АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXI 1975 Вып. 2

УДК 534.231.1

О ПРИМЕНИМОСТИ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧЕ

В. Д. Белов, С. А. Рыбак

Устанавливаются условия применимости уравнения переноса при распространении волн в одномерной структуре со случайными параметрами.

В задачах о распространении волн в случайно-неоднородной среде оказывается эффективным метод функций Грина. Изложение этого метода можно найти в работах [1, 2]. Рассмотрим уравнение

$$\varphi''(x)+k_0^2(1+\varepsilon(x))\varphi(x)=\delta(x-x_0),$$

где $\varphi(x)$ — потенциал поля, k_0 — волновое число, $\varepsilon(x)$ — величина неоднородности при непрерывном распределении неоднородностей, x — координата вдоль одномерной структуры, $\delta(x-x_0)$ — дельта-функция Дирака.

Среда обладает поглощением, которое учитывается в виде $k_0=q\left(1+\frac{i\eta}{2}\right)$, где η — коэффициент поглощения. Случайная величина неоднородности $\varepsilon(x)$ подчиняется гауссовскому закону распределения, при этом центральные моменты нечетного порядка равны нулю ($\overline{\varepsilon_1}=0$, $\overline{\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3}=0, \ldots$), а все моменты четного порядка выражаются через моменты второго порядка. Пространственная корреляционная функция $\overline{\varepsilon(x)\varepsilon(y)}$ имеет вид

$$\overline{\varepsilon(x)\varepsilon(y)}=R_0^2\frac{1}{r\pi^{1/2}}e^{-(x-y)^2/r^2}\underset{r\to 0}{\simeq}R_0^2\delta(x-y),$$

где r — радиус пространственной корреляции неоднородностей, $qR_0^2\ll 1$; $\eta<qR_0^2$; $R_0^2=\overline{\varepsilon^2}r\pi^{1/2}$. Предполагается, что выполняется условие мелкомасштабности: $qr\ll 1$.

Среднее поле находится с помощью уравнения Дайсона:

$$\overline{\varphi}(x-x_0)=\overline{G}(x-x_0)=G_0(x-x_0)+ \tag{1}$$

$$+\iint\limits_{-\infty}^{\infty}G_0(x-x_1)M(x_1-x_2)\overline{G}(x_2-x_0)\,dx_1\,dx_2,$$

где $G_0(x-x_0)=-i\exp(ik_0|x-x|)/2k_0$ — нулевая функция Грина, а $M(x_1-x_2)$ — массовый оператор, который представляет собой бесконечный ряд:

$$M(x_1-x_2)=q^3(qR_0^2)G_0(x_1-x_2)\delta(x_1-x_2)+ \tag{2}$$

$$+q^6(qR_0^2)^2G_0(0)\delta(x_1-x_2)\int\limits_{-\infty}^{\infty}G_0(x_1-x_3)G_0(x_3-x_2)\,dx_3+$$

$$+q^6(qR_0^2)^2G_0^3(x_1-x_2)+\ldots$$

Корреляционная функция $\overline{\varphi(x-x_0)\varphi^*(y-x_0)}$ находится из уравнения Бете – Солпитера:

$$(3)\qquad \overline{\varphi(x-x_0)\varphi^*(y-x_0)}=\overline{G(x-x_0)G^*(y-x_0)}=$$

$$=\overline{G}(x-x_0)\overline{G}^*(y-x_0)+\iiiint\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{G}(x-x_1)\overline{G}^*(y-y_1)K(x_1,x_2;y_1,y_2)\times$$

$$\times\overline{G(x_2-x_0)G^*(y_2-x_0)}\,dx_1\,dx_2\,dy_1\,dy_2,$$

где $K(x_1, x_2; y_1, y_2)$ представляет собой бесконечный ряд:

$$(4)\qquad K(x_1,x_2;y_1,y_2)=q^3(qR_0^2)\delta(x_1-x_2)\delta(y_1-y_2)\delta(x_1-y_1)+$$

$$+q^6(qR_0^2)^2\overline{G}(x-x_2)\overline{G}^*(y_1-y_2)\delta(x_1-y_2)\delta(y_1-x_2)+$$

$$+q^2k_0^4(qR_0^2)^2\delta(x_1-x_2)\delta(y_1-y_2)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{G}(x_1-x_3)\overline{G}(x_3-x_2)\delta(y_1-x_3)\,dx_3+$$

$$+q^2k_0^{*4}(qR_0^2)^2\delta(x_1-x_2)\delta(y_1-y_2)\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{G}^*(y_1-y_3)\overline{G}^*(y_3-y_2)\delta(x_1-y_3)\,dy_3+\ldots,$$

где y – координата вдоль одномерной структуры в комплексно-сопряженной функции Грина G^*.

