АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXI 1975 Вып. 5

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ НА УПРУГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

Д. Д. Плахов, Г. Я. Саволайнен

Дан теоретический анализ распределения звукового давления вблизи поверхности упругой сферической оболочки на расстояниях, сравнимых с ее радиусом.

В ряде встречающихся в инженерной практике случаев нельзя пренебречь кривизной упругой оболочки, вблизи которой распространяется звук. При анализе закономерностей распределения звукового давления в таких случаях в качестве упрощенной модели оболочки двоякой кривизны может быть использована тонкостенная сфера.

Ранее в работах [1—4] исследовалось распространение электромагнитных волн вблизи поверхности сферы конечной диэлектрической проницаемости. Однако прежде чем применять результаты этих работ в случае звуковых волн, необходимо предварительно выполнить специальный анализ, что обусловлено спецификой дифракции звука на упругих оболочках. В связи с этим ниже рассматривается звуковое давление, создаваемое вблизи упругой сферической оболочки точечным источником объемной скорости, удаленным на конечное расстояние от поверхности оболочки, и определяется распределение звукового давления вблизи сферы на расстояниях, сравнимых с ее радиусом. При изложении полученных результатов мы будем опускать математические преобразования, известные из работ [1—4], обращая в основном внимание на те особенности, которые характерны для дифракции звука на упругой оболочке.

Используя метод работ [1, 2] и опуская сомножитель $\exp(-i\omega\tau)$, определяющий зависимость рассматриваемых эффектов от времени τ, запишем выражение, описывающее звуковое давление, создаваемое излучателем единичной производительности в безграничном пространстве, в виде разложения в ряд по функциям Лежандра $P_r(\cos\theta)$.

$$\frac{e^{ikR}}{R}=ik\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\psi_n(kr)\zeta_n(kr_0)P_n(\cos\theta),\qquad r<r_0. \tag{1}$$

Здесь предполагается, что сферическая система координат так ориентирована, что излучатель расположен в точке с координатами $\{r_0, 0, 0\}$, а координаты точки наблюдения есть $\{r, 0, \theta\}$; $\psi_n(kr)=\sqrt{\pi/2kr}J_{n+1/2}(kr)$, $\zeta_n(kr_0)=$ $=\sqrt{\pi/2kr_0}H^{(1)}_{n+1/2}(kr_0)$; $J_\nu(x)$, $H_\nu^{(1)}(x)$ — соответственно функция Бесселя и функция Ханкеля первого рода порядка ν от аргумента x; $k=\omega/c$ — волновое число среды.

При расположении излучателя вблизи абсолютно жесткой сферы радиуса a с центром в начале выбранной выше сферической системы координат для определения звукового давления к выражению (1) необходимо

добавить слагаемое p_r, учитывающее отражение от поверхности сферы

$$(2)\qquad p_r=-ik\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\frac{\psi_n'(ka)}{\zeta_n'(ka)}\zeta_n(kr_0)P_n(\cos\theta).$$

Если сфера упругая, то к сумме выражений (1) и (2) следует добавить величину p_s, определяющую давление, излученное в окружающую среду сферой при ее колебаниях. В случае тонкостенной сферической оболочки по аналогии с результатами работ [5, 6] для определения p_s необходимо рассмотреть колебания оболочки, к срединной поверхности которой приложена разность звуковых давлений $p'=p_1-p_2$ внутри и снаружи, причем $p_2=p+p_r-p_s$. Здесь обозначено: p — давление, определяемое выражением (1), p_1 — давление звука внутри сферической оболочки.

Предположим, что выражения для p_1 и p_s могут быть представлены в виде рядов по функциям Лежандра с коэффициентами, которые будут определены в процессе решения задачи. Из условия неразрывности перемещений при колебаниях сферической оболочки и соприкасающихся с ней сред внутри и вне оболочки, а также из рассмотрения уравнений движения оболочки находим алгебраическую систему уравнений, позволяющую вычислить неизвестные коэффициенты. В результате решения полученной системы уравнений найдем аналитическое выражение для звукового давления вне оболочки (в предположении, что внутри оболочки вакуум) в следующем виде:

$$(3)\qquad p_z=ik\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\left[\psi_n(kr)\zeta_n(kr_0)-\frac{\psi_n'(ka)}{\zeta_n'(ka)}\zeta_n(kr_0)(1-D_n)-\right.$$

$$\left.-\frac{\psi_n(ka)}{\zeta_n(ka)}\zeta_n(kr)\zeta_n(kr_0)D_n\right]P_n(\cos\theta),$$

$$D_n=\left[1-i\frac{Z_n}{\rho c}\frac{\zeta_n'(ka)}{\zeta_n(ka)}\right]^{-1}.$$

В формуле (3) обозначено: ρc — акустическое сопротивление среды, находящейся снаружи оболочки; Z_n — механическое сопротивление сферической оболочки по отношению к давлению, распределенному по закону $P_n(\cos\theta)$.

