АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXI 1975 Вып. 4

УДК 534.231.1–14

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСПЕРСИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ СКОРОСТИ ЗВУКА ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ РАССЛАИВАНИЯ

И. А. Чабан

Рассчитана пространственная дисперсия высокочастотной скорости звука (скорости звука при частотах, много больших обратного времени корреляции флуктуаций концентрации) вблизи критической точки расслаивания в однофазном состоянии, обусловленная нелокальностью взаимодействия флуктуаций концентрации, приводящей к нелокальной связи изменения объема со звуковым давлением, т. е. величина $[\tilde{v}_\infty(q\rho)-\tilde{v}_\infty(0)]/\tilde{v}_\infty(0)$, где $\tilde{v}_\infty(q\rho)$ — высокочастотная скорость звука, q — волновое число звуковой волны, ρ — радиус корреляции флуктуаций концентрации.

Явление пространственной дисперсии высокочастотной скорости звука вблизи критической точки расслаивания (в однофазном состоянии), которому посвящена настоящая работа, находится на грани сегодняшних экспериментальных возможностей. Однако при усовершенствовании техники эксперимента этот эффект может оказаться новым источником информации о процессах, происходящих вблизи критической точки расслаивания. Более того, в силу аналогии, существующей между различными критическими точками и фазовыми переходами 2-го рода, можно ожидать, что и вблизи других критических точек и фазовых переходов 2-го рода удастся наблюдать пространственную дисперсию высокочастотной скорости звука, получая отсюда новую информацию о соответственных процессах. Приводимый ниже расчет пространственной дисперсии высокочастотной скорости звука вблизи критической точки расслаивания легко может быть перенесен на другие критические точки и фазовые переходы 2-го рода. Подобного рода расчет, насколько известно автору, ранее не проводился. Наиболее близкими к настоящей работе являются работы [1, 2].

Под высокочастотной скоростью звука вблизи критической точки расслаивания понимается скорость звука при частотах, много больших обратного времени корреляции флуктуаций концентрации. Эффект пространственной дисперсии этой скорости звука тесно связан с другим эффектом — особенностью высокочастотной скорости звука вблизи критической точки расслаивания. Только при наличии этой особенности может наблюдаться пространственная дисперсия, проявляющаяся как изменение особой части высокочастотной скорости звука при изменении отношения радиуса корреляции ρ к длине звуковой волны λ.

Недостаточная точность экспериментальной техники не позволяет однозначно ответить на вопрос, существует или нет особенность высокочастотной скорости звука вблизи критической точки расслаивания. В работе [3] приводятся данные для скорости гиперзвука в смеси триэтиламин — вода критической концентрации, на основании которых можно заключить, что высокочастотная скорость звука имеет особенность вблизи критической точки расслаивания, возрастая по мере приближения темпе-

ратуры T к температуре расслаивания T_k. Аналогичные выводы можно сделать на основании работы [4] для смеси нитроэтан — изооктан. Однако рост скорости, наблюдавшийся в работе [4], по абсолютной величине гораздо меньше роста наблюдавшегося в работе [3] и, следовательно, является менее достоверным. В работах [5, 6] наблюдалась аналогичная особенность высокочастотной скорости звука в смеси нитробензол-n-гексан при частотах 5—55 *Мгц*. С другой стороны, в работах [7, 8] для этой же смеси наблюдалось уменьшение скорости гиперзвука при приближении температуры к температуре расслаивания при $T-T_k<1°$. Заметим, что для низкочастотной скорости звука (скорости звука при частотах, много меньших обратного времени корреляции флуктуаций концентрации) надежно установлено существование особенности вблизи критической точки расслаивания. Низкочастотная скорость звука уменьшается по мере приближения T к T_k.

Нет единого мнения о существовании особенности высокочастотной скорости звука и в теоретических работах. Так, автор работы [9] приходит к выводу, что у высокочастотной скорости звука нет особенности при $\lambda \gg \rho$, в то время как в работах [10, 11] показано, что такая особенность должна существовать. Различие в выводах этих работ связано с тем, что в работах [10, 11], в отличие от работы [9], учитывается изменение критической температуры под влиянием звукового давления, расчет ведется в строго квадратичном по флуктуациям концентрации приближении и строится не на вычислении динамической теплоемкости, а на непосредственном вычислении сжимаемости из термодинамического потенциала системы.

Расчет пространственной дисперсии, приводимый ниже, будет строиться на тех же предположениях, что и расчет в работах [10, 11], и может рассматриваться как распространение этого расчета, проведенного для случая $\lambda \gg \rho$, на случай $\lambda \lesssim \rho$.