Первый член выражения (2) соответствует приближению Бурре, а первый член выражения (4) – «лестничному» приближению. Согласно оптической теореме, сформулированной в [3], для выполнения закона сохранения энергии «лестничному» приближению в уравнении Бете – Солпитера должно соответствовать приближение Бурре в уравнении Дайсона.

Интегральное уравнение Дайсона с разностным ядром $G_0(x-x_1)M(x_1-x_2)$ можно решить с помощью преобразования Фурье. Решение уравнения (1) имеет вид

$$(5)\qquad \overline{G}(x-x_0)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{ik(x-x_0)}}{(G_{0k})^{-1}-M_k}\,dk,$$

где $G_{0k}=-1/(k^2-k_0^2)$ – преобразование Фурье от одномерной функции Грина $G_0(x-x_0)$, а M_k – преобразование Фурье массового оператора (2), которое имеет вид

$$(6)\qquad M_k=\frac{-ik_0^2}{2}(k_0R_0^2)+\frac{k_0^4}{2}(k_0R_0^2)^2G_0^2(0)+\frac{3}{4}\frac{k_0^4}{k^2-9k_0^2}(k_0R_0^2)^2+.$$

В приближении Бурре решение уравнения Дайсона (5) (см. [4]) имеет вид

$$(7)\qquad \overline{G}(x-x_0)=-\frac{i}{2k_1}e^{ik_1|x-x_0|},$$

где $k_1=q(1+i(\eta/2+qR_0^2/4))$.

Среднее поле в приближении Бурре в присутствии неоднородностей имеет тот же пространственный период осцилляций, что и поле при отсутствии неоднородностей, но спадает быстрее при удалении от источника $\sim\exp(-qR_0^2|x-x_0|/4)$.

Если в выражении (6) учесть члены второго порядка малости по qR_0^2, то можно получить решение для средней функции Грина:

$$\overline{G}(x-x_0)=\frac{-i}{2k_2}e^{ik_2|x-x_0|}, \tag{8}$$

где $k_2=q[1-(qR_0^2)\eta/4-13(qR_0^2)^2/256+i(\eta/2+qR_0^2/4)]$.
Сравнение выражений для среднего поля (7) и (8) показывает, что в присутствии неоднородностей среднее поле не только быстрее спадает при удалении от источника, но и увеличивается пространственный период его осцилляций.

Если в уравнении Бете — Солпитера (см. (3)) положить $x=y$, то средняя интенсивность $\overline{|G(x-x_0)|^2}$ выражается через корреляционную функцию $\overline{G(x_2-x_0)G^*(y_2-x_0)}$:

$$\overline{|G(x-x_0)|^2}=|\overline{G}(x-x_0)|^2+\iiiint\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{G}(x-x_1)\overline{G}^*(x-y_1)K(x_1,x_2;y_1,y_2)\times \tag{9}$$

$$\times\overline{G(x_2-x_0)G^*(y_2-x_0)}\,dx_1\,dx_2\,dy_1\,dy_2.$$

В «лестничном» приближении уравнение (9) сводится к уравнению переноса:

$$\overline{|G(x-x_0)|^2}=|\overline{G}(x-x_0)|^2+|k_0|^4R_0^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}|\overline{G}(x-x_1)|^2\overline{|G(x_1-x_0)|^2}\,dx_1, \tag{10}$$

для которого характерно, что средний квадрат модуля поля $\overline{|G(x-x_0)|^2}$ распределяется в пространстве независимо от фазы поля $G(x-x_0)$, т. е. имеет место энергетическое суммирование. Интегральное уравнение (10) с разностным ядром $|\overline{G}(x-x_1)|^2dx_1$ можно решить с помощью преобразования Фурье:

$$(\overline{|G(x-x_0)|^2})_k=\frac{1}{(|\overline{G}(x-x_0)|^2)_k^{-1}-q^3(qR_0^2)}, \tag{11}$$

где $(|\overline{G}(x-x_0)|^2)_k=\delta/(q^2(4\delta^2+k^2))$ — преобразование Фурье от $|\overline{G}(x-x_0)|^2$ в приближении Бурре, а $\delta=q(\eta/2+qR_0^2/4)$.