В работе [6] величина Z_n определена из решения системы уравнений колебаний оболочки, найденной в монографии [7]. С целью получить более простое выражение для Z_n воспользуемся результатами работы [8] для уравнений деформации сферической оболочки под действием внешних сил и, пренебрегая влиянием касательных перемещений на величину нормального прогиба оболочки w, получим уравнение, позволяющее определить амплитуду перемещения оболочки при заданной внешней нагрузке, изменяющейся во времени по гармоническому закону

$$(4)\qquad \Delta\Delta w+2\Delta w+\left[(k_ua)^2\left(\frac{k_u}{k^*}\right)^2-(k_ua)^4\right]w=\frac{(k_ua)^4}{(k^*h)^2}\frac{p'h}{E},$$

$\Delta(\ldots)=\dfrac{\partial^2(\ldots)}{\partial\theta^2}+\operatorname{ctg}\theta\dfrac{\partial(\ldots)}{\partial\theta}+\dfrac{1}{\sin^2\theta}\dfrac{\partial^2(\ldots)}{\partial\varphi^2}$; E — модуль нормальной упругости материала оболочки; k^*, k_u — волновые числа соответственно для продольных волн в материале и для изгибных волн в пластине толщиной h.

Полагая в уравнении (4) $p'=P_n(\cos\theta)$, найдем амплитуду перемещений $w=w_nP_n(\cos\theta)$ и величину $Z_n=[-i\omega w_n]^{-1}$.

После выполнения указанных вычислений получаем такой результат:

$$Z_n = -i\omega m\left[1-(k^*a)^{-2}-\frac{n^2(n+1)^2}{(k_u a)^4}\right]. \tag{5}$$

На высоких частотах, когда $(k^*a)^2 \gg 1$, выражение (5) практически совпадает с аналогичным результатом, приведенным в работе [6] при $n=0$. Если $n>1$, допустимо вместо выражения (5) принимать, что $Z_n = -i\omega m[1-(n/k_u a)^4]$. Последнее выражение будет использовано ниже при суммировании ряда (3) по методу Ватсона, который применим в случае коротких волн ($ka \gg 1$), когда сумму ряда определяют члены с индексом $n \gg 1$.

Метод Ватсона позволяет преобразовать формулу (3) путем замены суммы ряда интегралом в плоскости комплексной переменной ν по контуру C, проходящему выше вещественной оси. В результате преобразования при учете свойства нечетности ряда относительно индекса суммирования n найдем новое выражение для звукового давления p_2. При этом надо иметь в виду следующее равенство, найденное Фоком [2]:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\varphi(n+{}^1/_2)P_n(\cos\theta) = \frac{2e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2\pi\sin\theta}}\int_C e^{i\nu\theta}\varphi(\nu)\sqrt{\nu}\,d\nu. \tag{6}$$

В нашем случае функция $\varphi(n+{}^1/_2)$ принимает вид

$$\varphi(n+{}^1/_2) = \frac{\pi i}{2\sqrt{rr_0}}H^{(1)}_{n+1/2}(kr_0)\left[J_{n+1/2}(kr) - \right.$$
$$\left. -\frac{k\psi_n'(ka)-q_n\psi_n(ka)}{k\zeta_n'(ka)-q_n\zeta_n(ka)}H^{(1)}_{n+1/2}(kr)\right],$$
$$q_n = iZ_n/\rho c.$$

Дальнейшее упрощение возможно в случае $ka \gg 1$, если использовать справедливые при $\nu \simeq ka$ представления функций Бесселя и Ханкеля от аргумента ka через функции Эйри [9], а также асимптотические формулы Дебая [10] для тех же функций от аргументов kr и kr_0, имеющие достаточную точность при kr, $kr_0 > ka$. После дополнительных преобразований находим

$$p_2 = \frac{2M^{3/2}V_{11}(\zeta, q)}{\sqrt[4]{(r_0^2-a^2)(r^2-a^2)}}\,\frac{e^{ikR_1}}{\sqrt{k^2rr_0\sin\theta}}, \tag{7}$$

$$R_1 = a\psi + \sqrt{r_0^2-a^2} + \sqrt{a^2-a^2}, \quad \zeta = M\psi,$$

$$\psi = \theta - \arccos a/r_0 - \arccos a/r, \quad M = (ka/2)^{1/3};$$

$$V_{11}(\zeta, q) = \frac{e^{-i\pi/4}}{2\sqrt{\pi}}\int_\Gamma \frac{w_2'(t)-q(t)w_2(t)}{w_1'(t)-q(t)w_1(t)}e^{i\zeta t}\,dt,$$

$$q(t) = i\rho c M/Z_\nu, \quad \nu = ka + Mt,$$

где $w_{1,2}(t)$ — комплексные функции Эйри.

Контур интегрирования Γ проходит вдоль луча $\arg t = 2\pi/3$ от бесконечности до нуля, а затем вдоль вещественной оси от нуля до бесконечности.

