АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXI 1975 Вып. 5

УДК 532.534–8

К ВОПРОСУ О ВЫЧИСЛЕНИИ КНЕЗЕРОВСКИХ ВРЕМЕН РЕЛАКСАЦИИ В ЖИДКОСТИ ИЗ МОДЕЛИ БИНАРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Е. Б. Петрунина, В. П. Романов, В. А. Соловьев

Рассмотрен вопрос о применимости приближения бинарных столкновений для вычисления времен кнезеровской релаксации в жидкостях. Выбрана модель внутримолекулярного колебания, для которой время колебательной релаксации определяется спектральной плотностью действующей на молекулу силы. Эта спектральная плотность вычислена для жидкости методом молекулярной динамики, а затем для «газовой» модели жидкости, т. е. в приближении бинарных столкновений. Оказалось, что в области высоких частот ход обеих кривых примерно одинаков и близок к экспоненциальному, а численные значения различаются в несколько раз. Это в некоторой степени оправдывает применимость газового подхода для оценок вероятностей колебательных переходов в жидкостях.

В последние годы появилось большое число экспериментальных работ, посвященных исследованию кнезеровского поглощения звука в жидкостях (см., например, [1—3]).

При теоретических оценках вклада этого механизма в общее затухание наибольшие трудности возникают при вычислении времен релаксации, которые определяются вероятностями колебательных переходов в молекулах w_{01} при взаимодействии с полем окружения. Вычисление w_{01} для конденсированной фазы путем рассмотрения флуктуаций межмолекулярных сил встречает большие трудности [4]. Нередко применяют для этой цели также модель бинарных столкновений [5], разработанную в работе [6] для газов, хотя вопрос о ее применимости для конденсированной фазы естественно вызывает сомнения. Этот вопрос анализировал Фиксман [7], но, к сожалению, определенного результата получить не удалось.

Основная трудность состоит в том, что необходимо знать, как флуктуирует сила взаимодействия данной молекулы с ее соседями в течение очень коротких промежутков времени на частотах гораздо выше дебаевских. В настоящей работе спектральные характеристики межмолекулярных сил, определяющие вероятности колебательных переходов, найдены численно, методом молекулярной динамики. Результаты сопоставлены с расчетами, проведенными на основе модели бинарных столкновений.

Как известно, вероятность перехода за единицу времени

$$w_{01}=\frac{2\pi}{\hbar^2}\langle V_{01}{}^2\rangle_{\omega_{01}}, \tag{1}$$

где $\langle V_{01}{}^2\rangle$ — спектральная интенсивность флуктуаций V_{01}, $V_{01}(t)=\int\psi_1{}^*(x)V_{\text{вз}}(x,t)e^{i\omega_{01}t}\psi_0(x)dx$; $\psi_0(x)$, $\psi_1(x)$ — волновые функции гармонического осциллятора, x — внутримолекулярная колебательная координата, $V_{\text{вз}}(x,t)$ — член в гамильтониане, ответственный за переход, ω_{01} — частота осциллятора. Явный вид $V_{\text{вз}}(x,t)$ зависит от выбора модели внутримолекулярного колебания. Здесь мы примем модель Цванцига [8], согласно которой потенциал межмолекулярного взаимодействия имеет вид $\Phi(|\mathbf{r}-\mathbf{x}|)$, где $\mathbf{r}$ — расстояние между центрами молекул. Это соответствует

колебаниям жесткой сферической оболочки около центра молекулы. Предполагается, что направление колебаний $\mathbf{x}$ не изменяется в процессе возбуждения молекулы. Поскольку x мало, можно положить

$$(2) \qquad \langle V_{01}^2\rangle_\omega = \langle F_i^2\rangle_\omega x_{01}^2,$$

где $\mathbf{F}_i = -\sum_{j\neq i} \nabla\Phi(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)$ — сила, действующая на молекулу i, x_{01} — матричный элемент x. Вместо $\langle F_i^2\rangle_\omega$ можно пользоваться спектральной плотностью скорости $\langle v_i^2\rangle_\omega$, поскольку

$$(3) \qquad \langle F_i^2\rangle_\omega = m^2\omega^2\langle v_i^2\rangle_\omega,$$