Получив обратное преобразование Фурье выражения (11), можно определить закон распределения интенсивности (см. [4]):

$$\overline{|G(x-x_0)|^2}=\frac{1}{4q^2}\left(1+\frac{qR_0^2}{2\eta}\right)^{1/2}e^{-q\eta\left(1+\frac{qR_0^2}{2\eta}\right)^{1/2}|x-x_0|}. \tag{12}$$

Интенсивность поля в присутствии неоднородностей спадает быстрее при удалении от источника, чем в случае $\varepsilon(x)=0$:

$$|G_0(x-x_0)|^2=\frac{1}{4q^2}e^{-q\eta|x-x_0|}.$$

Если в выражении (4) учесть члены $\sim(qR_0^2)^2$, то уравнение Бете — Солпитера для интенсивности (9) примет вид

$$\overline{|G(x-x_0)|^2}=|\overline{G}(x-x_0)|^2+q^3(qR_0^2)\int\limits_{-\infty}^{\infty}|\overline{G}(x-x_1)|^2\times \tag{13}$$

$$\times\overline{|G(x_1-x_0)|^2}\,dx_1+q^8R_0^4\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{G}(x-x_1)\overline{G}^*(x-y_1)|\overline{G}(x_1-y_1)|^2\times$$

$$\times\overline{G(x_1-x_0)G^*(y_1-x_0)}\,dx_1\,dy_1+q^4R_0^4\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{G}(x-x_1)\overline{G}^*(x-y_1)\times$$

$$\times\{(\overline{G}(x_1-y_1))^2k_0^4+k_0^{*4}(\overline{G}^*(x_1-y_1))^2\}\overline{G(x_1-x_0)G^*(y_1-x_0)}\,dx_1\,dy_1.$$

Для оценки вклада членов порядка $(qR_0^2)^2$ в выражение для средней интенсивности (13) сделаем следующую мажорантную замену:

$$\overline{G(x_1-x_0)G^*(y_1-x_0)}\to\overline{|G(x_1-x_0)|^2}.$$

При этом уравнение (13) примет вид

$$\overline{|G(x-x_0)|^2}\simeq|\overline{G}(x-x_0)|^2+q^3(qR_0^2)\times \tag{14}$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}|\overline{G}(x-x_1)|^2\overline{|G(x_1-x_0)|^2}\,dx_1+q^8R_0^4\int\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{|G(x_1-x_0)|^2}\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}|\overline{G}(x_1-y_1)|^2\frac{\overline{G}(x-x_1)\overline{G^*}(x-y_1)+\overline{G^*}(x-x_1)\overline{G}(x-y_1)}{2}\times$$

$$\times dx_1\,dy_1+q^4R_0^4\int\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{|G(x_1-x_0)|^2}\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\overline{G}(x-x_1)\overline{G^*}(x-y_1)+\overline{G^*}(x-x_1)\overline{G}(x-y_1)}{2}\times$$

$$\times\{(\overline{G}(x_1-y_1))^2k_0^4+k_0^{*4}(\overline{G}^*(x_1-y_1))^2\}\,dx_1\,dy_1.$$

Здесь использовано симметризованное выражение

$$1/2\cdot(\overline{G}(x-x_1)\overline{G}^*(x-y_1)+\overline{G}^*(x-x_1)\overline{G}(x-y_1)),$$

обеспечивающее действительность $\overline{|G(x-x_0)|^2}$.

После взятия внутренних интегралов и применения к выражению (14) преобразования Фурье оно примет вид

$$(\overline{|G(x-x_0)|^2})_k=\frac{1}{(|\overline{G}(x)|^2)_k^{-1}-q^3(qR_0^2)+q^3O[(qR_0^2)^3]} \tag{15}$$

где

$$(|\overline{G}(x)|^2)_k=\frac{1}{q^2+\delta^2}\frac{\delta}{4\delta^2+k^2}\left(1-\frac{29}{512}(qR_0^2)^2\right) \tag{16}$$

преобразование Фурье от $|\overline{G}(x)|^2$ (см. (8)). Чтобы можно было ограничиться приближением Бурре в уравнении Дайсона и «лестничным» приближением в уравнении Бете — Солпитера, т. е. уравнением Бете — Солпитера в форме уравнения переноса, необходимо, чтобы коэффициент поглощения η был достаточно большим для пренебрежения в знаменателе выражения (15) членами $\sim q^3O[(qR_0^2)^3]$. После подстановки выражения (16) в формулу (15) знаменатель ее примет вид

$$q^2\left(k^2+\frac{q^2(qR_0^2)\eta}{2}+\frac{q^2(qR_0^2)^4}{4}\right). \tag{17}$$

Последний член выражения (17) соответствует более высокому приближению по сравнению с «лестничным». Поэтому чтобы ограничиться «лестнич-

ным» приближением, необходимо выполнение неравенства вида

$$\frac{q^2(qR_0^2)\eta}{2} > \frac{q^2(qR_0^2)^4}{4},$$

или

$$\eta > (qR_0^2)^3. \tag{18}$$

Если это условие не выполняется, то в уравнениях Дайсона и Бете — Солпитера следует учитывать члены более высокого порядка по параметру qR_0^2 по сравнению с приближением Бурре и «лестничным» приближением соответственно. Удержание следующих за первым членом в выражении (4) приводит к тому, что в уравнение Бете — Солпитера войдут двухточечные величины $\overline{G(x-x_0)G^*(y-x_0)}$, т. е. распределение энергии окажется зависимым от фаз поля $G(x-x_0)$.