Функция ослабления $V_{11}(\zeta, q)$ введена в рассмотрение впервые В. А. Фоком при анализе вопросов распространения электромагнитных волн вдоль земной поверхности [9]. В случае $q(t) = \text{const}$ необходимые для определения ее амплитуды и фазы графики построены в работе [11]. В нашем случае величина $q(t)$ является функцией переменной интегрирования. Однако структура этой функции такова, что для обычно встречаю-

щихся параметров оболочки и среды в функцию $q(t)$ входит постоянная составляющая q, не зависящая от переменной t. Учитывая это, сохраним для функции $V_{11}(\zeta, q)$ обозначения, принятые в работе [11], имея в виду, что

$$q=\frac{M}{kh}\left(\frac{\rho}{\rho_*}\right)\left[\left(\frac{c_*}{c}\right)^2\frac{(kh)^2}{12(1-\mu^2)}-1\right]^{-1};$$

$$q(t)=\frac{M}{kh}\left(\frac{\rho}{\rho_*}\right)\left[\left(\frac{c_u}{c}\right)^4\left(1+\frac{Mt}{ka}\right)^4-1\right]^{-1};$$

где ρ_*, c_* — акустическое сопротивление материала оболочки, μ — коэффициент Пуассона материала, c_u — скорость изгибных волн в пластине толщиной h.

Записанное выше выражение (7) применимо при $\psi\geqslant 0$ (в области «тени»). В области «света» интеграл по переменной ν в формуле (6) может быть вычислен методом перевала [12, 13], если контур C деформировать в перевальный путь, вдоль которого применимы асимптотические выражения Дебая для функций Ханкеля. При этом следует учесть, что после замены функции Бесселя полусуммой функций Ханкеля получаем

$$\varphi(\nu)=\frac{\pi i}{4\sqrt{rr_0}}H_\nu^{(1)}(kr_0)\left[H_\nu^{(2)}(kr)-\right.$$

$$\left.-\frac{kH_\nu^{(2)\prime}(ka)-q_\nu H_\nu^{(2)}(ka)}{KH_\nu^{(1)\prime}(ka)-q_\nu H_\nu^{(1)}(ka)}H_\nu^{(1)}(kr)\right].$$

Интеграл от произведения $H_\nu^{(1)}(kr_0)H_\nu^{(2)}(kr)$, входящего в виде слагаемого в функцию $\varphi(\nu)$, определяет сферическую волну, распространяющуюся по кратчайшему пути от излучателя до точки наблюдения. Второй член в функции $\varphi(\nu)$ определяет волну, отраженную от поверхности сферической оболочки. В результате вычислений находим

$$p_2=\frac{e^{ikR}}{R}+\frac{e^{ik(s_0+s)}}{s_0+s}\times \tag{8}$$

$$\times\frac{1-2D(\nu^*)}{\left[1+2\Big/\left(\frac{a}{s}+\frac{a}{s_0}\right)\cos\gamma\right]^{1/2}\left[1+2\cos\gamma\Big/\left(\frac{a}{s}+\frac{a}{s_0}\right)\right]^{1/2}}$$

$$s_0=(r_0^2-a^2\sin^2\gamma)^{1/2}-a\cos\gamma,\quad s=(r^2-a^2\sin^2\gamma)^{1/2}-a\cos\gamma,$$

$$R^2=r_0^2+r^2-2rr_0\cos\theta.$$

Функция $D(\nu^*)$ может быть получена из записанной выше функции D_n в результате замены индекса суммирования n величиной $\nu^*=ka\sin\gamma$. Угол γ определяется в некоторой точке на поверхности оболочки, называемой точкой отражения. Он равен углу между нормалью к поверхности и направлением на излучатель или точку наблюдения. Оба указанных угла в точке отражения равны и располагаются в одной плоскости, содержащей центр сферы, точечный излучатель и точку наблюдения.

Для определения угла γ при расчетах можно воспользоваться следующим равенством:

$$\theta=\arccos\left(\frac{a}{r_0}\sin\gamma\right)+\arccos\left(\frac{a}{r}\sin\gamma\right)-2\arccos(\sin\gamma), \tag{9}$$

которое получается в результате приравнивания нулю производной показателя экспоненты по переменной ν при вычислении интеграла (6) по методу перевала с последующей подстановкой $\nu=ka\sin\gamma$. В интервале

$0 \leqslant \gamma \leqslant \pi/2$ уравнение (9) имеет единственный корень, который может быть легко найден численно по правилу Ньютона, если только $\gamma \neq 0$. Вблизи точки $\gamma=0$ производная от правой части уравнения (9) близка к нулю. По этой причине используемая в методе Ньютона замена функции, стоящей в правой части уравнения (9), касательной в точке $\gamma \simeq 0$, дает значительную погрешность при определении величины корня. Иной способ определения угла отражения состоит в отыскании корня следующего уравнения:

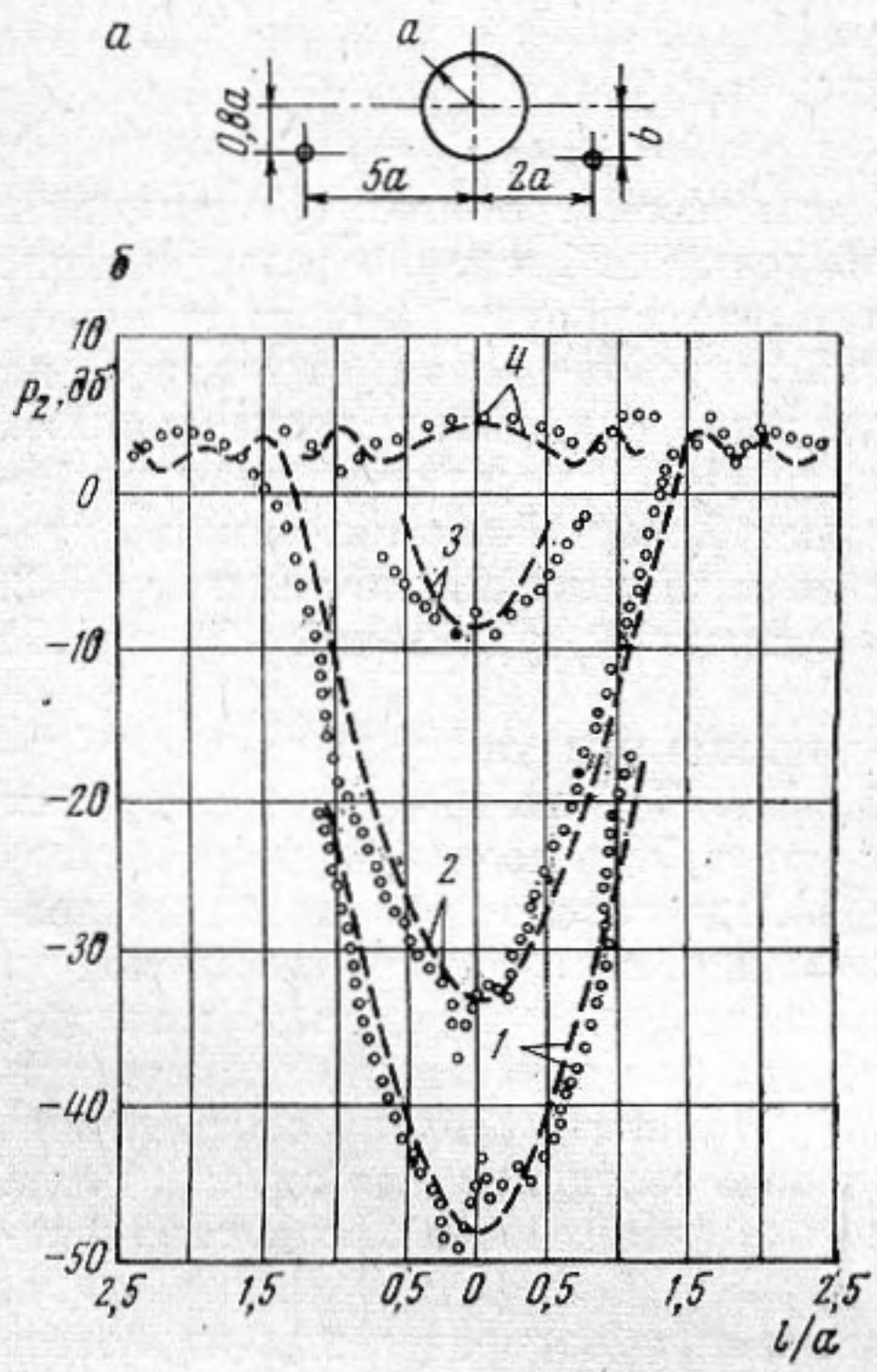
$$\left\{\left[\left(\frac{r_0}{a}\right)^2-\sin\gamma\right]^{1/2}+\left[\left(\frac{r}{a}\right)^2-\sin^2\gamma\right]^{1/2}\right\}\cos\gamma+ \tag{10}$$
$$+\left\{\left(\left[\left(\frac{r_0}{a}\right)^2-\sin^2\gamma\right]^{1/2}-\cos\gamma\right)\left(\left[\left(\frac{r}{a}\right)^2-\sin^2\gamma\right]^{1/2}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\cos\gamma\right)-1\right\}\cos 2\gamma=\frac{r_0 r}{a^2}\cos\theta.$$

Уравнение (10) может быть получено, если рассмотреть два треугольника, опирающихся на отрезок, соединяющий точку наблюдения и излучатель, и расположенных в одной плоскости так, что вершиной одного треугольника является центр сферы, а вершиной другого — точка отражения на поверхности сферы. Выражая сторону, общую для обоих треугольников, через другие стороны, получаем уравнение (10) относительно разыскиваемого угла γ. Корень этого уравнения может быть найден численно по правилу Ньютона, если в качестве первого приближения принять $\gamma=\theta/2$. Последнее равенство является точным решением уравнений (9) и (10) в предельном случае $r_0=r\to\infty$.