где $\mathbf{v}_i$ — скорость молекулы i, m — ее масса. Подставляя (3) и (2) в (1), находим окончательно

$$(4) \qquad w_{01} = \frac{2\pi}{3\hbar^2} x_{01}^2 \langle \mathbf{F}(0)\mathbf{F}(t)\rangle_{\omega_{01}} = \frac{2\pi}{3\hbar^2} x_{01}^2 m^2 \omega_{01}^2 \langle \mathbf{v}(0)\mathbf{v}(t)\rangle_{\omega_{01}}.$$

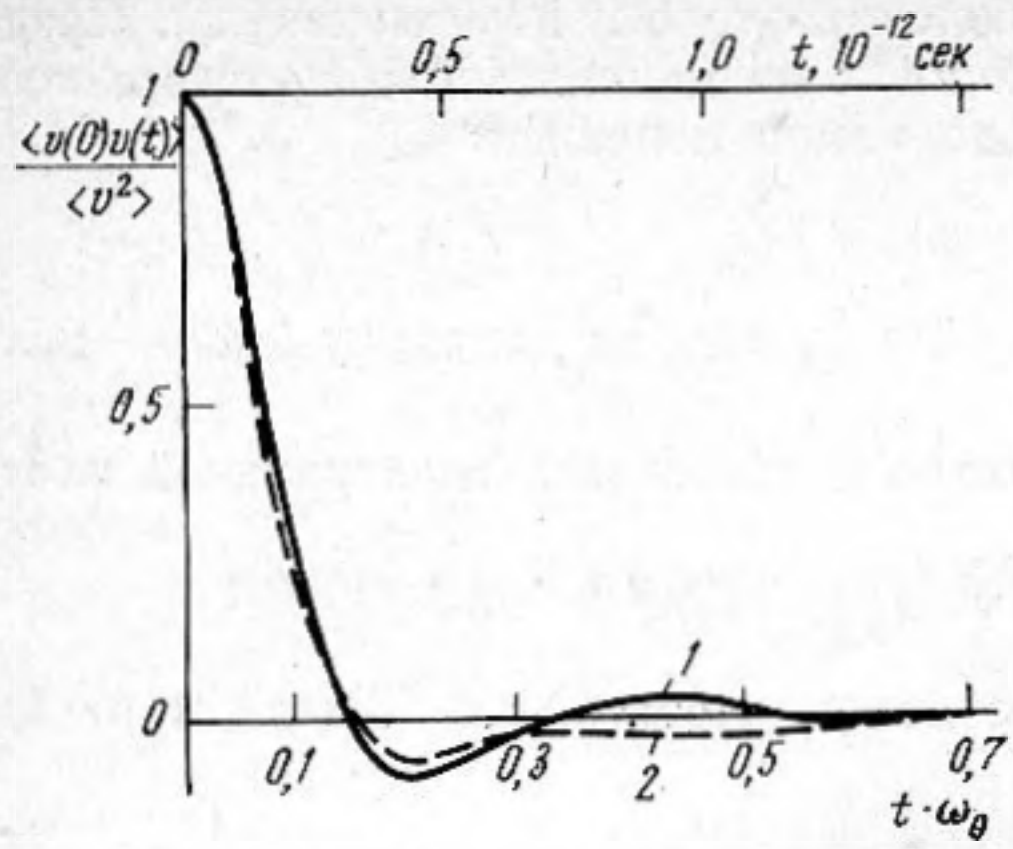
Функция временнóй корреляции скорости и ее спектральная плотность были впервые получены методом молекулярной динамики Раманом [9]. Он интегрировал систему уравнений движения 864 частиц с шагом по времени $\Delta t = 10^{-14}$ *сек*. Для вычисления вероятности переходов шаг по времени должен быть по крайней мере на порядок короче, так как интересующий нас диапазон частот лежит в области 10^{13}—10^{14} *сек*$^{-1}$. Мы интегрировали систему уравнений движения для $N=125$ частиц с потенциалом взаимодействия Леннард-Джонса $\Phi(r) = 4\varepsilon[(\sigma/r)^{12} - (\sigma/r)^6]$, заключенных в куб с ребром L. На систему были наложены периодические граничные условия. Возможность уменьшить число частиц при решении данной задачи связана с тем, что нас в основном интересует только ближайшее окружение каждой молекулы. С другой стороны, основная ячейка такого размера уже достаточно полно отражает свойства реальной жидкости. Так, первые два пика радиальной функции распределения совпадают с вычисленными в работе [9], а что касается распределения молекул по скоростям, то даже десятый момент скорости $\langle v^{10}\rangle$ отличается от вычисленного аналитически не более чем на 10%. Процедура расчета слегка отличается от предложенной в работе [9] и описана в Приложении.

