Опыты с другими моделями неровной поверхности позволили сделать вывод, что увеличение уровня интенсивности в зоне тени тем больше, чем больше параметр Рэлея $R=2k\sigma\sin\chi$. Например, поверхность № 1 с неровностями, распределенными по нормальному закону при максимальном значении $R=2$, давала увеличение уровня в области тени под слоем скачка в среднем 4–6 *дб* в дистанционном интервале 50–200 *см*, а поверхность № 2, характеризуемая величиной $R=0{,}16$, – лишь около 1 *дб*.

На фиг. 5 приведены результаты измерений под слоем скачка.

Для поверхности № 1 поле оценено в области тени по формуле (1) с заменой интеграла суммой интенсивностей звука по лучам, приходящим в данную точку. Коэффициент отражения от статистически неровной поверхности вычисляется по формуле, приведенной в [2]. Факторы фокусировки q_1 и q_2 рассчитаны на ЦВМ Минск-22, а Q – по формуле Исаковича для плавных неровностей «кирхгофовского» типа, распределенных по нормальному закону [3] на БЭСМ-6 по программе на языке «Алгол».

Некоторое несовпадение расчетных данных с результатами измерений возможно объясняется неучтенной при расчете некогерентной составляющей рассеянного поля, а также дифракцией звука в зону тени.

Таким образом, можно сделать заключение, свидетельствующее в пользу рассмотренного метода оценки рассеянного поля в зоне тени с использованием лучевых представлений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *B. J. Shweitzer.* Sound Scattering into the shadow Zone. J. Acoust. Soc. America, 1968, *44*, 2, 525–530.
2. *Ф. Г. Басс.* Распространение радиоволн над статистически неровной поверхностью. Изв. вузов. Радиофизика, 1961, *4*, 3, 476–483.
3. *М. А. Исакович.* Рассеяние волн от статистически шероховатой поверхности. Тр. Акуст. ин-та, 1969, № 5, 152–251.

Горьковский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского

Поступила
9 июля 1974 г.

УДК 534.28:536.44

ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА И ОБЪЕМНАЯ ВЯЗКОСТЬ В АЗОТЕ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЖИДКОСТЬ — ПАР

Ю. П. Благой, Б. Г. Дударь, С. А. Михайленко

Недавно были выполнены исследования сдвиговой вязкости η_s [1] и $P-\rho-T$ соотношений [2] в окрестности критической точки азота. Проведенные нами измерения скорости (u) и коэффициента поглощения (α) звука существенно дополняют информацию, необходимую для проверки теоретических моделей статического и динамического поведения этого вещества в околокритической области.

Величины u и α измерялись импульсным методом при значениях $|\varepsilon|=|(T-T_к)/T_к|$ от $5\cdot10^{-2}$ до $2\cdot10^{-3}$ в диапазоне частот ($f=\omega/2\pi$), сужающемся при уменьшении $|\varepsilon|$ от 5–45 до 5–15 *Мгц*. Скорость звука измерялась также интерферометрическим методом в непрерывном режиме на частоте 1 *Мгц* с погрешностью 0,3–0,5%. Полученные при этом значения в пределах 2–3% согласовались как с данными работы [3] ($f=1{,}2$ *Мгц*), так и с нашими результатами для частот 5–25 *Мгц* в

T, °К	120	121	122	123	124	125	125,5	126
u, *м/сек*	318	301	279	258	232	200	182	163

диапазоне температур 121–125° К, имеющими погрешность 1,0–1,5%. Это свидетельствует об отсутствии в указанной области T и f дисперсии скорости, превышающей 5–7 *м/сек*. Погрешность измерения α возрастала в указанном выше интервале $|\varepsilon|$ от 4–6 до 10–15%. Измерительная аппаратура импульсного метода описана в работе [4], интерферометрического – в работе [5]. Исследуемый образец содержал 99,97% N_2, 0,02% O_2. Измерения проводились в жидкой фазе на линии насыщения с начальным заполнением объема измерительной камеры ($\vartheta_к$) таким количеством вещества (m), что $m/\vartheta_к\simeq\rho_к=0{,}311$ *г/см*^{3}. Контроль проводился по упругости насыщенных паров вплоть до перехода через критическую точку ($T_к=126{,}21°$ К, $P_к=34{,}65$ *кГ/см*^{2}), так что можно было провести корректировку заполнения. Точность поддержания температуры составляла 0,02° К, точность контроля давления – 0,1 *кГ/см*^{2}. В связи с большим поглощением не удавалось провести точные измерения ближе чем на 0,20° К к $T_к$, по этой же причине не проводились измерения и при $T>T_к$.