Чтобы напомнить положения работ [10, 11], приведем краткий вывод высокочастотной скорости звука при $\lambda \gg \rho$. Термодинамический потенциал участка с линейными размерами, большими по сравнению с радиусом корреляции, с учетом нелокальности и принципа масштабных преобразований («скэйлинга») с точностью до квадратичных по флуктуациям концентрации c членов можно написать в следующем виде:

$$\Phi=\Phi_0+B' \int_V \int_V G\left(\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{\rho}\right) \overline{c(\mathbf{r})c(\mathbf{r}')}\, d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}'. \tag{1}$$

Здесь Φ_0 — часть термодинамического потенциала, не зависящая от флуктуаций концентрации, V — объем рассматриваемого участка, черта сверху означает среднее, B' — некоторая функция ρ, $G\left(\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{\rho}\right)$ — функция, учитывающая нелокальность; в соответствии с принципом масштабных преобразований эта функция зависит от $|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ и ρ лишь в комбинации $\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{\rho}$. Разлагая $c(\mathbf{r})$ и $G\left(\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{\rho}\right)$ в интегралы Фурье по волновым векторам и подставляя в формулу (1), получаем

$$\Phi=\Phi_0+\frac{VB}{(2\pi)^3}\int_{(\infty)} \overline{|c_{\mathbf{k}}|^2}\cdot\frac{1}{\chi(k\rho)}\, d\mathbf{k}. \tag{2}$$

Здесь $\overline{|c_{\mathbf{k}}|^2}$ — спектральная интенсивность флуктуаций концентрации, соответствующая волновому числу $\mathbf{k}$, $\chi(k\rho)$ — функция, зависящая от k и ρ лишь в комбинации $k\rho$, нормированная таким образом, что $\chi(0)=1$ и связанная с Фурье-компонентной функции $G(r/\rho)$ соотношением

$G_{\mathbf{k}}=\dfrac{A\rho^3}{(2\pi)^3}\dfrac{1}{\chi(k\rho)}$ (A — постоянная). Интегрирование в формуле (2) проводится по всем направлениям $\mathbf{k}$ и всем k от 0 до ∞.

Как и в работах [10, 11], будем считать

$$B=B_1[\,|T-T_k|+d|\bar{c}-\bar{c}_k|^3]^{\gamma}, \tag{3}$$

где B_1 и d — слабо зависящие от температуры и концентрации величины, γ — критический индекс. Как показывает эксперимент, γ близко к 1,2. Дифференцируя выражение (3) по давлению и температуре, находим следующие формулы для объема V и энтропии S рассматриваемого участка:

$$V=\left(\frac{\partial\Phi_0}{\partial p}\right)_T+\frac{V}{(2\pi)^3}\int\limits_{(\infty)}\left[\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{B}{\chi(k\rho)}\right)\right]_T\overline{|c_{\mathbf{k}}|^2}\,d\mathbf{k}, \tag{4}$$

$$S=-\left(\frac{\partial\Phi_0}{\partial T}\right)_p-\frac{V}{(2\pi)^3}\int\limits_{(\infty)}\left[\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{B}{\chi(k\rho)}\right)\right]_p\overline{|c_{\mathbf{k}}|^2}\,d\mathbf{k}. \tag{5}$$

Используя эти выражения и учитывая, что при рассматриваемых частотах концентрация не успевает измениться, нетрудно найти высокочастотную адиабатическую сжимаемость

$$\beta_\infty=\beta_0-\frac{1}{(2\pi)^3}\int\limits_{(\infty)}\left[\frac{\partial^2}{\partial p^2}\left(\frac{B}{\chi(k\rho)}\right)\right]_{S_0}\overline{|c_{\mathbf{k}}|^2}\,d\mathbf{k}. \tag{6}$$

Здесь β_0 не зависящая от флуктуаций концентрации часть сжимаемости. Производные по давлению в формуле (6) берутся при постоянной энтропии S_0, т. е. энтропии без учета членов, связанных с флуктуациями концентрации.

