АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXI 1975 Вып. 5

УДК 532.529

ЭФФЕКТЫ ТЕПЛООБМЕНА И ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ

Н. С. Хабеев

Рассматривается влияние теплообмена и неравновесных фазовых переходов на малые свободные и вынужденные колебания паровых пузырьков в жидкости с учетом неоднородности температуры внутри пузырьков. Приведены численные расчеты частоты и декремента затухания свободных колебаний паровых пузырьков в воде, а также амплитуды, фазы, скорости фазовых превращений и распределения температуры при пульсациях паровых пузырьков в акустическом поле.

Тепловые эффекты при малых свободных и вынужденных колебаниях газовых пузырьков в жидкости в отсутствие фазовых переходов рассматривались соответственно в работах [1, 2]. Влияние равновесных фазовых переходов на малые вынужденные колебания паровых пузырьков в предположении, что пар в пузырьке однороден и находится в состоянии насыщения, соответствующем условиям на поверхности пузырька, рассмотрено в работе [3]. В отличие от [3] настоящее рассмотрение учитывает возможную неравновесность фазового перехода и неоднородность температуры внутри пузырьков.

1. Рассмотрим паровой пузырек, свободно пульсирующий в идеальной несжимаемой жидкости, в предположении сферической симметрии процесса и гомобаричности, т. е. однородности давления (но не температуры и плотности пара) внутри пузырька. Последнее имеет место, когда скорость поверхности пузырька значительно меньше скорости звука в паре a_v.

В рамках принятых допущений уравнения притока тепла и состояния фаз в сферических эйлеровых координатах (r, t) имеют вид

$$\rho_v\left(\frac{\partial i_v}{\partial t}+v_v\frac{\partial i_v}{\partial r}\right)=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_v r^2\frac{\partial T_v}{\partial r}\right)+\frac{dp_v}{dt},\quad 0\leqslant r<R(t),\tag{1.1}$$

$$p_v(t)=B\rho_v(r,t)\,T_v(r,t),\quad i_v(p_v,T_v)=i_l(p_0,T_0)+$$

$$+c_l(T_s(p_v)-T_0)+\frac{p_v-p_0}{\rho_l}+l(p_v)+c_{pv}(T_v-T_s(p_v)),$$

$$\rho_l\left(\frac{\partial u_l}{\partial t}+v_l\frac{\partial u_l}{\partial r}\right)=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda_l r^2\frac{\partial T_l}{\partial r}\right),\quad R(t)<r<\infty,\tag{1.2}$$

$$u_l=c_lT_l,\qquad \rho_l=\mathrm{const},$$

где i — энтальпия, u — удельная внутренняя энергия, v — скорость, ρ — плотность, p — давление, T — температура, λ — коэффициент теплопроводности, R — радиус пузырька, B — газовая постоянная, c_{pv} и c_l — удельные теплоемкости пара (при постоянном давлении) и жидкости, $l(p_v)$ — удельная теплота парообразования, $T_s(p_v)$ — температура насыщения. Индексы l и v относятся соответственно к параметрам жидкости и пара, индекс 0 — к параметрам в равновесном состоянии.

При неравновесном характере фазового перехода температура на границе раздела фаз претерпевает скачок. Однако в рассматриваемой задаче ввиду малости коэффициента аккомодации для воды величина этого скачка значительно меньше разности температуры жидкости у поверхности пузырька и температуры насыщения. Поэтому для простоты можно характеризовать поверхностный слой, представляющий собой границу раздела фаз, только одной температурой T_σ. Толщина этого слоя порядка радиуса молекулярного взаимодействия в конденсированной фазе, т. е. $\sim 10^{-9}$ *м*. В этом случае при малых перегревах или переохлаждениях уравнение кинетики для скорости фазовых переходов j, отнесенной к единице поверхности, может быть записано в виде [4]

$$j=F[(T_\sigma-T_s(p_v))/T_s(p_v)]l(p_v). \tag{1.3}$$

Уравнение (1.3) эквивалентно известному уравнению Герца — Кнудсена [5], что позволяет установить связь между линейным коэффициентом F в (1.3) и коэффициентом аккомодации k

$$F=k\rho_v(2\pi BT_s)^{-1/2}.$$

Граничные условия для уравнений притока тепла имеют следующий вид:

$$\begin{gathered}\frac{\partial T_v}{\partial r}=0 \quad \text{при} \quad r=0; \quad T_l=T_0 \quad \text{при} \quad r=\infty;\\ T_v=T_l=T_\sigma, \quad \lambda_l\frac{\partial T_l}{\partial r}-\lambda_v\frac{\partial T_v}{\partial r}=jl \quad \text{при} \quad r=R(t).\end{gathered} \tag{1.4}$$