Мы приходим к выводу, что в отсутствие поглощения в среде или при слишком малом поглощении уравнение Бете — Солпитера не сводится к уравнению переноса. Поэтому условие (18) следует рассматривать как требование, налагаемое на минимальную величину поглощения в среде для применимости уравнения переноса в одномерном случае.

Сделанное утверждение основывается на оценке следующего члена в выражениях для массового оператора и оператора интенсивности, представляющих собой бесконечные ряды по параметру qR_0^2, сходимость которых в настоящее время не исследована. Поэтому сделанные выводы не могут считаться строгими, а условие (18), налагаемое на минимальную величину поглощения в среде для применимости уравнения переноса в одномерном случае, является оценкой сверху по следующему члену. Для проверки полученных выводов нами был проведен следующий численный эксперимент.

При помощи ЭВМ была решена задача о нахождении среднего поля, а также пространственного распределения среднего квадрата модуля поля в одномерной структуре со случайными неоднородностями. Задача решалась для гармонической волны $\exp(ik_0x)$, падающей на периодическую систему дискретных неоднородностей, каждая из которых могла независимо и равновероятно принимать все положения в пределах некоторого интервала относительно своего среднего положения. Заметим, что интервалы не перекрываются и величины неоднородностей одинаковы. Суммарное поле в среде с дискретными неоднородностями удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\varphi''(x)+k_0^2\left(1+\mu\sum_{l=1}\delta(x-x_l)\right)\varphi(x)=0, \tag{19}$$

где μ — величина дискретных неоднородностей, n — число неоднородностей. Общее решение уравнения имеет вид

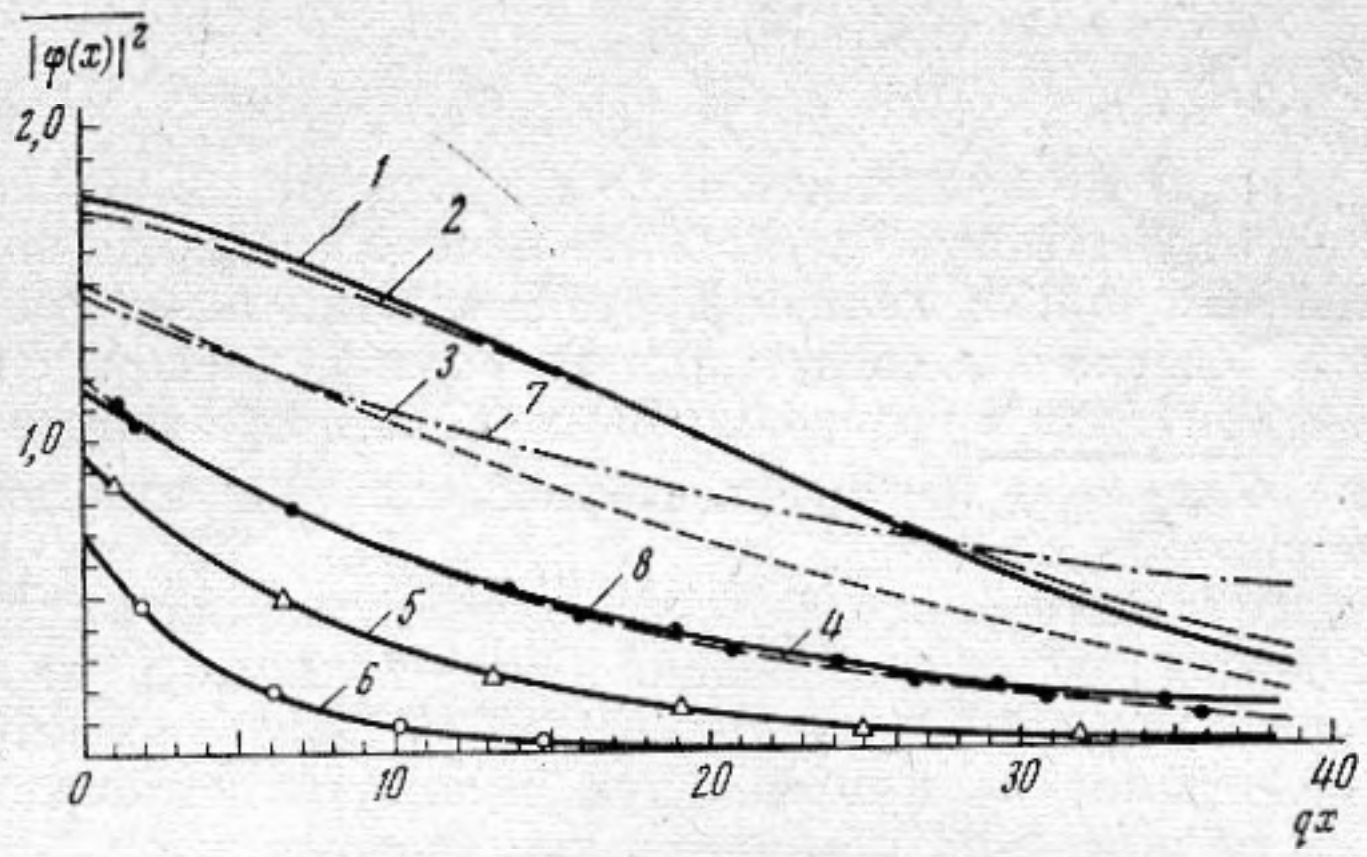
$$\varphi(x)=e^{ik_0x}-k_0^2\mu\sum_{l=1}^{n}\varphi(x_l)G_0(x-x_l). \tag{20}$$