Как следует из опытов по рассеянию света, при $k\rho\leqslant 1$ $\chi(k\rho)$ имеет Орнштейн — Церниковский вид $\chi(k\rho)=1/[1+(k\rho)^2]$. Из эксперимента, кроме того, следует, что $B\rho^2$ не зависит от температуры, так что при $k\rho\leqslant 1$ $\left[\dfrac{\partial^2}{\partial p^2}\left(\dfrac{B}{\chi(k\rho)}\right)\right]_{S_0}=\left(\dfrac{\partial^2 B}{\partial p^2}\right)_{S_0}$. Точный вид $\chi(k\rho)$ при больших $k\rho$ неизвестен. Мы будем считать, что при $k\rho>b$, где b порядка нескольких единиц, $\chi(k\rho)=1/(k\rho)^2$ и, следовательно, $\left[\dfrac{\partial^2}{\partial p^2}\left(\dfrac{B}{\chi(k\rho)}\right)\right]_{S_0}=0$. Таким образом, вклад в β_∞ будут давать лишь $k\leqslant b/\rho$. Это предположение можно считать следствием высказанного в работе [12] предположения о том, что для больших $k\rho$ спектральные интенсивности $\overline{|c_{\mathbf{k}}|^2}$ входят в термодинамический потенциал с коэффициентами, не зависящими от близости к критической точке. Используя сказанное выше, получаем

$$\beta_\infty=\beta_0-\left(\frac{\partial^2 B}{\partial p^2}\right)_{S_0}\frac{k_{\text{Б}}T}{4\pi^2 B}\int\limits_0^{b/\rho}\frac{k^2\,dk}{1+(k\rho)^2}=\beta_0-\left(\frac{\partial^2 B}{\partial p^2}\right)_{S_0}\frac{k_{\text{Б}}T}{4\pi^2 B\rho^3}(b-\operatorname{arctg} b) \tag{7}$$

($k_{\text{Б}}$ — постоянная Больцмана). Отсюда, подставляя $\dfrac{1}{B}\left(\dfrac{\partial^2 B}{\partial p^2}\right)_{S_0}$, из формулы работы [11], получаем следующее выражение для высокочастотной скорости звука v_∞ при $\lambda\gg\rho$:

$$v_\infty=\frac{1}{\sqrt{g\beta_\infty}}=v_0\left\{1+\frac{k_{\text{Б}}Tgv_0^2\gamma(\gamma-1)}{8\pi^2\rho_1^3}\left(-\frac{\partial T_k}{\partial p}+\frac{T\alpha}{gC_p}\right)^2(b-\operatorname{arctg} b)\cdot\right.$$
$$\left.\cdot[\,|T-T_k|+d|\bar{c}-\bar{c}_k|^3]^{-2+\frac{3}{2}\gamma}\right\}, \tag{8}$$

где α и C_p — коэффициент теплового расширения и удельная теплоемкость при постоянном давлении, экстраполированные из области, далекой от критической, т. е. соответственные величины без добавок, обусловленных флуктуациями концентрации, $v_0=1/\sqrt{g\beta_0}$, g — плотность, ρ_1 — радиус корреляции при $|T-T_k|=1°$ и $\bar{c}=\bar{c}_k$. Подставляя $\gamma=1{,}2$, видим, что особенность v_∞ при $\bar{c}=\bar{c}_k$ имеет вид $v_\infty-v_0\sim|T-T_k|^{-0{,}2}$. Наилучшее согласие формул, полученных в работах [10, 11], с экспериментом имело место при $b=5$. При этом значении b величина v_∞ растет, а низкочастотная скорость звука $v_{(0)}$ уменьшается по мере приближения к критической точке.

Перейдем теперь к расчету высокочастотной скорости звука при $\lambda\lesssim\rho$. Заметим прежде всего, что в этом случае имеет место гораздо большее, чем при $\lambda'\gg\rho$, рассеяние падающей плоской волны. Однако благодаря тому, что изменение скорости звука, связанное с флуктуациями концентрации, невелико, это рассеяние все еще остается малым и в среде продолжает распространяться слабо затухающая плоская звуковая волна, скорость которой мы и собираемся рассчитать. Скорость любой звуковой волны определяется сжимаемостью участка, малого по сравнению с λ, усредненной по всем возможным положениям этого участка в системе (или по ансамблю). При $\lambda\gg\rho$ размер такого участка можно было выбрать большим по сравнению с ρ, в то время как при $\lambda\lesssim\rho$ размер такого участка оказывается малым по сравнению с ρ. Обозначим через V' объем такого участка при $\lambda\lesssim\rho$. В силу нелокальности взаимодействия флуктуаций концентраций V' будет зависеть не только от флуктуаций концентрации в самом рассматриваемом участке, но и от флуктуаций концентрации в аналогичных участках, отстоящих не более чем на ρ. То же можно сказать и об энтропии этого участка S'.