Скорость движения поверхности пузырька $\dot{R}$ и массовые скорости фаз w на этой поверхности связаны соотношениями

$$\dot{R}=w_l+j/\rho_l, \qquad \dot{R}=w_v+j/\rho_v(R). \tag{1.5}$$

Уравнение пульсаций пузырька при наличии фазовых превращений [4] записывается в виде

$$R\dot{w}_l+{}^3/_2w_l^2+2jw_l/\rho_l=(p_v-p_\infty-2\sigma/R)/\rho_l, \tag{1.6}$$

где p_∞ — давление в жидкости вдали от пузырька, σ — коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

Удобно пользоваться уравнением для давления в пузырьке, являющимся интегралом уравнения притока тепла при условии гомобаричности

$$\frac{dp_v}{dt}=\frac{3(\gamma-1)}{AR}\left(\lambda_v\frac{\partial T_v}{\partial r}\right)_R-\frac{3\gamma p_v}{AR}w_v, \tag{1.7}$$

где $A=1+(\gamma-1)\langle\rho_v\rangle[1/\rho_l+dl/dp_v+(c_l-c_{pv})dT_s/dp_v]$, γ — отношение теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме.

Давление насыщенного пара почти для всех жидкостей в широком интервале температур хорошо описывается эмпирической формулой [6]

$$p=p_*\exp(-T_*/T_s), \tag{1.8}$$

где p_* и T_* — почти постоянные числа, которые находятся из условия возможно более точной аппроксимации выражением (1.8) табличных данных в заданном интервале давлений.

В случае малых колебаний с амплитудой $R_0\delta_1$ радиус пузырька может быть описан действительной частью выражения

$$R=R_0(1+\delta_1e^{ht})=R_0(1+\delta(t)), \tag{1.9}$$

где δ — комплексное число, отвечающее условию $|\delta|\ll 1$, а частота колебаний $f=\omega/2\pi=\mathrm{Im}\{h\}/2\pi$. Система основных уравнений (1.1) — (1.8) линеа-

ризуется. Пусть P_v, θ — малые отклонения давления и температуры от состояния равновесия

(1.10) $$p_v=p_0[1+P_v(\tau)], \quad T=T_0[1+\theta(r,\tau)].$$

Предполагается, что

(1.11) $$P_v=P_v^0 e^{H\tau}, \quad \theta=\theta^0(r)e^{H\tau}, \quad W=W^0 e^{H\tau}, \quad J=J^0 e^{H\tau},$$

где $H=hR_0^2/D_v$, $W=wR_0/D_v$, $\tau=tD_v/R_0^2$, $J=j/\rho_{v0}a_v$, $D_v=\lambda_v/c_{pv}\rho_v$.

Систему основных уравнений после линеаризации и перехода к безразмерным величинам с учетом соотношений (1.9)—(1.11) можно переписать в виде:

(1.12) $$W_v=\delta H-JL, \quad W_l=\delta H-JL\rho_{v0}/\rho_l;$$

(1.13) $$P_v=HW_l/N-S\delta;$$

(1.14) $$J=\Phi(\theta_\sigma-P_vT_0/T_*);$$

(1.15) $$HP_v=3\gamma[(\partial\theta_v/\partial\xi)_{\xi=1}-W_v]/A_0;$$

(1.16) $$H\theta_v=\nabla^2\theta_v+(1-1/\gamma)\chi HP_v;$$

(1.17) $$H\theta_l=k_1\nabla^2\theta_l, \quad \chi=(\gamma-A_0)/(\gamma-1);$$

(1.18) $$\xi=r/R_0, \quad \nabla^2\theta=\theta_{\xi\xi}+2\theta_\xi/\xi, \quad k_1=D_l/D_v;$$
$$L=R_0a_v/D_v, \quad \Phi=Fl/\rho_{v0}a_v, \quad S=2\sigma/R_0p_0, \quad N=p_0R_0^2/D_v^2\rho_l,$$
$$A_0=1+(\gamma-1)\rho_{v0}[1/\rho_l+dl/dp_v+(c_l-c_{pv})dT_s/dp_v].$$

Если амплитуда колебаний радиуса пузырька значительно меньше, чем длины термодиффузионной волны в жидкости и паре, то граничные условия на поверхности пульсирующего пузырька можно задавать при равновесном значении радиуса $R=R_0$.

Решения уравнений (1.16), (1.17), удовлетворяющие граничным условиям при $r=R_0$ и $r\to\infty$, а также условию конечности температуры в центре пузырька, можно представить в виде:

(1.19) $$\theta_v=A_v\,\mathrm{sh}\,(H^{1/2}\xi)/\xi+(1-1/\gamma)\chi P_v;$$

(1.20) $$\theta_l=\theta_\sigma\exp(H_1^{1/2}(1-\xi))/\xi;$$

(1.21) $$A_v=[\theta_\sigma-(1-1/\gamma)\chi P_v]/\mathrm{sh}\,(H^{1/2});$$
$$H_1=H/k_1, \quad \theta_\sigma=GP_v, \quad H_2=c_{pv}T_0/l,$$
$$B_1=H^{1/2}\,\mathrm{cth}\,H^{1/2}-1,$$
$$G=[\Phi LT_0/T_*+H_2(1-1/\gamma)\chi B_1]/[\Phi L+H_2(B_1+\lambda_l(1+H_1^{1/2})/\lambda_v)].$$

В предельном квазиравновесном случае, при $\Phi\to\infty$, $G=T_0/T_*$.