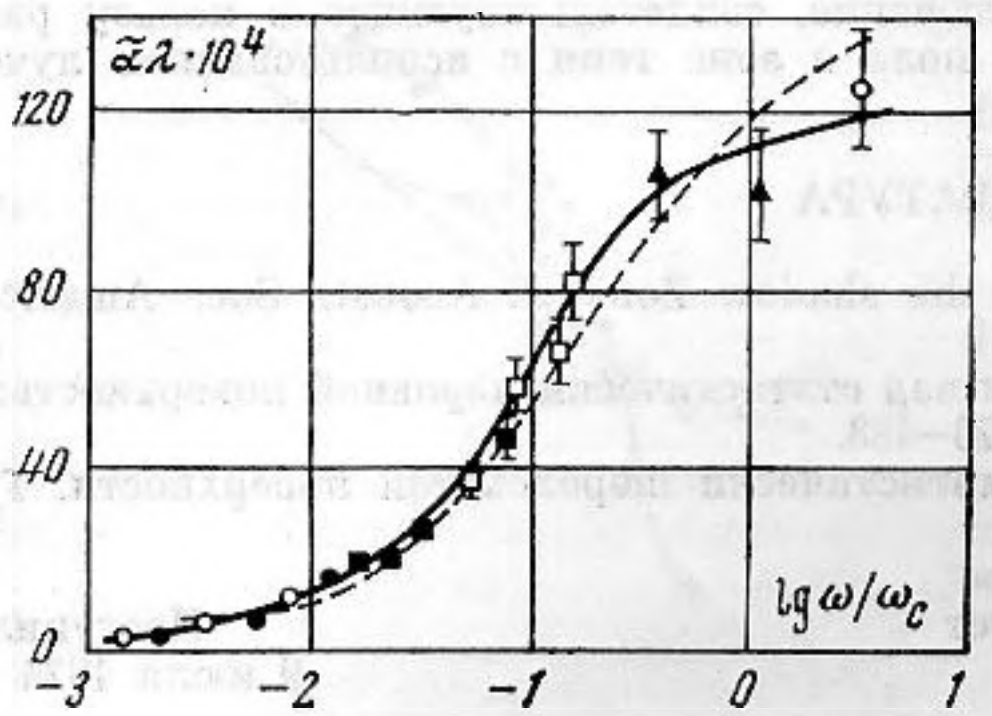
При $T>120°$ К величина $\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)$ сильно возрастает и имеет существенную дисперсию. Для правильного определения асимптотического поведения величины

$$\tilde{\alpha}\lambda = \left[\left(\frac{\alpha}{f^2}\right) - \left(\frac{\alpha}{f^2}\right)_p\right] fu$$

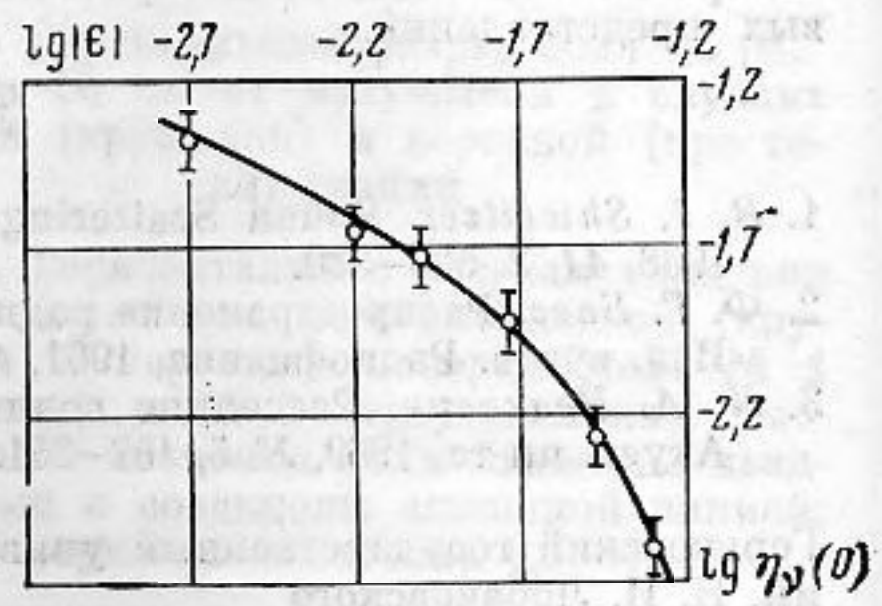
важно было поточнее оценить «регулярный» вклад

$$\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)_p = \frac{2\pi^2}{\rho u^3}\left[\left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p}\right)\varkappa + \frac{4}{3}\eta_s + (\eta_v)_p\right].$$