В соответствии с формулой (1) величины V' и S', усредненные по ансамблю, при фиксированном поле давлений имеют следующий вид:

$$\bar{V}'=V_0'+V_0'\int\limits_V \frac{\partial}{\partial p_1}[\tilde{B}'\tilde{G}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)]_{T_1,T_2,p_2}\overline{c(\mathbf{r}_1)c(\mathbf{r}_2)}\,d(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1), \tag{9}$$

$$\bar{S}'=S_0'-V_0'\int\limits_V \frac{\partial}{\partial T_1}[\tilde{B}'\tilde{G}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)]_{p_1,T_2,p_2}\overline{c(\mathbf{r}_1)c(\mathbf{r}_2)}\,d(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1). \tag{10}$$

Здесь V_0' и S_0' — не зависящие от флуктуаций концентрации части $\bar{V}'$ и $\bar{S}'$, $\mathbf{r}_1$ — радиус-вектор выбранной точки рассматриваемого участка, T_1, p_1 — температура и давление в этой точке, T_2 и p_2 — температура и давление в точке $\mathbf{r}_2$, V — объем с линейными размерами, большими ρ. $\tilde{B}'\tilde{G}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$ — функция, описывающая взаимодействие флуктуаций в среднем по ансамблю в фиксированном поле давлений. С точностью до несущественного множителя эта функция является функцией корреляции флуктуаций концентрации в точках $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ в фиксированном поле давлений. При постоянном давлении в объеме V величины $\tilde{B}'$ и $\tilde{G}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$ совпадают с B' и $G\left(\frac{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}{\rho}\right)$, введенными ранее. В выражениях (9), (10) учтено, что все точки рассматриваемого участка дают практически эквивалентные вклады в $\bar{V}'$ и $\bar{S}'$. Это позволяет учесть взаимодействие флуктуаций лишь в одной фиксированной точке $\mathbf{r}_1$ рассматриваемого участка со всеми флуктуациями в объеме V, умножив вклад точки $\mathbf{r}_1$ на V_0'. Используя формулы (9), (10), получаем следующее выражение для высокочастотной сжимаемости:

$$\tilde{\beta}_\infty=\beta_0-\int\limits_V\left\{\frac{\partial}{\partial p_1}\left[\frac{\partial}{\partial p_1}(\tilde{B}'\tilde{G}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2))\right]_{p_2,T_2,S_0'}\right\}_{S_0'}\overline{c(\mathbf{r}_1)c(\mathbf{r}_2)}\,d(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1). \tag{11}$$

Установим вид зависимости $\tilde{B}'\tilde{G}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$ от звукового давления. Считая, что изменение давления в рассматриваемой точке меняет (в среднеква-

дратичном) концентрацию в этой точке значительно сильнее, чем изменение давления в какой-либо другой точке, и ограничиваясь квадратичными по звуковому давлению членами, функцию корреляции флуктуаций концентрации в фиксированном поле давлений $[\overline{c(\mathbf{r}_1)c(\mathbf{r}_2)}]_p$ можно представить в следующем виде:

$$(12)\qquad [\overline{c(\mathbf{r}_1)c(\mathbf{r}_2)}]_p=\left(c(\mathbf{r}_1)+\frac{\partial c(\mathbf{r}_1)}{\partial p_1}p_1\right)\left(c(\mathbf{r}_2)+\frac{\partial c(\mathbf{r}_2)}{\partial p_2}p_2\right)=$$

$$=\overline{c(\mathbf{r}_1)c(\mathbf{r}_2)}+c(\mathbf{r}_1)\overline{\frac{\partial c(\mathbf{r}_2)}{\partial p_2}}p_2+c(\mathbf{r}_2)\overline{\frac{\partial c(\mathbf{r}_1)}{\partial p_1}}p_1+\overline{\frac{\partial c(\mathbf{r}_1)}{\partial p_1}\frac{\partial c(\mathbf{r}_2)}{\partial p_2}}p_1p_2.$$

Таким образом, для $\widetilde{B'G}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)$ получаем

$$(13)\qquad \widetilde{B'G}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)=B'G\left(\frac{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|}{\rho}\right)+(\text{линейные члены})+$$

$$+\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial p^2}\left(B'G\left(\frac{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|}{\rho}\right)\right)p_1p_2.$$

Линейные по давлению члены в выражении (13) не написаны, поскольку они не дают вклада в сжимаемость. Подставляя выражение (13) в формулу (11), получаем

$$(14)\qquad \tilde{\beta}_\infty=\beta_0-\int\limits_V\left[\frac{\partial^2}{\partial p^2}\left(B'G\left(\frac{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|}{\rho}\right)\right)\right]_{S_0}\frac{p_2}{p_1}\overline{c(\mathbf{r}_1)c(\mathbf{r}_2)}\,d(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1),$$

где S_0, как и ранее,— энтропия без учета зависящих от флуктуаций концентрации членов.