Первый член уравнения (20) есть поле падающей волны, а второй член, представленный в виде суммы n слагаемых,— поле волн, рассеянных на неоднородностях. Величины поля $\varphi(x_l)$ в точках $x=x_l$ можно найти, решив систему алгебраических уравнений

$$\varphi(x_j)=e^{ik_0x_j}-k_0^2\mu\sum_{l=1}^{n}\varphi(x_l)G_0(x_j-x_l), \qquad j=1,2,\ldots,n.$$

Тогда для интересующей нас координаты x, которая не должна попадать в интервалы возможных положений неоднородностей, можно определить

величину поля $\varphi(x)$ для каждой конкретной реализации положений неоднородностей. Напомним, что каждая неоднородность может равновероятно и независимо от других принимать любое положение в интервале воз-



Фиг. 1. Распределение интенсивности вдоль структуры неоднородностей: *1* – аналитическая зависимость (26) работы [5]; *2–6* – результаты расчета на ЭВМ для значений η, равных 0; 0,005; 0,02; 0,05; 0,15 соответственно; *7*, *8* – аналитическое решение (12) уравнения переноса (10). Среднее расстояние между неоднородностями при этом $qa=12{,}8$

можных положений. Усредняя по числу всевозможных реализаций, можно получить величину среднего поля в точке x:

$$\overline{\varphi}(x)=\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}\varphi_\nu(x)$$

и величину среднего квадрата модуля поля:

$$\overline{|\varphi(x)|^2}=\frac{1}{N}\sum_{\nu=1}^{N}[\mathrm{Re}^2(\varphi_\nu(x))+\mathrm{Im}^2(\varphi_\nu(x))],$$

где N – число реализаций.

Результаты расчета, приведенные на фиг. 1–4, соответствуют случаю дискретных неоднородностей величиной $q\mu=2$ и интервалу возможных положений $q\Delta x=\pi$. Заметим, что пространственное распределение $\overline{|\varphi(x)|^2}$ строилось по значениям $\overline{|\varphi(x)|^2}$ в середине интервалов qa, где qa – среднее расстояние между неоднородностями.

Когда в среде отсутствует поглощение и когда $q\Delta x=\pi$, пространственное распределение $\overline{|\varphi(x)|^2}$ вдоль структуры неоднородностей следует аналитической зависимости (26) работы [5].

Из сравнения кривых *1* и *2* (фиг. 1) видно достаточно хорошее совпадение результата расчета на ЭВМ с аналитическим решением. С ростом поглощения в среде пространственное распределение $\overline{|\varphi(x)|^2}$ претерпевает изменение, приближаясь к экспоненциальному. В приведенном выше примере уже при величине поглощения $\eta=0{,}005$ пространственное распределение $\overline{|\varphi(x)|^2}$ существенно отличается от распределения при $\eta=0$ (см. фиг. 1, *3* и *2* соответственно).

Из сравнения кривых *3* и *7*, *4* и *8* (фиг. 1) видно, что с увеличением поглощения в среде отличие распределения $\overline{|\varphi(x)|^2}$ от решения (12) уменьшается. При достаточно большом коэффициенте поглощения ($\eta=0{,}05$

и $\eta=0{,}15$ в приведенном выше примере) отличие распределения $\overline{|\varphi(x)|^2}$ от решения (12) проиллюстрировать на фигуре не удается.