Из уравнений (1.12)—(1.15), (1.19) с учетом соотношений (1.18), (1.21) можно получить трансцендентное уравнение относительно H

(1.22) $$H=\frac{3\gamma}{A_0}\left\{B_1(G+\chi(1/\gamma-1))+\Phi L(G-T_0/T_*)-\right.$$
$$\left.-H\frac{N+\Phi L(G-T_0/T_*)H\rho_{v0}/\rho_l}{H^2-NS}\right\}.$$

В квазиравновесном случае это уравнение имеет вид

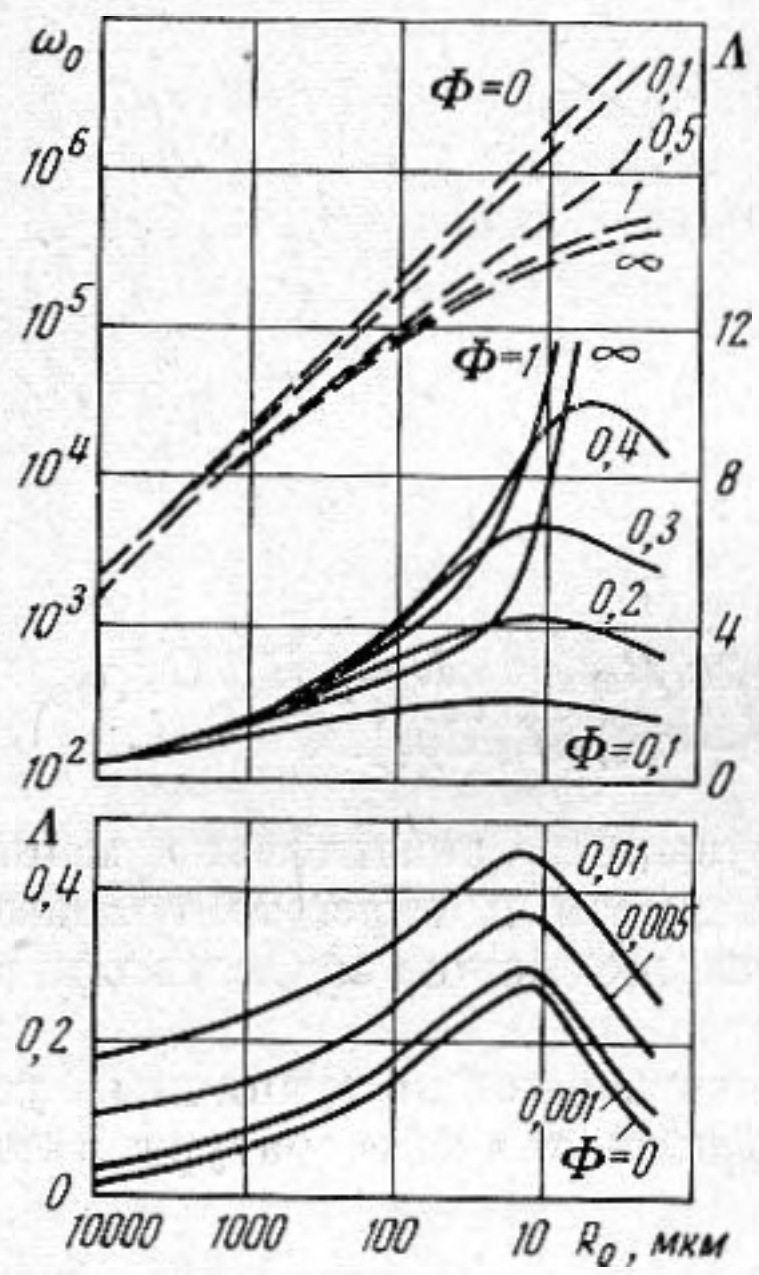
(1.23) $$H=\frac{3\gamma}{A_0}\left[B_1(T_0/T_*+\chi(1/\gamma-1))-G_1-\right.$$
$$\left.-H\frac{N-G_1H\rho_{v0}/\rho_l}{H^2-NS}\right],$$

