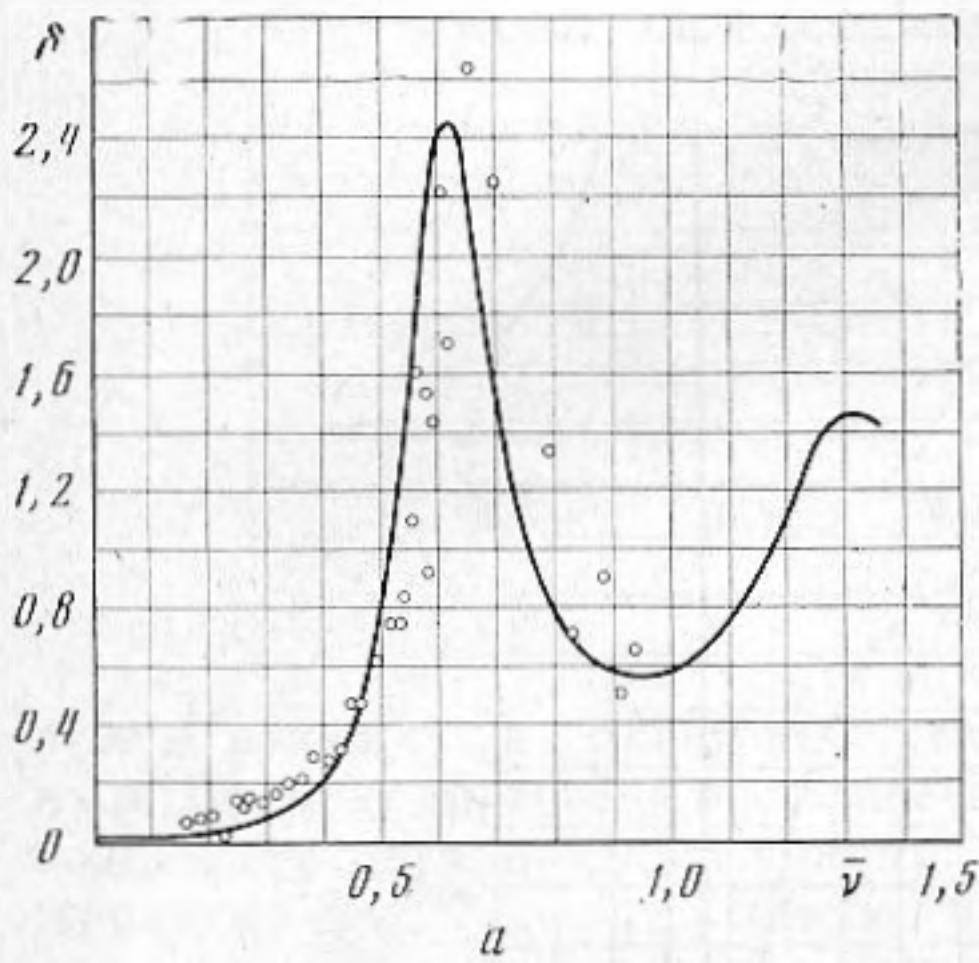


a

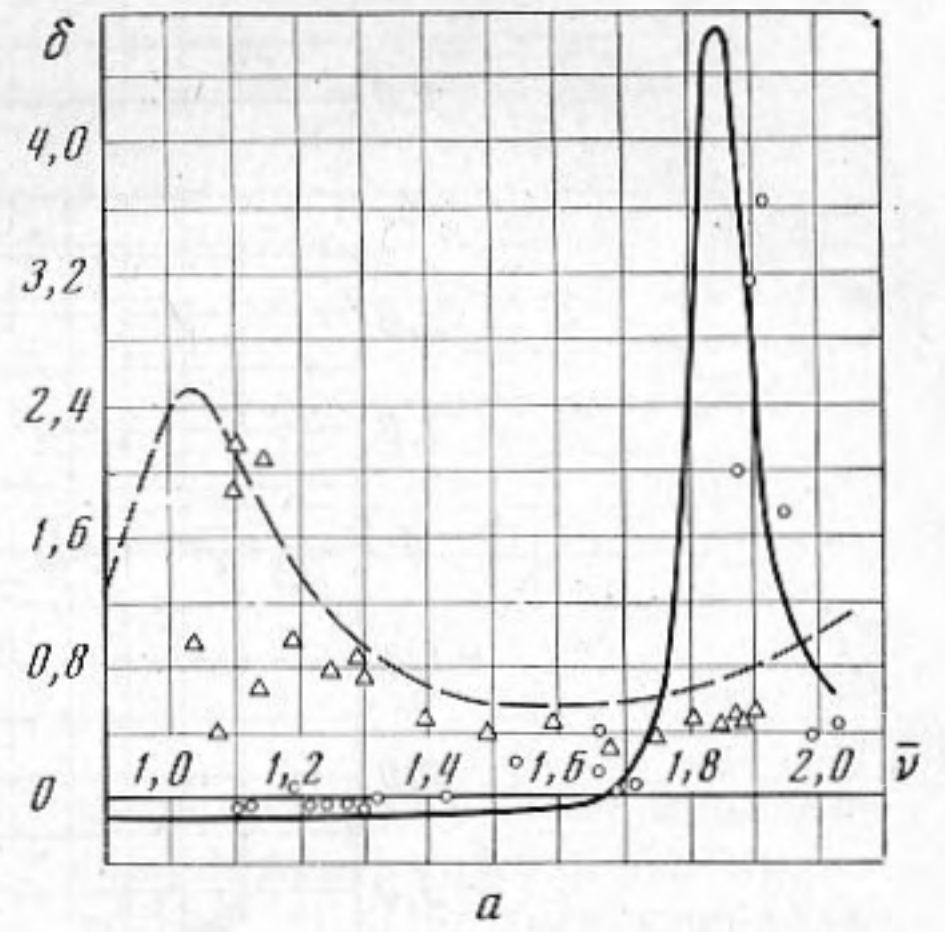


δ

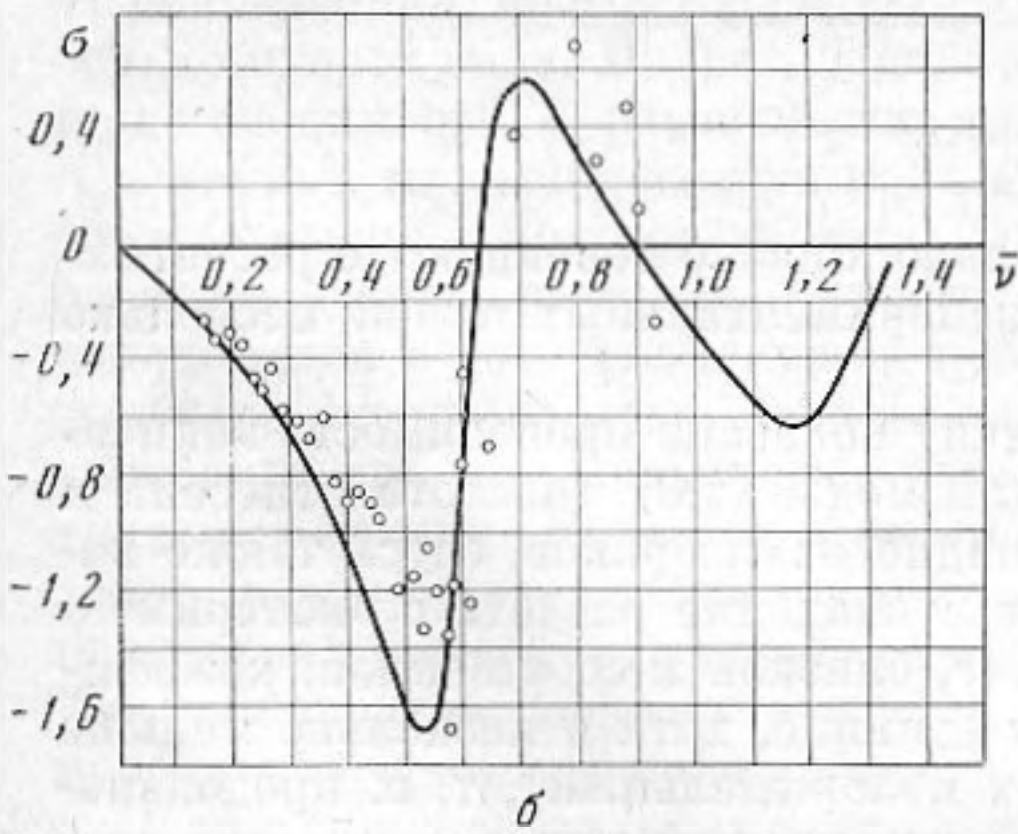