Данные по η_s, ρ и теплоемкости C_p и C_v принимались на основе результатов работ [1, 2]. Значения теплопроводности ($\varkappa$) были взяты по экстраполяции данных работы [6] в область 121–125° К, где, как будет ясно из дальнейшего обсуждения,



Фиг. 1



Фиг. 2

влияния критической аномалии этой величины еще не должно быть существенным. Несингулярная («высокочастотная») часть объемной вязкости $(\eta_v)_p$ оценивалась разными методами согласно теории [7, 8], в приближении одновременного релаксационного процесса (см. ниже). Все эти оценки давали сходные значения $(\eta_v)_p$ в пределах $(5/3-2)\eta_s$. Оказалось, что при $T\geqslant 124°$ К значение $\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)_p$ ниже экспериментальной ошибки $\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)$.

Фигура 1 показывает, что реально наблюдаемый релаксационный процесс для всех исследованных частот температур удается описать в терминах универсальной зависимости избыточного поглощения на длину волны $\tilde{\alpha}\lambda$ от параметра $\omega^* = \omega/\omega_k = \omega\left(\frac{k_Б T}{3\pi\eta_s^{(0)}\xi^3}\right)^{-1}$, где $k_Б$ — постоянная Больцмана, $\eta_s^{(0)}\simeq\eta_s$ при $T\leqslant 126°$ К, а $\xi=\xi_0|\varepsilon|^{-\nu}$ – равновесная корреляционная длина. На фиг. 1 приняты следующие обозначения изотерм: ○ — 120° К, ● — 122, ⊖ — 124, ◒ — 125, ◓ — 125,5, ⦶ — 126° К. Если параметр ξ_0 влияет только на сдвиг кривой относительно оси ω^*, то сама универсализация изотерм $\tilde{\alpha}\lambda(\omega)_\varepsilon$ весьма чувствительна к варьированию величины ν и в нашем случае достигается наилучшим образом при $\nu=0{,}70\pm0{,}04$. Приближенная оценка ξ_0 может быть сделана из сопоставления $6\pi\eta_1^{(0)}\xi$ константе трения в коэффициенте термодиффузии $\varkappa/\rho C_p$ [9] и при указанном значении ν дает $\xi_0=(1{,}1\pm0{,}1)$ Å. Используя эти величины ν и ξ_0, мы оценили теоретические значения функции

$$(\tilde{\alpha}\lambda)_{теор} = G(T)I(\omega^*) = \frac{k_Б T^3}{\pi\rho^3}\frac{(\alpha_p/\beta_T)^2}{u^2 C_v^2}\xi^{-1}\left[\frac{\partial(\xi^{-1})}{\partial T}\right]^2 I(\omega^*).$$

Коэффициент теплового расширения α_p и изотермическую сжимаемость (β_T) определяли на основе данных [2]; функция $I(\omega^*)$ в нужном нам интервале табулирована в [10]. На фиг. 1 кривая $(\tilde{\alpha}\lambda)_{теор}(\omega^*)$ дана пунктиром. Как видно, весьма хорошее согласие достигается при использовании фактически только одного подгоночного параметра.

Полученные в [2] значения критических индексов α, β и γ приводят с помощью соотношений теории подобия к значению $\nu=0{,}63\pm0{,}03$, что практически совпадает с нашим результатом в пределах указанных погрешностей. Возможно также, что это небольшое различие связано с влиянием зависящих от $|\varepsilon|$ поправочных членов к чисто степенным зависимостям, если учесть, что в [2] исследовалась область меньших значений $|\varepsilon|$. В исследованном нами районе влияние аномалии η_s несущественно и должно выполняться соотношение динамического скэйлинга $\nu=\gamma-\psi$, связывающее ν с показателями для теплопроводности ψ и изобарной теплоемкости (γ). Если взять по [2] $\gamma=1{,}18\pm0{,}02$ и для ν принять среднее значение 0,66, то получим $\psi=0{,}52\pm0{,}05$, т. е. сингулярная часть теплопроводности должна расти медленней, чем радиус корреляции. Заметим, что если даже положить $\psi\simeq\nu$, то начало особенности $\varkappa$ в жидкой фазе N_2 (минимум на кривой сосуществования) должно наблюдаться не ниже 125° К, что оправдывает сделанные выше допущения.