где

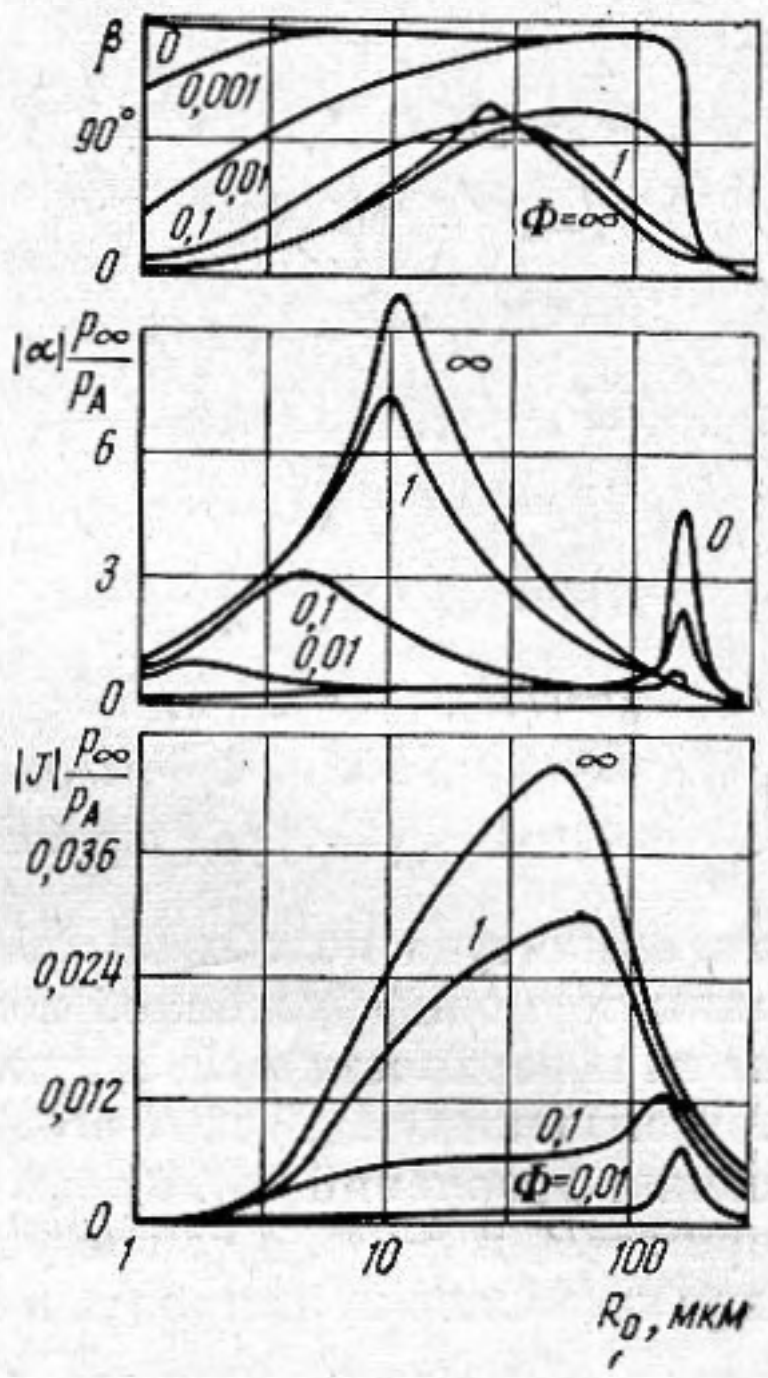
$$G_1=H_2[B_1(T_0/T_*-\chi(1-1/\gamma))+(1+H_1^{1/2})\lambda_l T_0/\lambda_v T_*],$$

Уравнения (1.22), (1.23) в отсутствие фазовых переходов и трансцендентное уравнение из работы [1] при условии гомобаричности совпадают.

2. Уравнения (1.22), (1.23) решались с помощью ЭВМ. На фиг. 1 представлен логарифмический декремент затухания колебаний пузырька $\Lambda=2\pi\,\mathrm{Re}\,\{H\}/\mathrm{Im}\,\{H\}$, вычисленный для паровых пузырьков в воде при атмосферном давлении и различных значениях параметра F (или Φ),



Фиг. 1. Зависимости собственной частоты парового пузырька ω_0 (пунктирные кривые) и логарифмического декремента затухания его колебаний Λ (сплошные кривые) от радиуса при различных значениях параметра Φ, характеризующего кинетику фазовых превращений



Фиг. 2. Зависимости фазы β, безразмерной амплитуды колебаний $|\alpha|p_\infty/p_A$ и скорости фазовых переходов $|J|p_\infty/p_A$ от радиуса парового пузырька R_0 при различных значениях параметра Φ для частоты $f=18$ *кгц*