Пусть давление в звуковой волне имеет вид $p=p_0\cos(\Omega t-\mathbf{q}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1))$, где Ω — частота, $\mathbf{q}$ — волновое число звуковой волны. (Мы выбрали начальный момент так, чтобы в этот момент в точке $\mathbf{r}_1$ давление было p_0.) При этом $p_2/p_1=\cos[\Omega t-\mathbf{q}(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)]/\cos\Omega t$. Подставляя это выражение в формулу (14), получаем

$$(15)\qquad \tilde{\beta}_\infty=\beta_0-\int\limits_V\left[\frac{\partial^2}{\partial p^2}\left(B'G\left(\frac{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|}{\rho}\right)\right)\right]_{S_0}\frac{\cos[\Omega t-\mathbf{q}(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)]}{\cos\Omega t}\overline{c(\mathbf{r}_1)c(\mathbf{r}_2)}\,d(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1).$$

Для дальнейшего вычисления удобно подставить здесь разложение $G(r/\rho)$ и $c(\mathbf{r})$ в пространственные интегралы Фурье. В результате мы получаем

$$(16)\qquad \tilde{\beta}_\infty=\beta_0-\frac{1}{(2\pi)^6}\frac{1}{\cos\Omega t}\int\limits_{(\infty)}\int\limits_{(\infty)}\int\limits_V\left[\frac{\partial^2}{\partial p^2}\left(\frac{B}{\chi(k\rho)}\right)\right]_{S_0}\overline{|c_{\mathbf{k}'}|^2}\,e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{k}')(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)}\cdot$$

$$\cdot\cos[\Omega t-\mathbf{q}(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)]\,d\mathbf{k}\,d\mathbf{k}'\,d(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)=\beta_0-\frac{1}{2}\frac{1}{(2\pi)^3}\frac{1}{\cos\Omega t}\cdot$$

$$\int\limits_{(\infty)}\int\limits_{(\infty)}\left[\frac{\partial^2}{\partial p^2}\left(\frac{B}{\chi(k\rho)}\right)\right]_{S_0}\overline{|c_{\mathbf{k}'}|^2}\cdot[e^{-i\Omega t}\delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}'+\mathbf{q})+e^{i\Omega t}\delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}'-\mathbf{q})]\,d\mathbf{k}\,d\mathbf{k}'=$$

$$=\beta_0-\frac{1}{2}\frac{1}{(2\pi)^3}\cdot\frac{1}{\cos\Omega t}\int\limits_{(\infty)}\left[\frac{\partial^2}{\partial p^2}\left(\frac{B}{\chi(k\rho)}\right)\right]_{S_0}\cdot[e^{-i\Omega t}\overline{|c_{-\mathbf{q}-\mathbf{k}}|^2}+e^{i\Omega t}\overline{|c_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}|^2}]\,d\mathbf{k}.$$

Подставляя, как и для случая $\lambda\gg\rho$, $\chi(k\rho)=1/[1+(k\rho)^2]$,

$$\overline{|c_{\mathbf{k}}|^2}=\frac{k_{\text{Б}}T\chi(k\rho)}{2B},\qquad \left[\frac{\partial^2}{\partial p^2}\left(\frac{B}{\chi(k\rho)}\right)\right]_{S_0}=\left(\frac{\partial^2 B}{\partial p^2}\right)_{S_0}$$

и обрезая интеграл при $k\rho=b$, получаем

$$(17)\qquad \tilde{\beta}_\infty=\beta_0-\frac{k_\text{Б}T}{4B\rho^3}\frac{1}{(2\pi)^2}\left(\frac{\partial^2 B}{\partial p^2}\right)_{s_0}\frac{1}{\cos\Omega t}\cdot$$

$$\cdot\int_0^b\int_0^\pi\left[\frac{e^{-i\Omega t}}{|\mathbf{q}+\mathbf{k}|^2\rho^2+1}+\frac{e^{i\Omega t}}{|\mathbf{q}-\mathbf{k}|^2\rho^2+1}\right](k\rho)^2\sin\theta\,d\theta\,d(k\rho)=$$

$$=\beta_0-\frac{k_\text{Б}T}{4B\rho^3(2\pi)^2}\left(\frac{\partial^2 B}{\partial p^2}\right)_{s_0}\frac{1}{\cos\Omega t}\int_0^b\int_0^\pi\left[\frac{e^{-i\Omega t}}{(k^2+q^2+2kq\cos\theta)\rho^2+1}+\right.$$

$$\left.+\frac{e^{i\Omega t}}{(k^2+q^2-2kq\cos\theta)\rho^2+1}\right](k\rho)^2\sin\theta\,d\theta\,d(k\rho).$$