Для суждения о том, насколько близко распределение $\overline{|\varphi(x)|^2}$ по структуре приближается к экспоненциальному, введем параметр α_{Pi}, характеризующий угол наклона распределения $\ln\overline{|\varphi(x)|^2}$ по структуре: $\alpha_{Pj}=(\ln\overline{|\varphi(x_{j+1})|^2}-\ln\overline{|\varphi(x_j)|^2})/(x_{j+1}-x_j)$, где $\ln\overline{|\varphi(x_{j+1})|^2}$ — логарифм среднего квадрата модуля поля в точке с координатой x_{j+1}, расположенной между $j+1$- и $j+2$-неоднородностями. Тогда параметр, характеризующий средний угол наклона распределения $\ln\overline{|\varphi(x)|^2}$ по структуре, определится из выражения

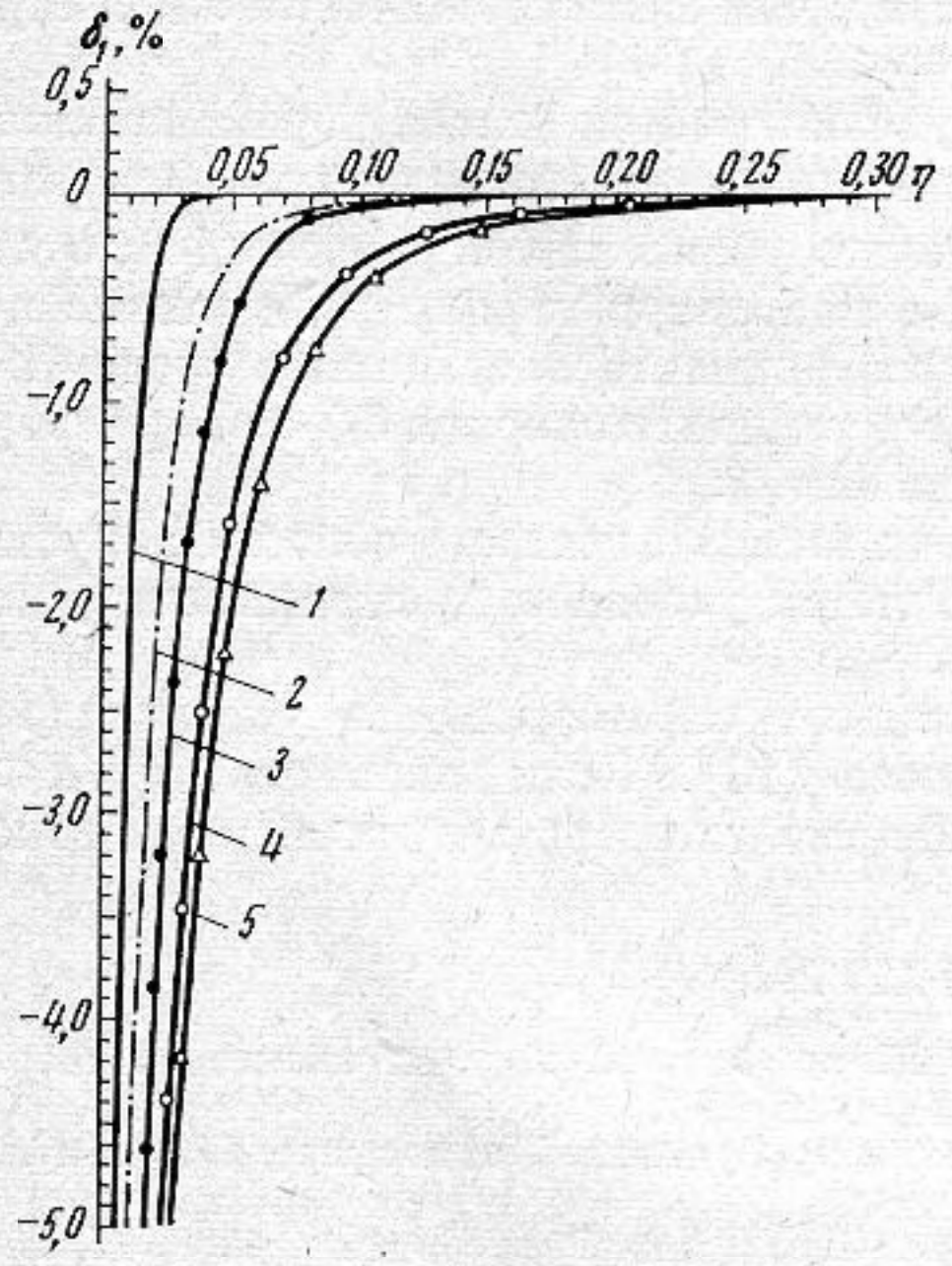
$$\bar{\alpha}_P=\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n-1}\alpha_{Pj}.$$