характеризующего кинетику фазовых превращений. При малых значениях Φ кривые зависимости Λ от R_0 приближаются к предельной кривой, соответствующей $\Phi=0$, т. е. отсутствию фазовых переходов, а при $\Phi\leqslant 0{,}001$ ($F\leqslant 10^{-7}$ *кг·сек/м*^{4} или $k\leqslant 2\cdot 10^{-4}$) практически совпадают с ней. Кривая $\Phi=0$ ($k=0$) имеет характерный горб, так как колебания крупных пузырей, с $R_0\sim 1$ *см*, происходят практически адиабатически, а очень мелких, с $R_0\leqslant 10^{-4}$ *см*,— изотермически. В обоих предельных случаях диссипации тепла не происходит. Кривая $\Phi=0$ на фиг. 1 несколько отличается от приведенной в работе [1], что связано с различием уравнений состояния пара (уравнение (1.1)) и газа. Для проверки правильности вычислений были проведены расчеты колебаний пузырьков воздуха в воде с температурой 20°С при атмосферном давлении. Результаты совпали с приведенными в [1]. При $\Phi\geqslant 3$ ($F\geqslant 3\cdot 10^{-4}$ *кг·сек/м*^{4} или $k\geqslant 0{,}6$) кривые на фиг. 1 практически совпадают с предельной квазиравновесной кривой ($\Phi=\infty$, $T_s=T_s(p_v)$). Отметим немонотонность кривых по параметру Φ. Это обстоя-

тельство связано с тем, что при конечных Φ, в отличие от случаев $\Phi=0$ и $\Phi=\infty$, происходит дополнительная диссипация энергии за счет неравновесности фазового перехода.

На фиг. 1 приведена также зависимость собственной частоты колебаний парового пузырька ω_0 от равновесного радиуса. В случае фазовых переходов собственная частота колебаний ниже, чем в отсутствие их, причем это различие частот так же, как и различие декрементов затухания, становится заметней с уменьшением равновесного радиуса пузырька, поскольку с уменьшением размера пузырька возрастает его удельная поверхность (приходящаяся на единицу массы пузырька) и соответственно растет роль происходящих на этой поверхности фазовых переходов. При $\Phi\leqslant 0{,}01$ ($k\leqslant 2\cdot 10^{-3}$) и $\Phi\geqslant 3$ ($k\geqslant 0{,}6$) кривые для ω_0 практически совпадают с предельными кривыми, соответствующими $\Phi=0$ и $\Phi=\infty$. Определяя из экспериментов частоту и декремент затухания собственных колебаний парового пузырька, можно оценить значение коэффициента F, а с ним и k в формуле (1.3). Заметим, что для мелких пузырьков с $R_0\leqslant 10^{-2}$ *см* в квазиравновесном приближении получаются очень большие значения декремента затухания, т. е. роль фазовых переходов в предположении квазиравновесности для мелких пузырьков настолько велика, что они практически не пульсируют. При конечных значениях $\Phi\leqslant 0{,}05$ ($F\leqslant 5\cdot 10^{-6}$ *кг·сек/м*^{4}, $k\leqslant 0{,}01$) резкого возрастания декремента затухания Λ с уменьшением R_0 не происходит.

3. Рассмотрим теперь колебания паровых пузырьков в акустическом поле. Пусть паровой пузырек пульсирует в вязкой сжимаемой жидкости под действием переменного давления. В случае малых колебаний с амплитудой $R_0\alpha$ радиус пузырька можно описать действительной частью выражения

$$R=R_0(1+\alpha e^{i\omega t})=R_0(1+\alpha_1(t)), \tag{3.1}$$

где α — комплексное число, отвечающее условию $|\alpha|\ll 1$, ω — частота вынуждающего поля. Аналогично случаю свободных колебаний предположим, что малые отклонения параметров от состояния равновесия можно представить в виде

$$P_v(t)=P_v{}^0e^{i\omega t},\quad \theta(r,t)=\theta^0(r)e^{i\omega t},\quad w=w^0e^{i\omega t},\quad j=j^0e^{i\omega t}. \tag{3.2}$$

Давление на поверхности сферы, пульсирующей в жидкости, по теории звука равно

$$p_l(R,t)=p_\infty+p_Ae^{i\omega t}+i\omega R_0(i\omega R_0\alpha_1\rho_l-j)/(1+i\omega R_0/a_l), \tag{3.3}$$

где p_∞ — гидростатическое давление в жидкости вдали от пузырька, $p_Ae^{i\omega t}$ — акустическое давление.

Уравнение (3.3) может быть получено линеаризацией обобщенного уравнения Рэлея для пульсации пузырька с учетом в квазиакустическом приближении сжимаемости жидкости [7] и влияния фазовых превращений [4]. С другой стороны, с учетом (3.1) действие нормальных сил на границе пар — жидкость определяется равенством

$$p_l(R,t)=p_v(t)-2\sigma/R_0+(2\sigma/R_0)\alpha e^{i\omega t}-4i\mu_l\alpha\omega e^{i\omega t}, \tag{3.4}$$

где μ_l — коэффициент вязкости жидкости.