Фиг. 4



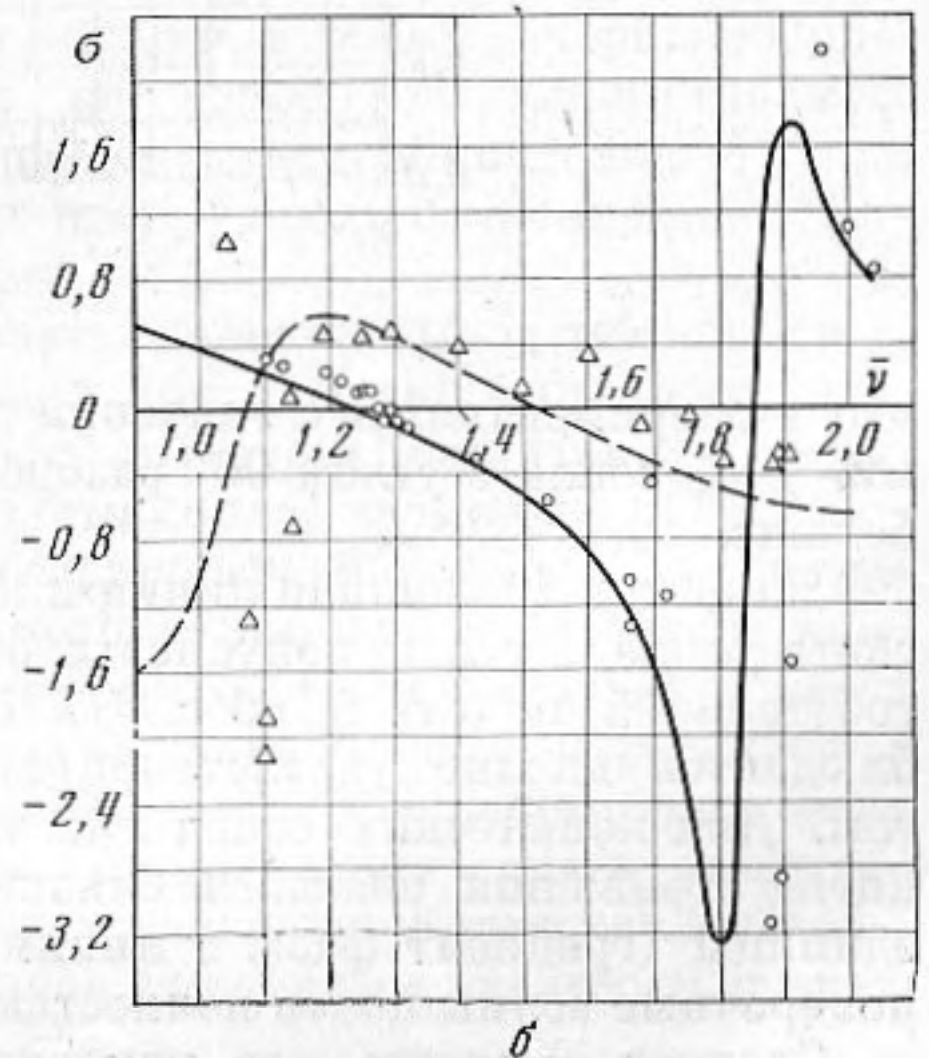
a



a



б



б

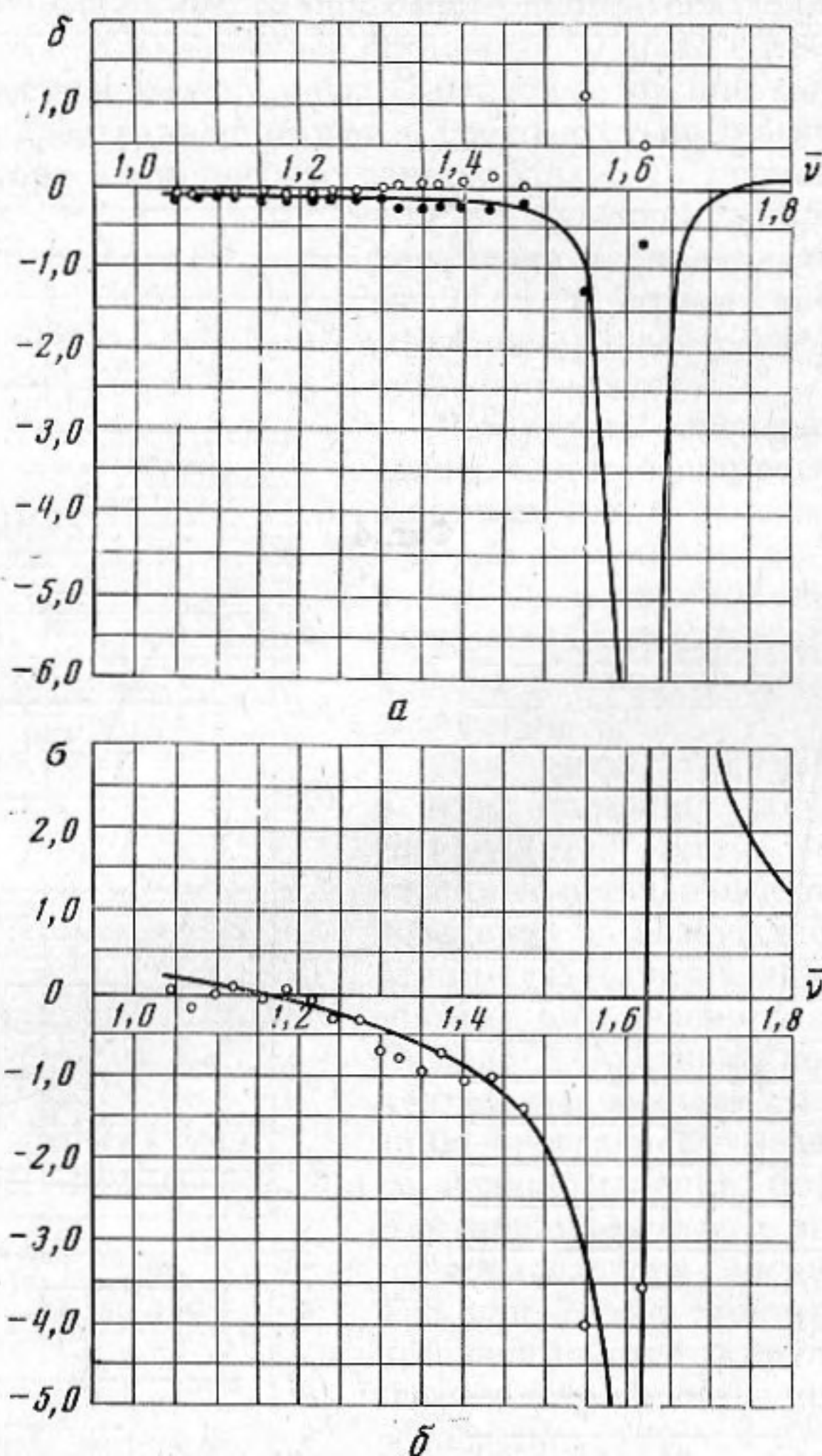
Фиг. 5.

Фиг. 6

но, что амплитуда уменьшается по направлению от пульсатора к соплу почти экспоненциально (запись сделана в логарифмическом масштабе), а фаза практически не меняется.

На фиг. 5, 6 и 7 представлены результаты испытаний для мод (0,0) и (1,0).