Величина относительного среднеквадратичного отклонения

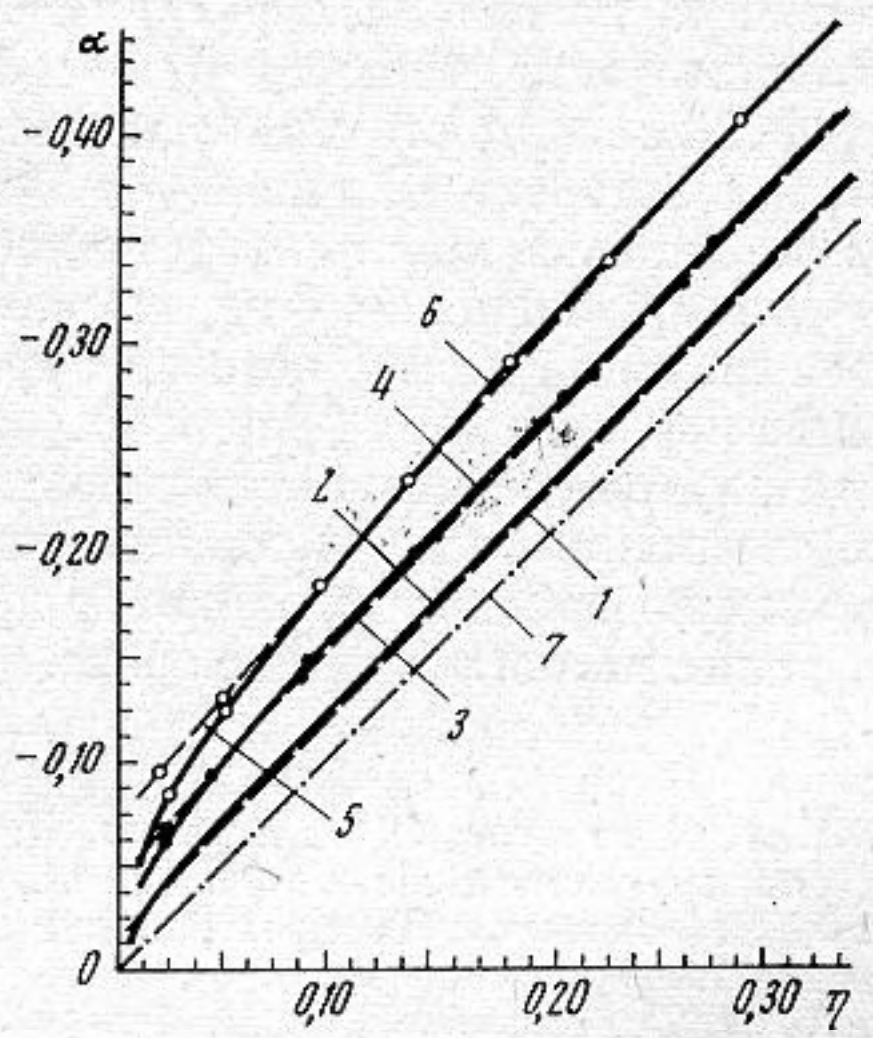
$$\delta_1=\left[\left(\sum_{j=1}^{n-1}(\alpha_{Pj}-\bar{\alpha}_P)^2\right)\Big/(n-1)\right]^{1/2}\Big/\bar{\alpha}_P$$

может характеризовать степень приближения распределения $\overline{|\varphi(x)|^2}$ по структуре к экспоненциальному.

На фиг. 2 показана зависимость величины δ_1 от η и безразмерного параметра $q\mu^2/a$ для структуры с параметрами $q\mu=2$ и $q\Delta x=\pi$. Из фиг. 2 видно, что с увеличением η величина δ_1 стремится к нулю тем быстрее, чем меньше величина параметра $q\mu^2/a$. Это стремление величины δ_1 к нулю



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Зависимость величины относительного среднеквадратичного отклонения δ_1 от коэффициента поглощения в среде η: *1–5* — величины параметра $q\mu^2/a$, равные 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 соответственно

Фиг. 3. Зависимость $\bar{\alpha}_P$ и α_T от коэффициента поглощения η и параметра $q\mu^2/a$: *1, 3, 5* — $\bar{\alpha}_P$ для значений параметра $q\mu^2/a$, равных 0,1; 0,3; 0,5. *2, 4, 6* — α_T для значений $q\mu^2/a$, равных 0,1; 0,3; 0,5 соответственно. *7* — поведение α_T в случае, когда неоднородности в среде отсутствуют

при малых величинах η происходит весьма быстро и имеет пороговый характер. Используя фиг. 2, можно для любой степени точности δ_1 указать такую величину поглощения, начиная с которой распределение $\overline{|\varphi(x)|^2}$ по структуре подчиняется экспоненциальной зависимости с показателем экспоненты, равным $\bar{\alpha}_P$.