Поведение сингулярной части объемной вязкости $\tilde{\eta}_v$. Теория взаимодействующих мод [9, 11] предсказывает $\tilde{\alpha}\sim\omega^2$, т. е. $\tilde{\eta}_v\sim\omega^0$, поскольку функция $u(\omega)$ оказывается слабой, только «в глубине» так называемой первой области $0\ll\omega/3\pi\eta_s^{(0)}\xi_0^3\ll|\varepsilon|^{3\nu}$. В наших опытах это действительно имеет место при $\omega^*\leqslant4\cdot10^{-3}$. Реально наблюдаемая при более высоких ω^* неквадратичная зависимость $\alpha(\omega)_\varepsilon$ может быть в принципе получена из релаксационной кривой фиг. 1. Предельно достигаемые в нашем эксперименте значения ω^* лежат в районе перехода ко второй дисперсионной области, где кинетические коэффициенты должны быть комплексными величинами, зависящими от частоты и волнового вектора, и существенно менять характер расходимости. Выход экспериментальной кривой $\tilde{\alpha}\lambda(\omega^*)$ на более пологий участок означает приближение к ситуации, когда $\eta\sim\omega^{-1}$ $(\tilde{\alpha}\lambda)\simeq\mathrm{const}$. Заметим, что, согласно работе [12], в переходном районе $\eta_v\sim\omega^{-[1\pm0{,}25]}$.

Для определения $\tilde{\eta}_v(0)$ мы попытались использовать приближение одного характерного времени $1/\omega_h$ в форме

$$\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)^{-1}=[1+(\omega_*)^2]B^{-1},$$

где $B=\dfrac{2\pi^2}{\rho u^3}\eta_v(0)$. При этом мы получали и значения $(\eta_v)_p$, которые совпадали с предыдущими оценками в пределах указанной выше неопределенности, т. е. порядка 20%. Функция $\lg\tilde{\eta}_v(0)$ от $\lg|\varepsilon|$ дана на фиг. 2. В областях, более удаленных от $T_к$, наклон кривой составляет $1{,}70\pm0{,}20$, а для «верхних» участков кривой уменьшается до $0{,}6\pm0{,}2$. В [11] для первой области предсказывается $\tilde{\eta}_v(0)\sim\dfrac{C_p}{C_v}u\rho\xi\sim\sim|\varepsilon|^{-\gamma-\nu+3\alpha/2}$, что при указанных выше значениях γ, ν и $\alpha\simeq0{,}10\pm0{,}02$ соответствует $|\varepsilon|^{-(1{,}73\pm0{,}05)}$, а во второй области $\tilde{\eta}_v(0)\sim|\varepsilon|^{2\nu-2+\alpha/2}\sim|\varepsilon|^{-(0{,}55\pm0{,}05)}$. Эти теоретические результаты, как видно, хорошо согласуются с опытом. Хотя особенность $\tilde{\eta}_v$ и ослабляется, она даже вблизи $T_к$ оказывается несколько сильнее, чем у теплопроводности и сдвиговой вязкости (по [1] $\eta_s=\eta_{s0}\varepsilon^{-0{,}47}$). Видимо, с этим связан и тот факт, что η_v начинает релаксировать «ранее» других кинетических коэффициентов, однако выше 125,5–126° К критические индексы имеют тенденцию к сближению и $\tilde{\alpha}\lambda$ должно содержать все три сингулярных вклада.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Н. Зозуля, Ю. П. Благой.* Вязкость азота вблизи критической точки жидкость – пар. ЖЭТФ, 1974, 66, 1, 212–224.
2. *Ю. П. Благой, Б. Г. Дударь, В. Н. Зозуля, С. А. Михайленко.* Экспериментальная проверка моделей критического состояния по статическому и динамическому поведению азота вблизи критической точки жидкость – пар. Тезисы докладов X Всесоюзной конференции по физике жидкого состояния. Изд. Самаркандского гос. ун-та, 1974, стр. 112.
3. *W. van Dael, A. van Itterbeek, A. Cops, L. Thoen.* Sound velocity measurements in liquid argon, oxygen, nitrogen. Physica, 1966, *32*, 3, 611–620.
4. *Б. Г. Дударь, С. А. Михайленко, А. Е. Бутко.* Установка для ультраакустических измерений в жидкостях от азотных до комнатных температур. В сб.: Физика низких температур, вып. 20, Харьков, изд. ФТИНТ, 1972, 71–76.
5. *Ю. П. Благой, А. Е. Бутко, С. А. Михайленко, В. В. Якуба.* Скорость звука в жидких азоте, кислороде, аргоне в области выше нормальных температур кипения. Акуст. ж., 1966, *12*, 4, 405–410.
6. *Н. Б. Варгафтик.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1972.