Найденные соотношения (7)—(10) применимы также в случае абсолютно жесткой и идеально податливой сфер. В этих предельных случаях они совпадают с результатами, которые могут быть получены после дополнительных преобразований из работы [4], где рассмотрена идеально проводящая сфера, возбуждаемая электрическим горизонтальным диполем. Такое совпадение подтверждает правильность промежуточных вычислений. Вместе с тем в опубликованных работах практически нет экспериментальных данных, которые бы позволили установить степень соответствия эксперименту расчетных зависимостей в интересующем нас случае, когда удаление излучателя и точки наблюдения от поверхности сферы соизмеримо с ее радиусом.

В связи с этим были выполнены измерения распределения звукового давления за сферической оболочкой, наполненной воздухом и помещенной в воду. Оболочка была изготовлена из тонколистовой резины, так что механическим сопротивлением ее на частотах эксперимента $ka=156$, $a/h=150$ можно было пренебречь в сравнении с акустическим сопротивлением воды. Излучатель был расположен на величину 0,8 a ниже горизонтальной плоскости, проходящей через центр сферы и принятой за плоскость отсчета, и удален по горизонтали от центра сферы на расстояние 5 a. Приемник ультразвукового давления перемещался вдоль параллельных прямых, ориентированных таким образом, что содержащая их вертикальная плоскость располагалась перпендикулярно другой вертикальной плоскости, в которой находились центр сферы и излучателя. За один проход вдоль выбранной прямой распределение давления измерялось в пределах участка протяженностью 5 a, расположенного симметрично относительно проекции излучателя на направление перемещения приемника (фиг. 1, *а*). На фиг. 1, *б* представлены результаты эксперимента (точки); по горизонтали отложена величина l/a, характеризующая смещение приемника относительно проекции излучателя на направление перемещения, измеренное в долях радиуса сферы; по вертикали указан уровень давления в децибелах относительно уровня, замеренного при отсут-

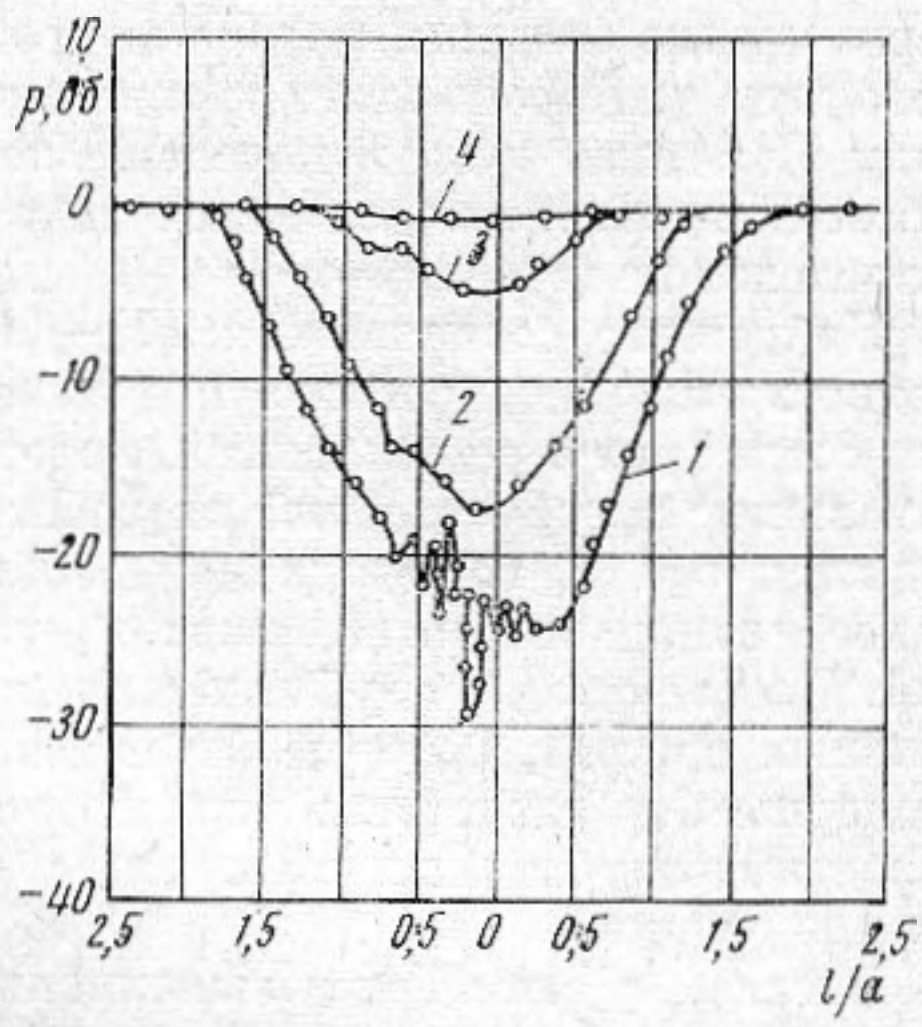
ствии сферической оболочки. Разные кривые на фиг. 1, *б* соответствуют различному удалению b приемника давления от горизонтальной плоскости отсчета. Кривая *1* построена по результатам замеров при $b=0$ (приемник давления расположен на уровне центра сферы), кривая *2* соответствует $b=0{,}5\,a$, кривая *3* получена при $b=a$ (приемник на уровне нижнего полюса сферы), распределение давления при $b=1{,}5\,a$ дает кривая *4*. Чтобы устранить влияние отражений от близко расположенных предметов, измерения выполнялись в импульсном режиме. Длительность импульса выби-