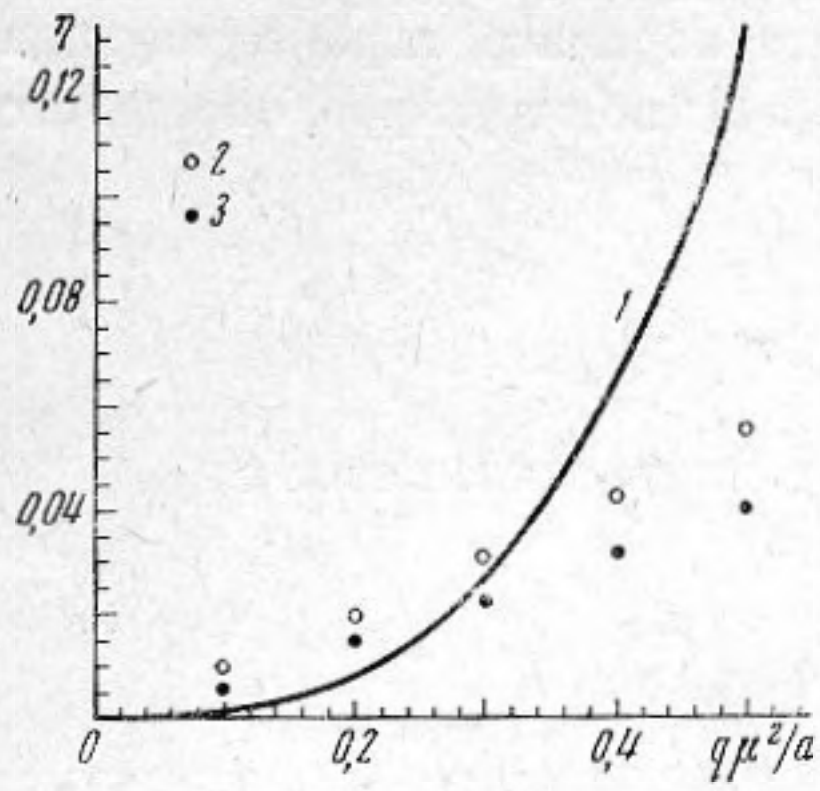
Примечательно, что распределение среднего квадрата модуля поля с ростом η приближается не просто к экспоненциальной зависимости, а к зависимости (12), которая является решением уравнения переноса (10). Аналитическую зависимость (12) для случая дискретных неоднородностей можно получить, произведя замену $qR_0^2 \to q\mu^2/a$:

$$\overline{|\varphi(x)|^2} = Ce^{\alpha_T|x|}, \tag{21}$$

где

$$\alpha_T = -q\eta\left(1+\frac{q\mu^2}{2a\eta}\right)^{1/2},$$

$$C = \frac{1}{4q^2}\left(1+\frac{q\mu^2}{2a\eta}\right)^{1/2}.$$



Фиг. 4. Зависимость минимального коэффициента затухания в среде от параметра $q\mu^2/a$: *1* – нижняя граница области допустимых значений, определяемая условием (18), *2* – $\delta_2=5\%$, *3* – $\delta_2=10\%$

На фиг. 3, на которой представлена зависимость $\bar{\alpha}_P$ и α_T от η и безразмерного параметра $q\mu^2/a$, видно, что с ростом коэффициента поглощения отличие $\bar{\alpha}_P$ от α_T, значительное при малых значениях η, постепенно уменьшается. Это сближение $\bar{\alpha}_P$ с α_T происходит тем быстрее (при тем меньших значениях η), чем меньше значение параметра $q\mu^2/a$.

Заметим, что при этом, однако, увеличивается длина перемешивания $l \sim a/q^2\mu^2$. Выберем в качестве параметра, характеризующего, насколько близко распределение $\overline{|\varphi(x)|^2}$ к решению уравнения переноса (10), относительное отклонение $\delta_2=(\bar{\alpha}_P-\alpha_T)/\alpha_T$. Используя параметр δ_2, можно построить зависимость минимального коэффициента затухания в среде (начиная с которого отличие $\bar{\alpha}_P$ от α_T не превышает точности δ_2) от параметра $q\mu^2/a$. Эта зависимость представлена на фиг. 4.

Для сравнения на фиг. 4 приведена нижняя граница области допустимых значений для η, которая определяется условием применимости уравнения переноса (18) (фиг. 4, *1*).

Полученные результаты подтверждают справедливость условия (18) для применимости уравнения переноса (10). Если параметр $q\mu^2/a \ll 1$, уравнение переноса становится применимо уже при малых значениях коэффициента поглощения в среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. А. Абрикосов, Л. Г. Горьков, И. Е. Дзялошинский.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., Физматгиз, 1962.
2. *В. И. Татарский.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., «Наука», 1967.
3. *Ю. Н. Барабаненков, В. М. Финкельберг.* Изв. вузов, Радиофизика, 1968, *11*, № 5, 717.
4. *С. А. Рыбак.* Волны в пластине со случайными неоднородностями. Акуст. ж., 1971, *17*, 3, 412—418.
5. *Ю. Л. Газарян.* Об одномерной задаче о распространении волн в среде со случайными неоднородностями. ЖЭТФ, 1969, *56*, 6, 1856—1871.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
24 апреля 1974 г.