7. *P. Gray, S. A. Rice.* On the kinetik theory of dense fluids. XVIII. The bulk viscosity. J. Chem. Phys., 1964. *41*, 12, 3689–3694.
8. *R. Zueanzig, R. D. Mountain.* High-frequency elastic moduli of simple fluids. J. Chem. Phys., 1965, *43*, 12, 4464–4470.
9. *K. Kowasaki.* Sound attenuation and dispersion near the liquid-gas critical point. Phys. Rev., 1970, *A1*, 6, 1750–1757.
10. *C. W. Garland, D. Eden, L. Mistura.* Critical sound absorption in xenon. Phys. Rev. Let., 1970, *25*, 17, 1161—1165.
11. *L. P. Kadanoff, J. Swift.* Transport coefficients near the critical point. Phys. Rev., 1968, *166*, 1, 89–107.
12. *В. П. Романов, В. А. Соловьев.* О поглощении звука вблизи критической точки. Акуст. ж., 1968, *14*, 2, 262–267.

Физико-технический институт низких температур
Академии наук УССР

Поступила
4 октября 1974 г.

УДК 534.21

ОБ АКУСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИЗГИБНО-КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ СТЕРЖНЯ

Ю. И. Бобровницкий

Твердые волноводы являются пока мало исследованной областью акустики. Исключение составляют цилиндр, пластина и тонкая полоса, для которых свойства нормальных волн достаточно полно изучены [1]. Для других твердых волноводов, в частности для однородных стержней произвольного сечения, точных решений еще не получено и при изучении их свойств важное значение имеют упрощенные модели. Для стержня, совершающего антисимметричные относительно одной из поперечных осей колебания, низкочастотной моделью является модель Тимошенко [2]. Этой модели посвящено несколько сот работ, в которых рассмотрены различные ее свойства и их связь со свойствами реальных стержней. Обзор большинства этих работ содержится в книге [3].

С акустической точки зрения наиболее важными являются дисперсионные свойства модели, определяющие характер распространения волн по стержню и его собственные колебания. Во многих работах (см., например, [4–6]) отмечалось хорошее соответствие дисперсии волн модели С. П. Тимошенко с дисперсией первых двух нормальных волн пластины (волн Лэмба). Ниже показывается, что это соответствие может быть улучшено путем введения в уравнения С. П. Тимошенко дополнительного корректирующего коэффициента, в результате чего можно повысить точность расчета высокочастотного спектра ограниченных стержней.

Основными соотношениями, описывающими модель С. П. Тимошенко, являются уравнения равновесия

$$\rho S\ddot{w}=Q', \qquad \rho I\ddot{\psi}=M'-Q, \tag{1}$$

где w и ψ – средние по сечению стержня смещение и угол поворота, M и Q – интегральные изгибающий момент и перерезывающая сила, ρ – плотность материала, S и I – площадь и момент инерции поперечного сечения, точки и штрихи означают дифференцирование по времени и по продольной координате x, а также соотношения между M, Q и w, ψ

$$M=EI\psi', \qquad Q=qGS(w'+\psi), \tag{2}$$

где E – модуль Юнга, G – модуль сдвига, q – корректирующий коэффициент, введенный С. П. Тимошенко (коэффициент сдвига). Уравнения (1) получаются интегрированием уравнений равновесия трехмерной теории упругости [7, 8]. Интегрирование соотношений закона Гука не приводит непосредственно к соотношениям (2). Так, если рассматривать стержень – полосу, который описывается уравнениями плоского напряженного состояния [9], такое интегрирование дает выражения

$$M = EI\psi' + \nu \int_{-H}^{H} y\sigma_{yy}\,dy, \qquad Q = GS[w'+u_x(H)/H], \tag{3}$$

где ν – коэффициент Пуассона, y – поперечная координата, $2H$ – высота стержня, σ_{yy} – напряжение по оси y, u_x – смещение по продольной координате. Нетрудно видеть, что для перехода от интегральных соотношений (3) к соотношениям (2) нужно: а) пренебречь величиной σ_{yy}; б) величину $u_x(H)/H$ заменить средним углом