Фиг. 1

Фиг. 1. Схема эксперимента (*а*) и сопоставление результатов расчета с экспериментальными значениями (*б*) в случае падения сферической волны на сферическую оболочку при $ka=156$ для различных удалений b приемника давления от горизонтальной плоскости отсчета: *1* – $b=0$, *2* – $b=0{,}5\,a$, *3* – $b=a$, *4* – $b=1{,}5\,a$

Фиг. 2. Распределение звукового давления при $ka=156$ за плоским диском для тех же положений приемника и излучателя, что и на фиг. 1: *1* – $b=0$, *2* – $b=0{,}5\,a$, *3* – $b=0$, *4* – $b=1{,}5\,a$



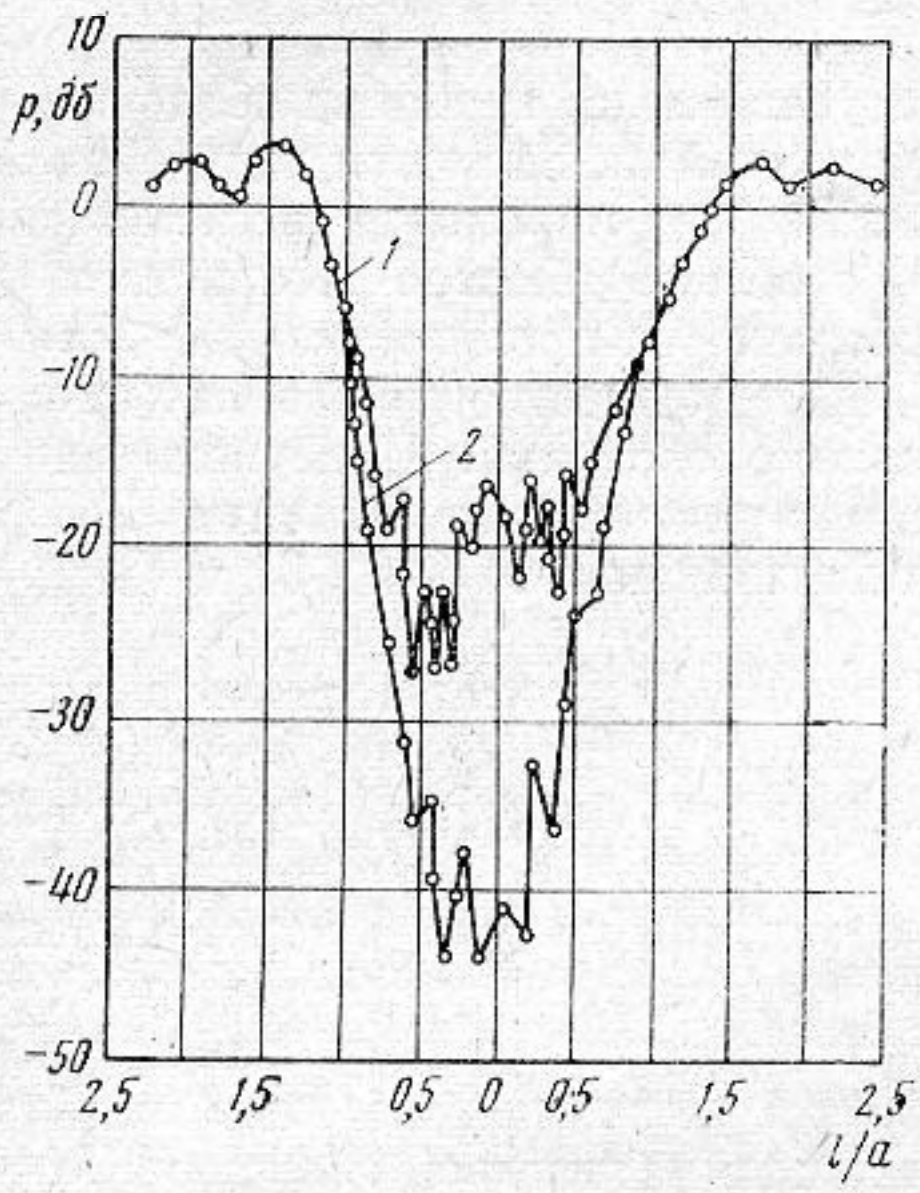
Фиг. 2

ралась достаточной для того, чтобы процесс можно было считать установившимся. Точность результатов замеров оценивалась величиной $+2 \div -3$ *дб* и определялась в основном точностью координатных устройств, а также тем обстоятельством, что при погружении в воду происходила несимметричная деформация оболочки.