Вычисляя интеграл, мы получаем следующее выражение для $\tilde{\beta}_\infty$:

$$(18)\qquad \tilde{\beta}_\infty=\tilde{\beta}_\infty(qp)=\beta_0-\frac{k_\text{Б}T}{B\rho^3(2\pi)^2}\left(\frac{\partial^2 B}{\partial p^2}\right)_{s_0}N(q\rho),$$

где

$$(19)\qquad N(q\rho)=\frac{1}{4q\rho}\int_0^b\left[\ln\frac{1+(y+q\rho)^2}{1+(y-q\rho)^2}\right]y\,dy.$$

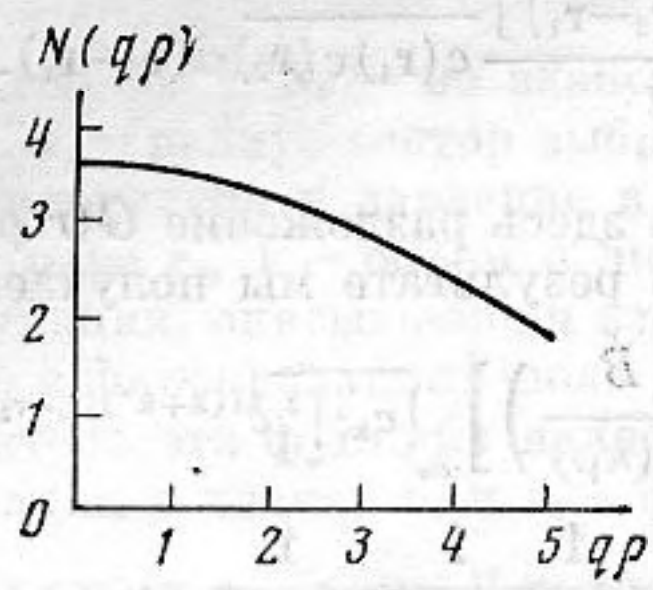
Функция $N(q\rho)$, вычисленная на БЭСМ-6 при $b=5$, показана на фиг. 1. При $q\rho\ll1$

$$(20)\qquad N(q\rho)=(b-\operatorname{arctg}b)\frac{1}{1+\frac{1}{3}(q\rho)^2\frac{b^3}{(1+b^2)^2(b-\operatorname{arctg}b)}};$$

при $q\rho\gg1$

$$(21)\qquad N(q\rho)=b^3/3(q\rho)^2.$$

При $q\rho\to0$ выражение (18) превращается в полученное ранее выражение (7) для высокочастотной сжимаемости при $\lambda\gg\rho$. При $q\rho\to\infty$ вклад в сжимаемость, связанный с флуктуациями концентрации, исчезает. Подставляя $\frac{1}{B}\left(\frac{\partial^2 B}{\partial p^2}\right)_{s_0}$ в выражение (18), получаем окончательное выражение для $\tilde{\beta}_\infty(q\rho)$



Фиг. 1

$$(22)\qquad \tilde{\beta}_\infty(q\rho)=\beta_0-\frac{k_\text{Б}T\gamma(\gamma-1)}{(2\pi)^2\rho_1^3}\left(-\frac{\partial T_k}{\partial p}+\frac{T\alpha}{gC_p}\right)^2\cdot$$

$$\cdot\left[|T-T_k|+d|\bar{c}-\bar{c}_k|^3\right]^{-2+\frac{3}{2}\gamma}N(q\rho).$$

Отсюда мы находим следующее выражение для высокочастотной скорости звука:

$$(23)\qquad \tilde{v}_\infty(q\rho)=v_0\left\{1+\frac{k_\text{Б}T\gamma(\gamma-1)gv_0^2}{8\pi^2\rho_1^3}\left(-\frac{\partial T_k}{\partial p}+\frac{T\alpha}{gC_p}\right)^2\cdot\right.$$