Решая систему линеаризованных уравнений аналогично случаю свободных колебаний, можно получить выражение для амплитуды колебаний

$$\alpha=\frac{p_A}{\dfrac{\rho_l\omega^2R_0{}^2}{1+i\omega R_0/a_l}+\dfrac{2\sigma}{R_0}-4i\omega\mu_l-\dfrac{3\gamma p_0}{A_0}E} \tag{3.5}$$

где

$$E=\frac{i\omega[1+i\Phi\rho_{v0}\omega R_0(G_2-T_0/T_*)a_v/(p_0(1+i\omega R_0/a_l))]}{i\omega-\dfrac{3\gamma D_v}{A_0R_0{}^2}[(G_2-(1-1/\gamma)\chi)B_2+\Phi(G_2-T_0/T_*)]},$$

$$Z=i\omega R_0^2/D_v, \quad Z_1=i\omega R_0^2/D_l, \quad B_2=Z^{1/2}\operatorname{cth} Z^{1/2}-1,$$

$$G_2=\frac{\Phi LT_0/T_*+H_2(1-1/\gamma)\chi B_2}{\Phi L+H_2[B_2+(1+Z_1^{1/2})\lambda_l/\lambda_v]}.$$

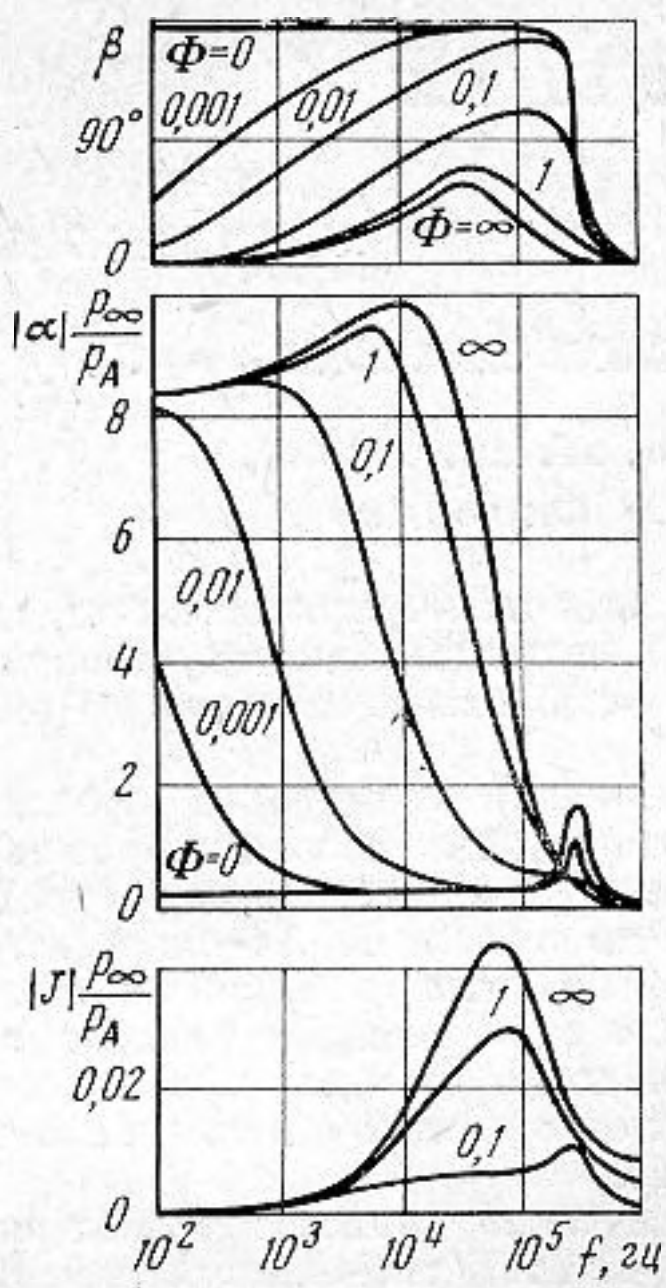
В квазиравновесном случае $G_2=T_0/T_*$.