Функции временнóй корреляции типа $\langle\varphi(t, t_0)\rangle = \langle A(t_0)A(t_0+t)\rangle$ вычислялись усреднением значений $\varphi(t, t_0)$ по всем частицам системы и по начальным моментам t_0. Эти моменты располагались группами по 7—10 точек, разделенных интервалами $\sim 50\ \Delta t$. Интервалы между отдельными группами составляли не менее $1000\ \Delta t$. Внутри каждой группы возможна некоторая корреляция между усредняемыми кривыми, поэтому эффективное число независимых начальных моментов, вероятно, меньше фактического. При расчете использовались следующие численные значения параметров системы: $\varepsilon/kT = 1{,}26$; $\frac{\sigma}{L} N^{1/3} = 0{,}934$; $\omega_0 \equiv \sqrt{\varepsilon/m\sigma^2} = 4{,}65\cdot 10^{11}$ *сек*$^{-1}$.

В пересчете на аргон эти параметры соответствуют тем значениям, которые выбирались в работе [9]: $T = 95°$ К, $\rho = 1{,}374$ *г/см*^{3}, а временной шаг $\Delta t = 10^{-15}$ *сек*. Результаты расчетов приводятся ниже с двумя масштабами — безразмерным, пригодным для любых жидкостей с данным потенциалом в соответственных состояниях, и с обычным масштабом, относящимся к аргону. Этот второй масштаб служит для иллюстрации; аргон был выбран для облегчения сопоставления с результатами других авторов.

На фиг. 1 показана автокорреляционная функция скорости, полученная усреднением по 17 моментам t_0. Для сравнения на этой фигуре приведена аналогичная кривая, полученная Раманом.

На фиг. 2 представлены фурье-образы этих автокорреляционных функций. Здесь же показаны значения $\langle v^2\rangle_\omega$, полученные не из прямого усред-



Фиг. 1. Функция корреляции скорости: *1* – усреднение по 17 начальным моментам t_0, *2* – данные [9]

нения скоростей молекул, а вычисленные по формуле (3) из корреляционной функции силы F, действующей на молекулу. Кривые $\langle v^2\rangle_\omega$ определялись во всех случаях до значений ω, на которых осцилляции и разброс данных по отдельным сериям начинают превышать абсолютную величину $\langle v^2\rangle_\omega$. Наилучшие возможности для получения спектров в области высоких частот дает, по-видимому, последний метод – прямое усреднение величин $\langle \mathbf{F}_i(0)\cdot\mathbf{F}_i(t)\rangle$.

Данные Рамана доходят до частот $\sim 15\cdot 10^{12}\ c^{-1}$, и в этой области наши результаты в общем согласуются с ними. На частотах $6\cdot 10^{12}\ c^{-1}$ на кривой Рамана имеются небольшие осцилляции, связанные, вероятно, с большой величиной Δt, они становятся особенно заметными после перехода к автокорреляционной функции силы. На наших кривых осцилляции в этой области практически отсутствуют. Детали кривой в области низких частот ($\sim 5\cdot 10^{12}\ c^{-1}$ и ниже) должны лучше передаваться результатами Рамана ввиду большего размера основной ячейки.

На фиг. 3 представлена спектральная плотность силы, непосредственно определяющая частотную зависимость вероятностей перехода в принятой модели.

Можно предполагать, что поведение спектров $\langle v^2\rangle_\omega$ и $\langle F^2\rangle_\omega$ в области низких частот должно отражать гидродинамические движения в жидкости. Если допустить, что низкочастотные движения молекул можно отождествить с гидродинамическими движениями элементов объема жидкости, то автокорреляционные функции силы и скорости примут вид (см., например, [10])