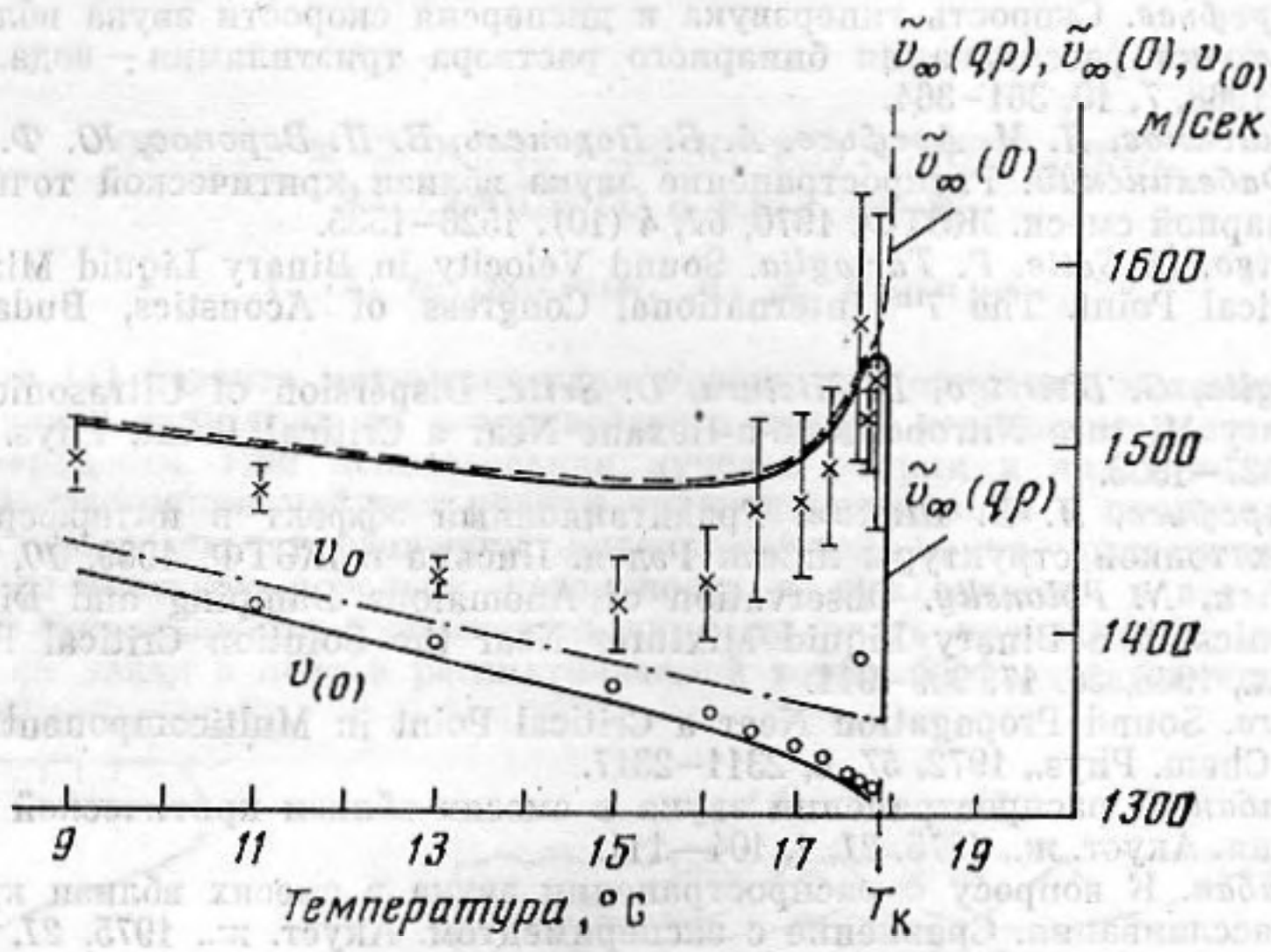
$$\left.\cdot\left[|T-T_k|+d|\bar{c}-\bar{c}_k|^3\right]^{-2+\frac{3}{2}\gamma}N(q\rho)\right\}.$$

Таким образом, величина интересующей нас пространственной дисперсии высокочастотной скорости звука оказывается следующей:

$$\frac{\tilde{v}_\infty(q\rho)-\tilde{v}_\infty(0)}{\tilde{v}_\infty(0)}=\frac{k_Б T\gamma(\gamma-1)gv_0^2}{8\pi^2\rho_1^3}\left(-\frac{\partial T_k}{\partial p}+\frac{T\alpha}{gC_p}\right)^2\cdot \tag{24}$$

$$\cdot[|T-T_k|+d|\bar{c}-\bar{c}_k|^3]^{-2+\frac{3}{2}\gamma}[N(q\rho)-b+\operatorname{arctg} b].$$

Поскольку последний сомножитель справа в формуле (24) отрицателен, то и дисперсия оказывается отрицательной.