На фиг. 5 показано сравнение эксперимента с расчетом [1] конического сопла с углом конусности $2\theta_0=60^\circ$ (основная мода $\bar{\nu}=\sqrt{2}L_c/c$). Видно,



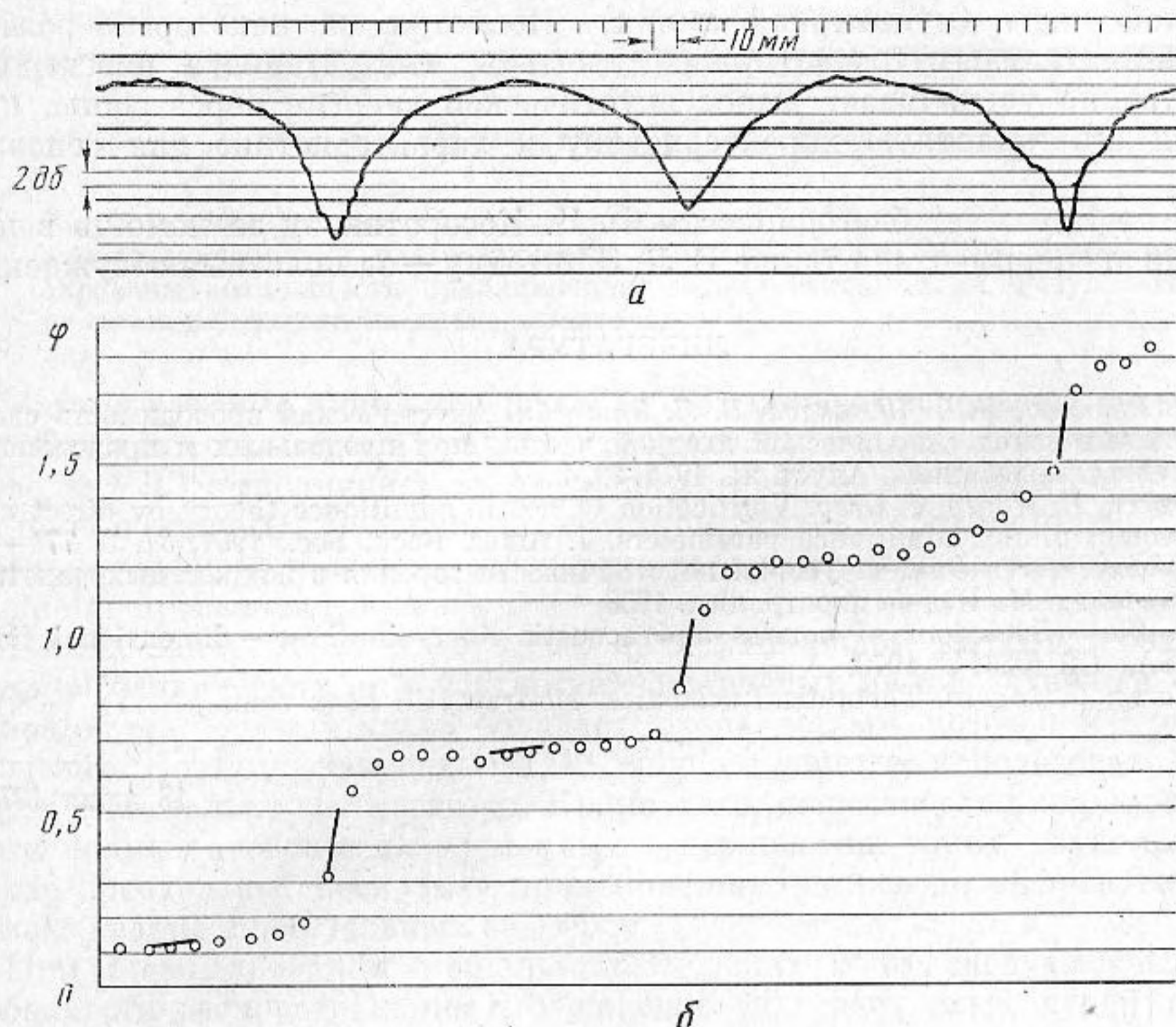
Фиг. 7

что экспериментальные значения довольно хорошо совпадают с расчетными. Для сопла с углом 90° разброс экспериментальных точек несколько больше.