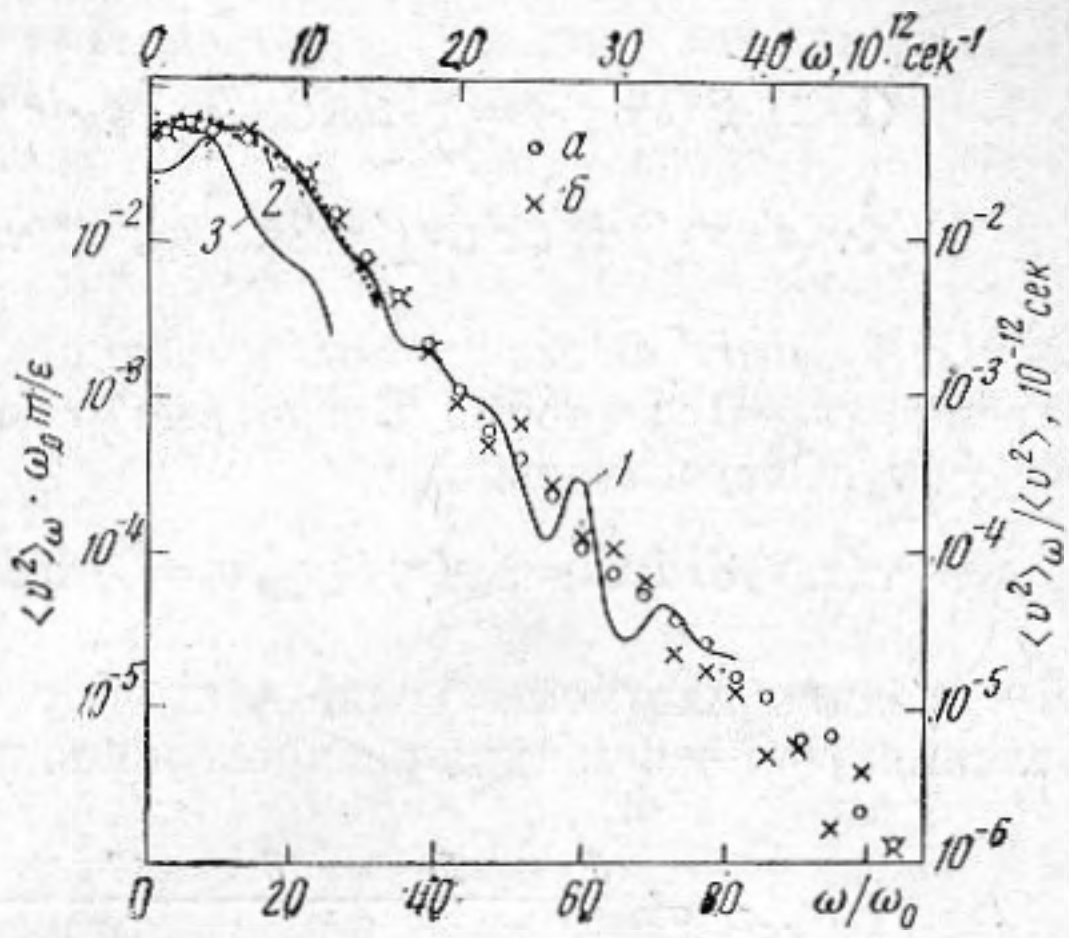
$$\langle F^2\rangle_\omega = m^2\langle v^2\rangle_\omega\omega^2 = m^2\omega^4\int_0^{k_m}\langle u^2\rangle_{k\omega}d\mathbf{k} = -\frac{\omega^3 m^2 kT}{8\pi^4}\,\mathrm{Im}\int_0^{k_m}\left(\frac{2}{M}+\frac{1}{D}\right)d\mathbf{k}, \tag{5}$$

где $\mathbf{u}$ – смещение, $\mathbf{k}$ – волновой вектор, $M=-\rho\omega^2+i\omega k^2\dfrac{\eta}{1+i\omega\tau_M}$, $D=$ $=[-\rho\omega^2+k^2K_S+i\omega k^2(^4/_3\eta+\zeta)/(1+i\omega\tau_M)]$, ρ – плотность, η и ζ – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости, K_S – адиабатический модуль упругости. Мы принимаем для простоты простую максвелловскую модель жидкости и считаем, что времена релаксации объемной и сдвиговой вязкости τ_M одинаковы, а также пренебрегаем процессом теплопроводности. При малых ω интеграл в (5) растет приблизительно как k_m. Величину k_m можно выбрать в духе дебаевского приближения, $k_m=\pi/a$, где $a=L/N^{1/3}$ – среднее расстояние между молекулами. В рамках таких предположений оказывается, что на низких частотах гидродинамическая часть составляет около половины вычисленной спектральной плотности $\langle v^2\rangle_\omega$ и $\langle F^2\rangle_\omega$. Вопрос о возможности аппроксимации медленных движений молекул уравнениями гидродинамики более подробно обсуждался в работах Фишера и Маломужа (см. [11, 12]).