Фиг. 2

На фиг. 2 изображены теоретические кривые температурной зависимости $\tilde{v}_\infty(q\rho)$ и $\tilde{v}_\infty(0)$, построенные по формуле (23) для смеси триэтиламин — вода (сплошная и штриховая линия соответственно). На той же фигуре изображена теоретическая кривая для $v_{(0)}$, построенная по формуле работы [11], для той же смеси. Величина v_0, использованная в расчете, изображена штрихпунктиром. Для смеси триэтиламин — вода $\partial I_k/\partial p=2\cdot10^{-7}$ *град·см²/дин*, что на порядок больше значений $\partial T_k/\partial p$ в таких смесях, как нитробензол-*n*-гексан, нитроэтан-изооктан, анилин-циклогексан и т. д. Соответственно величина пространственной дисперсии высокочастотной скорости звука * в смеси триэтиламин — вода оказывается значительно больше, чем в других указанных выше смесях. Для смеси триэтиламин — вода величиной $T\alpha/gC_p$ можно пренебречь по сравнению с $\partial T_k/\partial p$. Плотность этой смеси при критической концентрации и температуре, близкой к критической, $g=0{,}87$ *г/см³*. Представленные на фиг. 2 теоретические кривые построены при $\gamma=1{,}2$, $b=5$, $\rho_1=150$ Å. Волновое число гиперзвука считалось равным использованному в [3] значению $q=2\cdot10^5$ *см⁻¹*. На фиг. 2, кроме того, изображены экспериментальные данные для частот 5 *Ггц* и 0,6 *Мгц* (кресты и кружки соответственно), взятые из [3, 14]. Для частоты 5 *Ггц* указана точность измерений, приведенная в [3]. Как видно из фиг. 2, полученные формулы не противоречат эксперименту. Из фиг. 2 нетрудно видеть, насколько необходимо повысить

* Пользуюсь случаем указать, что в моей статье [13], также посвященной пространственной дисперсии, есть описка. Для примера, рассмотренного в конце этой статьи, пространственная дисперсия составляет 0,5%, а не 5%.

точность эксперимента для количественных измерений пространственной дисперсии.

Автор благодарит И. Л. Фабелинского и И. М. Арефьева, обративших его внимание на рассмотренный вопрос.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Л. Гинзбург.* О дисперсии звука высокой частоты в жидкостях. Докл. АН СССР, 1942, *36*, 1, 9–14.
2. *М. Ш. Гитерман, В. М. Конторович.* О влиянии пространственной дисперсии на распространение и рассеяние волн вблизи критической точки. ЖЭТФ, 1964, *47*, 6 (12), 2134–2149.
3. *И. М. Арефьев.* Скорость гиперзвука и дисперсия скорости звука вблизи критической точки расслаивания бинарного раствора триэтиламин – вода. Письма в ЖЭТФ, 1968, 7, 10, 361–364.
4. *В. П. Анисимов, И. М. Арефьев, А. В. Воронель, В. П. Воронов, Ю. Ф. Кияченко, И. Л. Фабелинский.* Распространение звука вблизи критической точки расслоения бинарной смеси. ЖЭТФ, 1970, *61*, 4 (10), 1526–1535.
5. *G. D'Arrigo, D. Sette, P. Tartaglia.* Sound Velocity in Binary Liquid Mixtures Near the Critical Point. The 7th International Congress of Acoustics, Budapest, 1971, 19M7.
6. *P. Tartaglia, G. D'Arrigo, L. Mistura, D. Sette.* Dispersion of Ultrasonic Waves in the Binary Mixture Nitrobenzene-n-Hexane Near a Critical Point. Phys. Rev., 1972, *6A*, 4, 1627–1633.
7. *И. М. Арефьев, Н. В. Шилин.* Гравитационный эффект в интерференционных спектрах тонкой структуры линии Рэлея. Письма в ЖЭТФ, 1969, *10*, 3, 138–142.
8. *S. H. Chen, N. Polonsky.* Observation of Anomalous Damping and Dispersion of Hypersonics in a Binary Liquid Mixtures Near the Solution Critical Point. Phys. Rev. Lett., 1968, *20*, 17, 909–911.
9. *L. Mistura.* Sound Propagation Near a Critical Point in Multicomponent Fluid Systems. J. Chem. Phys., 1972, *57*, 6, 2311–2317.
10. *И. А. Чабан.* О распространении звука в смесях вблизи критической точки расслаивания. Акуст. ж., 1975, *21*, 1, 104—111.
11. *И. А. Чабан.* К вопросу о распространении звука в смесях вблизи критической точки расслаивания. Сравнение с экспериментом. Акуст. ж., 1975, *21*, 2, 286–293.
12. *А. З. Поташинский, В. Л. Покровский.* О поведении упорядочивающихся систем вблизи точки фазового перехода. ЖЭТФ, 1966, *50*, 2, 439–447.
13. *И. А. Чабан.* Пространственная дисперсия скорости звука в эмульсиях. Акуст. ж., 1973, *19*, 6, 926—929.
14. *G. D. Chynoweth, W. G. Schneider.* Ultrasonic Propagation in Binary Liquid Systems Near their Critical Solution Temperature. J. Chem. Phys., 1951, *19*, 1566.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
21 марта 1974 г.