Безразмерная амплитуда колебаний $|\alpha|p_\infty/p_A$, фаза колебаний β, а также амплитуда скорости фазовых переходов $|J|p_\infty/p_A$ парового пузырька в воде при атмосферном давлении были вычислены как функции равновесного радиуса пузырька для различных значений параметра Φ (или F), характеризующего кинетику фазовых переходов. На фиг. 2 эти зависимости приведены для частоты 18 *кгц*. Кривые, вычисленные при различных значениях $\Phi\geqslant 3$ ($F\geqslant 3\cdot 10^{-4}$ *кг·сек/м*^{4} или $k\geqslant 0{,}6$), практически не различаются между собой и совпадают с квазиравновесными, соответствующими $\Phi=\infty$. С уменьшением Φ значение R_0, при котором достигается максимальное значение $|J|p_\infty/p_A$, смещается в сторону бóльших R_0, а максимум амплитуды $|\alpha|p_\infty/p_A$ смещается в сторону меньших R_0. В то же время на этой же частоте начинают резонировать более крупные пузырьки, размер которых порядка резонансного размера газового пузырька, для которого эта частота является собственной ($R_0\sim 170$ *мкм*). С уменьшением Φ сдвиг по фазе между колебаниями радиуса и давления для достаточно мелких пузырьков становится близким к π. При $\Phi\geqslant 0{,}2$ ($k\geqslant 0{,}04$) в области малых значений R_0 $\beta\approx 0$. При достаточно малых значениях Φ ($\Phi\leqslant 0{,}001$ или $k\leqslant 2\cdot 10^{-4}$) кривые сливаются с кривой $\Phi=0$, соответствующей отсутствию фазовых переходов. Кривая $\Phi=0$ в области $R_0>10$ *мкм* достаточно близка к приведенной в работе [2], причем небольшое различие этих кривых обусловлено различием уравнений состояния газа и пара. Однако в области $R_0<10$ *мкм* полученные результаты качественно отличаются от приведенных в работе [2]. Второй резонанс, возникновение которого авторы [2] связывают с поверхностным натяжением, в отсутствие фазовых переходов не проявляется, а наблюдается лишь при учете эффекта фазовых превращений. Исследования асимптотического поведения безразмерной амплитуды колебаний $|\alpha|p_\infty/p_A$ газового пузырька постоянной массы при $R_0\to 0$ показали, что в области $R_0\leqslant 20$ *мкм* амплитуда колебаний изменяется монотонно (резонанс невозможен) и ограничена значением $|\alpha|p_\infty/p_A<1/2$; следовательно, она не может принимать значений ~ 15, как это изображено на графиках работы [2]. Ошибочный вывод [2] о существовании двух резонансных размеров газового пузырька постоянной массы вызван, по-видимому, неточностью расчета. Отметим, что в [2] рассмотрена безразмерная амплитуда $|\alpha|p_0/p_A$ как функция равновесного радиуса R_0, что неудачно, так как равновесное давление в пузырьке $p_0=p_\infty+2\sigma/R_0$ само зависит от R_0 при фиксированном гидростатическом давлении в жидкости p_∞. Однако и в этом случае исследование асимптотики при $R_0\to 0$ показывает, что в области $R_0\leqslant 20$ *мкм* резонанс невозможен. Отметим, что при решении этой задачи для газового пузырька в отсутствие фазовых переходов в [2] неявно использовано условие, что длина звуковой волны в газе значительно превосходит размер пузырька, хотя это и не оговаривается. По этой причине решение, полученное в [2] с использованием уравнения импульса для газа, не точнее, чем настоящее решение, использующее условие гомобаричности. В линейных задачах условие гомобаричности упрощает решение, однако не принципиально. Принципиальная же важность этого условия для численной реализации нелинейных задач отмечалась в работе [8].