В области высоких частот результаты, полученные методом молекулярной динамики, довольно далеко выходят за предельную частоту спектра межмолекулярных движений, $\omega_D=\pi c/a$, до которой принято считать удовлетворительным гидродинамическое описание, и близко подходят к часто-

там внутримолекулярных переходов. Из фиг. 3 видно, что спектральная плотность силы, действующей на молекулу, ведет себя приблизительно как экспоненциальная функция частоты, что несколько напоминает частотную зависимость вероятностей кнезеровских переходов для газов.

Газовый подход к количественному расчету вероятностей переходов в жидкостях развивался в работе [6] в очень грубой форме: вероятность перехода при столкновении, вычисленная для газа, умножалась на «часто-



Фиг. 2. Спектральная плотность скорости: *1* — усреднение по 17 начальным моментам t_0, *2* — данные [9], *3* — гидродинамическая модель по данным для Ar: $T=95°$ K, $\rho=1{,}374$ *г/см*^{3}, $\eta=0{,}236$ *спз*, $\zeta=0{,}095$ *спз*, $K_S=8{,}57\cdot10^9$ *дин/см*^{2}, $\tau_M=5\cdot10^{-13}$ *сек* (оценочное значение); *а* и *б* — вычисление из корреляторов $\langle F^2\rangle_\omega$, усредненных по двум независимым сериям из 18 начальных моментов каждая

ту столкновений» $\nu_ж$ в жидкости; при оценке $\nu_ж$ неизбежен значительный произвол. Вряд ли имеет смысл сравнивать также расчеты с результатами, полученными на основе молекулярной динамики. Более корректным представляется вычислять спектр $\langle F^2\rangle_\omega$ в предположении, что удар развивается по динамическим законам бинарного столкновения, но усреднять различные траектории с весами, характерными для жидкости.

Пусть каждая молекула испытывает однократное соударение с некоторой выделенной молекулой i, и все они не сталкиваются между собой. Тогда сила, действующая на выделенную частицу, может быть представлена в виде

$$\mathbf{F}(t)=\int\boldsymbol{\varphi}(t-t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')\nu(t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')\,dt'd\mathbf{r}'\,d\mathbf{v}_\perp',$$

где $\boldsymbol{\varphi}(t-t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')$ — сила, действующая со стороны молекул, которые испытали соударение в момент t' в точке $\mathbf{r}'$ со скоростью $\mathbf{v}_\perp'$, $\nu(t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')dt'd\mathbf{r}'d\mathbf{v}_\perp'$ — число молекул, которые столкнулись с i в интервале от t' до $t'+dt'$ в элементе объема в интервале скоростей от $\mathbf{v}_\perp'$ до $\mathbf{v}_\perp'+d\mathbf{v}_\perp'$, $\mathbf{v}_\perp'$ — скорость молекулы в момент максимального сближения.

Усредняя произведение этих сил, взятых в разные моменты времени, и учитывая, что при отсутствии корреляции между ударами разных молекул

$$\langle\nu(t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')\nu(t'',\mathbf{r}'',\mathbf{v}_\perp'')\rangle=$$
$$=\nu(t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')\delta(t'-t'')\delta(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'')\delta(\mathbf{v}_\perp'-\mathbf{v}_\perp'')+$$
$$+n(t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')n(t'',\mathbf{r}'',\mathbf{v}_\perp''),$$

имеем

$$\langle\mathbf{F}(t)\cdot\mathbf{F}(t+\tau)\rangle=\int\boldsymbol{\varphi}(t-t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')\cdot\boldsymbol{\varphi}(t-t'+\tau,\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')\times$$
$$\times\nu(\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')dt'd\mathbf{r}'\,d\mathbf{v}_\perp'+\int\boldsymbol{\varphi}(t-t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')n(t',\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')\times$$
$$\times\boldsymbol{\varphi}(t-t''+\tau,r'',\mathbf{v}_\perp'')n(t'',\mathbf{r}'',\mathbf{v}_\perp'')dt'dt''d\mathbf{r}'d\mathbf{r}''d\mathbf{v}_\perp'd\mathbf{v}_\perp''.$$

Второе слагаемое в правой части равенства равно нулю, поскольку оно представляет собой произведение средних значений силы в разные моменты времени.