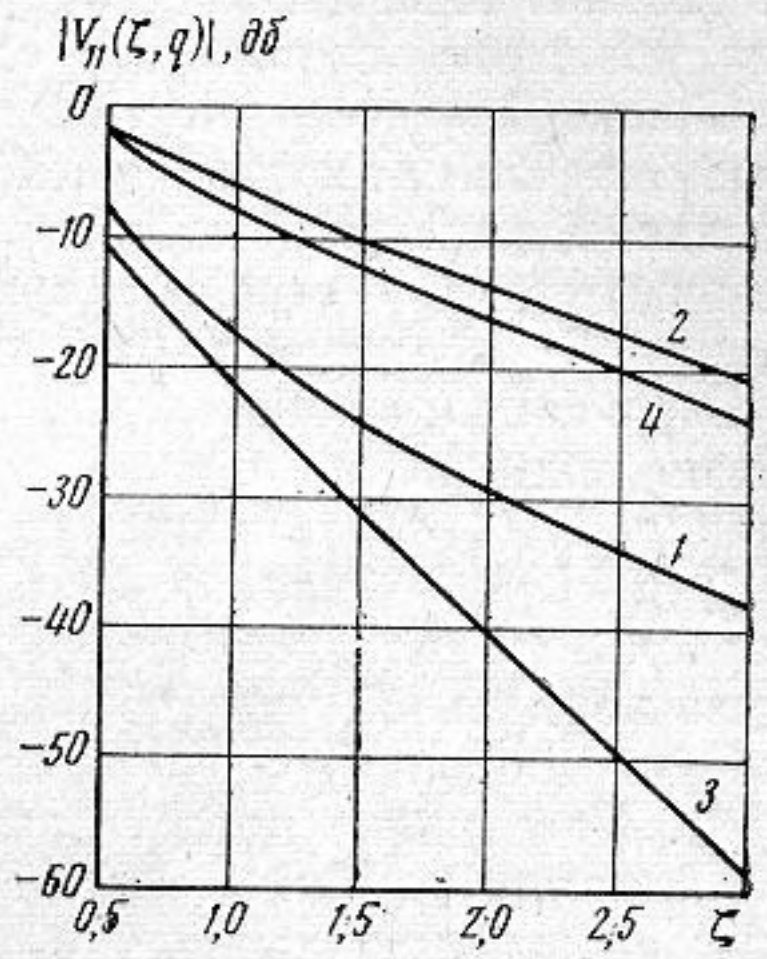
Найденные экспериментально распределения звукового давления совпадают (в пределах точности измерений) с результатами расчетов, представленных на фиг. 1, *б* в виде штриховых линий. При выполнении расчетов в области «света» использовалась формула (8), причем предполагалось, что $Z_n \simeq 0$ при $n=ka\sin\gamma$, $D(\nu^*)=1$. В области «тени» расчет выполнялся по формуле (7), а необходимая для расчета функция $V_{11}(\zeta, q)$ определялась по таблицам [11] в предположении $q=\infty$.

Из рассмотрения полученных результатов можно установить, что уменьшение звукового давления за сферой значительно и, по-видимому, обусловлено особенностями проникновения звука в области тени в результате его распространения вблизи криволинейной поверхности оболочки.

Для подтверждения этого вывода были выполнены замеры распределения давления за плоским диском, расположенным так, что центр его совпадал с положением центра сферы в описанном выше эксперименте, а плоскость располагалась вертикально и была ориентирована перпендикулярно фронтальной плоскости, содержащей излучатель и центр диска. Радиус диска был выбран равным радиусу сферы. Результаты измерений



Фиг. 3. Распределение звукового давления за плоским диском (кривая *1*) и за полусферой (кривая *2*) при $ka=50$, $b=0$



Фиг. 4. Результаты расчета функции $|V_{11}(\zeta, q)|$ при $\varepsilon=0{,}1$ для различных значений параметра kh: *1* – 1,04, *2* – 1,7, *3* – 0, *4* – ∞

представлены на фиг. 2, причем отмеченные одинаковыми цифрами кривые на фиг. 1 и 2 соответствуют одному и тому же взаимному положению излучателя и приемника. Из сопоставления кривых, построенных на фиг. 1 и 2, следует, что давления в «тени» за диском больше, чем за сферой.

В соответствии с формулой (7) звуковое давление в «тени» за сферой определяется в основном величиной функции $V_{11}(\zeta, q)$, которая мало меняется при изменении безразмерного радиуса сферы ka. Это позволяет предположить, что существенное различие в звуковом давлении за сферой и за диском должно наблюдаться и при уменьшении их размеров в сравнении с длиной волны звука. Более того, поскольку функция $V_{11}(\zeta, q)$ зависит от величины угла ψ, измеряемого от границы области «света» в глубь «тени», то можно ожидать, что различие в дифракции звука на диске и оболочке сохранится, даже если оболочка выполнена в виде полусферы, обращенной выпуклостью в сторону «тени». Для проверки указанного предположения был предпринят эксперимент при $ka=50$, $b=0$. Удаление приемника от центра полусферы и диска по горизонтали составляло 2,5 a. Излучатель располагался на уровне горизонтальной плоскости, проходящей через центр полусферы и диска на расстоянии 30 a. Результаты измерений представлены на фиг. 3, где кривая *1* соответствует распределению давления за диском толщиной 0,4 a, а кривая *2* построена по результатам замеров за оболочкой из тонколистовой резины, наполненной воздухом и закрепленной на диске так, что образовалась полусфера. Из результатов, представленных на фиг. 3, следует, что за полусферой возникает более глубокая «тень», протяженность которой по горизонту порядка радиуса

сферической поверхности при выбранном удалении приемника от центра полусферы.