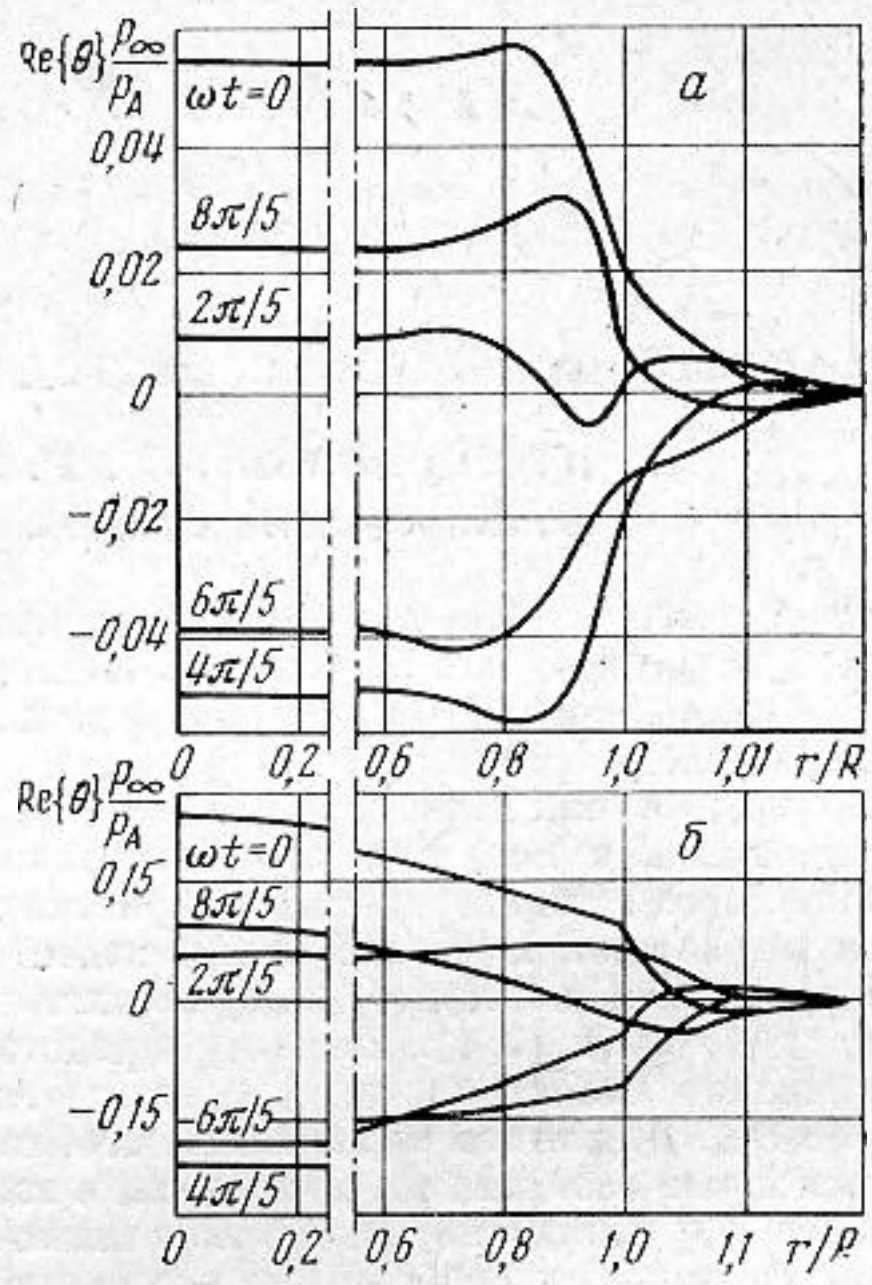
На фиг. 3 приведены характеристики колебаний парового пузырька с радиусом $R_0=10$ *мкм* в воде. На фиг. 4 представлено распределение температуры в квазиравновесном приближении при пульсациях паровых пузырьков двух различных размеров в воде на частоте 20 *кгц*. Во втором случае размер пузырька сравним с толщиной термодиффузионного слоя в

паре, и поэтому большие градиенты температуры внутри пузырька при пульсациях не возникают.

Учет неравновесности фазового перехода и неоднородности температуры внутри пузырьков позволяет в отличие от работы [3] рассматривать



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Зависимости фазы β, безразмерной амплитуды колебаний $|\alpha| p_\infty/p_A$ и скорости фазовых переходов $|J| p_\infty/p_A$ от частоты акустического поля при различных значениях параметра Φ для пузырька с радиусом $R_0=10$ *мкм*

Фиг. 4. Распределение температуры при колебаниях паровых пузырьков в акустическом поле с частотой 20 *кгц* для различных фаз колебаний ωt; *а* – $R_0=210$ *мкм*; *б* – $R_0=10$ *мкм*

колебания крупных пузырьков. Однако условие малости амплитуды колебаний по сравнению с толщинами термодиффузионных слоев в паре и жидкости, выполнение которого необходимо для корректности переноса граничных условий с поверхности пульсирующего пузырька на поверхность с $r=R_0$, налагает для крупных пузырей более жесткое ограничение на относительную амплитуду колебаний.

Автор благодарит Р. И. Нигматулина, В. Ш. Шагапова и Р. Р. Айдагулова за полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. B. Chapman, M. S. Plesset.* Thermal effects in the free oscillation of gas bubbles. J. Basic Engr. Trans. ASME, 1971, *93*, 3, 373—376.
2. *I. C. Macedo, W. J. Yang.* Acoustically forced oscillations of gas bubbles in liquids. Japan. J. Appl. Phys., 1972, *11*, 8, 1124—1129.
3. *R. D. Finch, E. A. Neppiras.* Vapor bubble dynamics. J. Acoust. Soc. Amer., 1973, *53*, 5, 1402—1410.
4. *Р. И. Нигматулин.* Мелкомасштабные течения и поверхностные эффекты в гидромеханике многофазных сред. ПММ, 1971, *35*, 3, 451—463.
5. *Б. Пол.* Коэффициенты испарения. Ракетная техника, 1962, *9*, 3—12.
6. *Цянь Сюэ-Сень.* Физическая механика. М., «Мир», 1965.
7. *Р. Коул.* Подводные взрывы. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
8. *Р. И. Нигматулин, Н. С. Хабеев.* Теплообмен газового пузырька с жидкостью. Изв. АН СССР МЖГ, 1974, *5*, 94–100.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступила
25 июля 1974 г.