Разлагая $\varphi(t)$ в спектр Фурье

$$\varphi(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\varphi_\omega e^{i\omega t}d\omega,$$

получаем

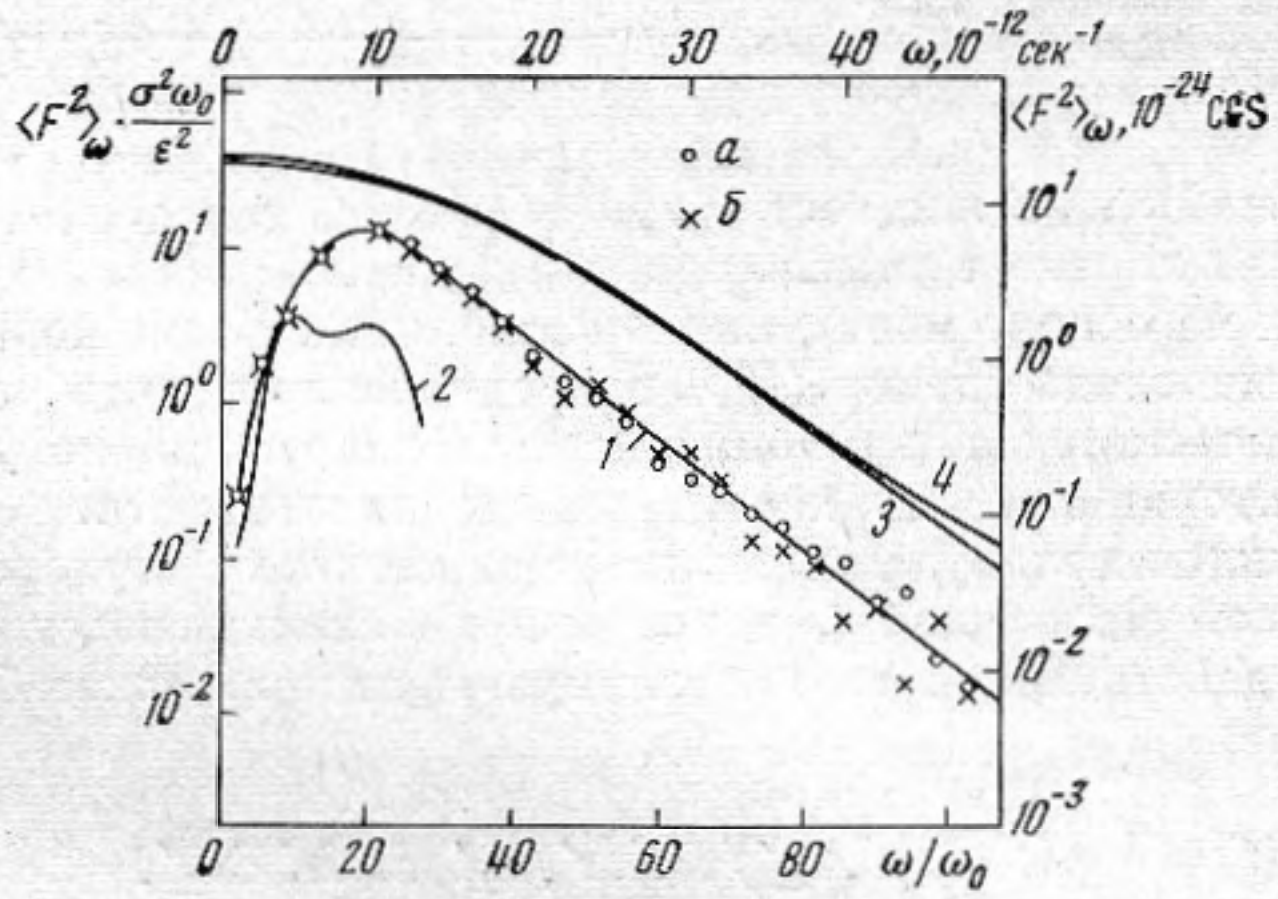
$$\langle \mathbf{F}(t)\cdot\mathbf{F}(t+\tau)\rangle=\int d\omega' d\omega''\varphi_{\omega'}\varphi_{\omega''}e^{i\omega'(t-t')+i\omega''(t-t'+\tau)}\times \tag{6}$$

$$\times\nu(\mathbf{r}',\mathbf{v}_\perp')\,dt'd\mathbf{r}'d\mathbf{v}_\perp'=2\pi\int\varphi_\omega^2 e^{i\omega\tau}\nu(\mathbf{r},\mathbf{v}_\perp)\,d\mathbf{r}d\mathbf{v}_\perp d\omega.$$