На фиг. 6 (сплошная линия и кружки) показана проводимость конического сопла с углом конусности 60° для моды (1,0) (частота отнесена к собственной частоте $0,586 c/D$). Как видно из графиков, здесь также наблюдается вполне удовлетворительное совпадение расчета с экспериментом. Для конических сопел при частоте, близкой к собственной, коэффициент отражения оказался близким к единице, хотя и несколько меньше единицы (градиент фазы в минимумах положительный), т. е. продольно-поперечные волны почти полностью отражаются от сопла.

Следует заметить, что измерения фазы не всегда были надежными из-за плохого синхронизирующего сигнала, что делало затруднительной

проверку условия (16). Однако, где это было возможно, такая проверка производилась. На фиг. 7 показана экспериментальная и расчетная проводимости профилированного сопла ($M_{\text{вх}}=0,1$) для моды $(1,0)^*$. В отличие от конических сопел здесь при некоторых частотах наблюдался градиент фазы, значительно меньший, чем $-M$. Пример записи амплитуды и фазы для этого случая показан на фиг. 8. Сопло находилось слева от изображенного участка и, следовательно, градиент фазы всюду отрицателен. Как



Фиг. 8

уже отмечалось, на некоторых режимах измерение фазы было ненадежным. Поэтому обработка эксперимента для профилированных сопел производилась в двух предположениях: $|q_0| < 1$ и $|q_0| > 1$. Первому предположению на фиг. 7, а соответствуют белые кружки, второму — черные. Определение мнимой части проводимости не зависит от принимаемого предположения, поэтому на фиг. 7, б приведены экспериментальные точки только одного вида. Из фиг. 7 видно, что второе предположение дает лучшую сходимость с расчетными данными.

Результаты эксперимента подтверждают основной вывод теории о том, что для высших мод при частоте, близкой к критической, вынос акустической энергии через сопло отсутствует или ничтожно мал. Причина этого заключается в том, что в сужающейся части сопла, начиная с некоторого диаметра, данная мода становится нераспространяющейся. Амплитуда колебаний сильно уменьшается вниз по потоку (см. фиг. 4) и вблизи критического сечения становится весьма малой, в связи с чем излучение через сопло резко падает. Осевое движение газа теряет волновой характер, и продольная компонента скорости становится намного меньше поперечной. Так как перенос энергии волной в осевом направлении связан именно с продольной составляющей скорости, то для увеличения выноса акустической энергии следует ограничить поперечное движение и увеличить осевую

* Расчет выполнен В. Л. Эпштейном.

составляющую пульсационной скорости, например с помощью перегородок. Для выяснения влияния перегородок на акустические характеристики сопла был проведен следующий эксперимент. В коническом сопле с углом конусности 60° был установлен 4-лопастный крест так, что передние кромки его находились в плоскости входного сечения сопла. На мерном участке перед соплом возбуждалась мода (1,0) и проводимость измерялась так же, как и без перегородок. Результаты испытаний приведены на фиг. 6 (треугольники). Там же для сравнения нанесены расчетные кривые для основной моды (пунктирная линия). Несмотря на некоторый разброс экспериментальных точек, можно отметить, что установка перегородок существенно увеличивает вынос акустической энергии через сопло, приближая его частотную характеристику к характеристике для основной моды.

Автор выражает благодарность Ф. Я. Косоротикову за помощь в проведении эксперимента, а также В. Л. Эпштейну — за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Руденко, И. С. Шлыкова, В. Л. Эпштейн. Акустическая проводимость сверхзвуковых сопел с конической входной частью при продольных и продольно-поперечных колебаниях. Акуст. ж., 1974, 20, 4.
2. L. Crocco, R. Monty, J. Grey. Verification of nozzle admittance theory by direct measurement of the admittance parameters. J. Amer. Rock. Soc., 1961, 31, 6, 771-775.
3. Л. Крокко, Чжен Сунь-и. Теория неустойчивости горения в жидкостных ракетных двигателях. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
4. B. T. Zinn. Behaviour of nozzles and acoustic liners in three - dimensional fields. NASA, CR-102614, 1970.
5. P. Morse, U. Ingard. Theoretical acoustics. McGraw-Hill book comp., N. Y., 1968.

Поступила
18 июля 1973 г.