Следует заметить, что различие в величине звукового давления за диском и оболочкой, наполненной воздухом, наиболее заметно в случае, когда толщина оболочки мала и ее механическое сопротивление, найденное по формуле $Z_{\bullet}=-i\omega m\left[1-\left(\frac{c_u}{c}\right)^4\right]$ много меньше акустического сопротивления окружающей среды. При увеличении толщины оболочки давление в области «тени» за упругой оболочкой оказывается выше. Численные расчеты показывают, что функция $V_{11}(\zeta, q)$, пропорциональная звуковому давлению в области «тени», особенно быстро возрастает при увеличении безразмерной толщины оболочки в промежутке $1{,}0<kh<1{,}3$, причем, величина модуля функции $V_{11}(\zeta, q)$ существенно зависит от коэффициента внутренних потерь в материале оболочки. При увеличении и уменьшении параметра kh в сравнении с указанными функция $V_{11}(\zeta, q)$ стремится соответственно к предельным значениям $V_{11}(\zeta, 0)$ и $V_{11}(\zeta, \infty)$, табулированным в работе [11].

Для примера на фиг. 4 представлены результаты расчета модуля функции $V_{11}(\zeta, q)$, выполненные для значений параметра $kh=1{,}04$ (кривая *1*) и $kh=1{,}7$ (кривая *2*) в случае, когда коэффициент внутренних потерь в материале оболочки равен $\varepsilon=0{,}1$ ($E=E_0(1-i\varepsilon)$ — комплексный модуль нормальной упругости). Для сравнения на фиг. 4 нанесены значения функции $|V_{11}(\zeta, q)|$ при $kh=0$ ($q=\infty$, кривая *3*) и $kh\to\infty$ ($q=0$, кривая *4*). Из анализа представленных результатов следует, что при $kh\simeq1$ из-за влияния упругих свойств оболочки звуковое давление в области «тени» оказывается выше, чем для идеально податливой оболочки ($kh=0$). При $kh=1{,}7$ распределение давления в области «тени» мало отличается от наблюдаемого для абсолютно жесткой сферы. Разница в величине модуля функции $V_{11}(\zeta, q)$ при выбранном значении kh возрастает для больших значений аргумента $\zeta=M\psi$, т. е. зависит от того, как велик центральный угол, вдоль дуги которого по поверхности сферы звук проникает в область «тени».

Приведенные результаты свидетельствуют о существенном влиянии кривизны и упругих параметров той части оболочки, которая обращена в сторону «тени»,— на уровень и распределение звукового давления за оболочкой на расстояниях, сравнимых с ее радиусом кривизны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Фок.* Дифракция радиоволн вокруг земной поверхности. М., Изд-во АН СССР, 1946.
2. *В. А. Фок.* Поле от вертикального и горизонтального диполя, приподнятого над поверхностью земли. ЖЭТФ, 1949, *9*, 10, 916—929.
3. *А. А. Федоров.* Асимптотическое решение задачи дифракции плоской электромагнитной волны на идеально проводящей сфере. Радиотехника и электроника, 1958, *3*, 12, 1451—1462.
4. *А. А. Федоров.* Об асимптотических дифракционных формулах для сферы при произвольном расположении источника и точки наблюдения. Радиотехника и электроника, 1964, *7*, 1702—1706.
5. *Л. М. Лямшев.* Дифракция звука на тонкой безграничной упругой цилиндрической оболочке. Акуст. ж., 1958, *4*, 2, 161—167.
6. *Е. Л. Шендеров.* Волновые задачи гидроакустики. Л., «Судостроение», 1972.
7. *А. Л. Гольденвейзер.* Теория тонких упругих оболочек, М., Гостехиздат, 1953.
8. *В. В. Новожилов.* Расчет напряжений в тонкой сферической оболочке при произвольной нагрузке. Докл. АН СССР, 1940, *27*, 6, 537—540.
9. *В. А. Фок.* Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М., «Сов. радио», 1970.
10. *Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль.* Теория дифракции. М., «Мир», 1964.
11. *П. А. Азрилянт, М. Г. Белкина.* Численные результаты теории дифракции радиоволн вокруг земной поверхности. М., «Сов. радио», 1957.
12. *Л. М. Бреховских.* Волны в слоистых средах М., Изд-во АН СССР, 1957.
13. *Е. Л. Фейнберг.* Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М., Изд-во АН СССР, 1961.

Поступила
6 августа 1973 г.