Здесь $\nu(\mathbf{r},\mathbf{v}_\perp)d\mathbf{r}d\mathbf{v}_\perp dt$ имеет смысл среднего числа молекул, испытавших соударение ($v_\parallel=0$) за время dt в объеме $d\mathbf{r}$ со скоростью в интервале между $\mathbf{v}_\perp$ и $\mathbf{v}_\perp+d\mathbf{v}_\perp$. Следовательно,

$$\nu(\mathbf{r},\mathbf{v})\,d\mathbf{r}d\mathbf{v}dt=\bar{n}g(r)f(\mathbf{v}_\perp,v_\parallel=0)\,d\mathbf{r}d\mathbf{v}_\perp\left(-\frac{\Phi'(r)}{m}\right)dt,$$

где $\bar{n}$ — средняя плотность числа частиц, $g(r)$ — радиальная функция распределения, $f(\mathbf{v})$ — функция распределения по скоростям.



Фиг. 3. Спектральная плотность силы: *а* и *б* — те же данные, что на фиг. 2, *1* — сглаженная кривая, *2* — гидродинамическая модель, *3* — газовая модель с усреднением по точкам максимального сближения, *4* — то же с усреднением по начальным условиям

Можно построить газовую модель и другими способами, например для вычисления функции временнóй корреляции силы можно поставить задачу с начальными условиями. Напишем силу, действующую на молекулу i в момент времени $t=0$ как сумму сил взаимодействия со всеми остальными молекулами

$$\mathbf{F}_i(0)=\sum_{j\neq i}\psi_{ij}(t=0,\mathbf{v}_j,\mathbf{r}_j),$$

а далее будем считать, что начиная с этого момента изменение силы $\mathbf{F}_i$ происходит по газовым законам, т. е. движения молекул не коррелированы. Составляя произведение $\mathbf{F}_i(0)\cdot\mathbf{F}_i(t)$ и усредняя его по начальным моментам времени, получаем

$$\langle\mathbf{F}_i(0)\cdot\mathbf{F}_i(\tau)\rangle=\int\bar{n}g(r)f(\mathbf{v})\,(\psi(0,\mathbf{v},\mathbf{r})\cdot\psi(\tau)|_{\mathbf{r},\mathbf{v}})\,d\mathbf{r}d\mathbf{v}. \tag{7}$$

Здесь считается, что начальное распределение молекул вокруг i такое же, как в жидкости; величина $\psi(\tau)|_{\mathbf{r},\mathbf{v}}$ есть сила в момент τ, если в момент $t=0$ молекула находилась в точке $\mathbf{r}$ и имела скорость $\mathbf{v}$. Вычисление $\langle F^2\rangle_\omega$ производится разложением $\langle \mathbf{F}_i(0)\cdot\mathbf{F}_i(t)\rangle$ в спектр Фурье.

Спектральные плотности силы, полученные из описанных здесь газовых моделей, представлены на фиг. 3. Функция $g(r)$, которая входит в формулы (6) и (7), получена из нашей машинной модели жидкости. Функции $\varphi(\tau)$ для различных τ, $\mathbf{v}_\perp$ и $\psi(\tau)$ для различных $\mathbf{r}$, $\mathbf{v}$ построены численным решением задачи о бинарном столкновении. При этом потенциал Леннард-Джонса полагался постоянным, начиная с точки минимума. Фактически это означало, что на расстояниях $r\geqslant r_{\min}$ $\mathring{\mathbf{v}}=0$. Это сделано для того, чтобы при малых скоростях молекул не возникало связанных состояний. Учет притяжения незначительно меняет $\langle F^2\rangle_\omega$ в области высоких частот ($\omega/\omega_0>20$).

Из фиг. 3 видно, что обе газовые модели приводят к почти одинаковым результатам. Сравнение кривых *3* и *4* с кривой *1* показывает, что в области низких частот, где движения в жидкости в значительной мере коллективные, и все силы, действующие на частицу, почти полностью скомпенсированы, газовое приближение резко отличается от реальной картины. В области высоких частот кривые *3* и *4* начинают сближаться с кривой *1*, и ход их качественно совпадает, но газовые модели дают результат, в 5—7 раз превосходящий данные машинного расчета. Это до известной степени объясняет, почему в широком интервале температур сохраняется приблизительная пропорциональность частоты релаксации и плотности, охватывающая области газового и жидкого состояния, но применять газовое приближение для количественного сравнения теории с опытом [6], по-видимому, нельзя.

Машинные расчеты проводились на ЭВМ М-222 и потребовали около 40 часов машинного времени. При использовании более мощных ЭВМ представляется возможным проводить расчет вероятностей переходов с учетом реальной структуры молекул и сравнивать их с экспериментальными результатами для конкретных веществ.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Интегрирование системы уравнений движения проводилось с помощью следующего алгоритма: после l-го шага по времени известны совокупности координат $\{\mathbf{r}_i^{(l)}\}$, скоростей $\{\mathbf{v}_i^{(l)}\}$ и ускорений $\{\mathbf{a}_i^{(l)}\}$. Тогда в предположении равноускоренного движения

$$\mathbf{v}_i^{(l+1)}=\mathbf{v}_i^{(l)}+\mathbf{a}_i^{(l)}\Delta t;\quad \mathbf{r}_{i*}^{(l+1)}=\mathbf{r}_i^{(l)}+\frac{1}{2}\Delta t(\mathbf{v}_i^{(l+1)}+\mathbf{v}_i^{(l)}).$$

По $\{\mathbf{r}_{i*}^{(l+1)}\}$ находится $\{\mathbf{a}_i^{(l+1)}\}$; затем $\{\mathbf{v}_i^{(l+1)}\}$ и $\{\mathbf{r}_i^{(l+1)}\}$ пересчитываются в предположении о том, что ускорение изменилось на этом шаге линейно

$$\mathbf{v}_i^{(l+1)}=\mathbf{v}_i^{(l)}+\frac{1}{2}\Delta t(\mathbf{a}_i^{(l)}+\mathbf{a}_i^{(l+1)});\quad \mathbf{r}_i^{(l+1)}=\mathbf{r}_{i*}^{(l+1)}+\frac{\mathbf{a}_i^{(l+1)}-\mathbf{a}_i^{(l)}}{6}\Delta t^2.$$

Этот алгоритм обеспечивает нужную точность и требует для своей реализации меньшего объема машинной памяти по сравнению с алгоритмом, предложенным в работе [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Л. А Давидович, С. Махкамов, Л. Пулатова, П. К. Хабибуллаев, М. Г. Халиулин.* Исследование ультра- и гиперакустических свойств некоторых органических жидкостей на частотах 0,3÷3 *Ггц.* Акуст. ж., 1972, *18*, № 2, 318—320.
2. *Г. Л. Гудименко, Л. М. Перешивана.* Исследование гиперакустических свойств галоидозамещенных бензола. Укр. физ. ж., 1972, *17*, 9, 1446—1450.
3. *Л. А. Давидович, А. А. Иванов, С. Махкамов, Л. Пулатова, П. К. Хабибуллаев, М. Г. Халиулин, Ш. Шарипов.* О механизме колебательной релаксации в жидкостях. Акуст. ж., 1973, *19*, 1, 26—31.

4. *В. П. Романов, В. А. Соловьев.* О вероятностях колебательных переходов и кнезеровском поглощении звука в конденсированной фазе. Акуст. ж., 1975, *21*, 2.
5. *Л. Д. Ландау, Е. Теллер.* К теории дисперсии звука, Собр. тр. М., «Наука», *1*, 181—188.
6. *K. F. Herzfeld, T. A. Litovitz.* Absorption and dispersion of ultrosonic waves. New York — London, Acad. Press, 1959.
7. *M. Fixman.* Vibrational relaxation in liquids. J. Chem. Phys., 1961, *34*, 2, 369—375.
8. *R. Zwanzig.* Theory of vibrational relaxation in liquids. J. Chem. Phys., 1961, *34*, 6, 1931—1935.
9. *A. Rahman.* Correlations in the motion of atoms in liquid argon. Phys. Rev., 1964, *136*, 2A, A405—A411.
10. *В. П. Романов, В. А. Соловьев, Л. С. Филатова,* Влияние флуктуаций температуры и внутреннего параметра на рассеяние света в среде с одним релаксационным процессом. Оптика и спектроскопия, 1971, *30*, 5, 901—909.
11. *И. З. Фишер.* Гидродинамическая асимптотика автокорреляционной функции скорости молекул в классической жидкости. ЖЭТФ, 1971, *61*, 4, 1647—1659.
12. *Н. П. Маломуж, И. З. Фишер.* О коллективной природе теплового движения в жидкостях. Физика простых жидкостей. Межведомств. научн. сб., 1973, *1*, 33—37.

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова
Физический факультет
Научно-исследовательский физический институт

Поступила
12 мая 1974 г.