

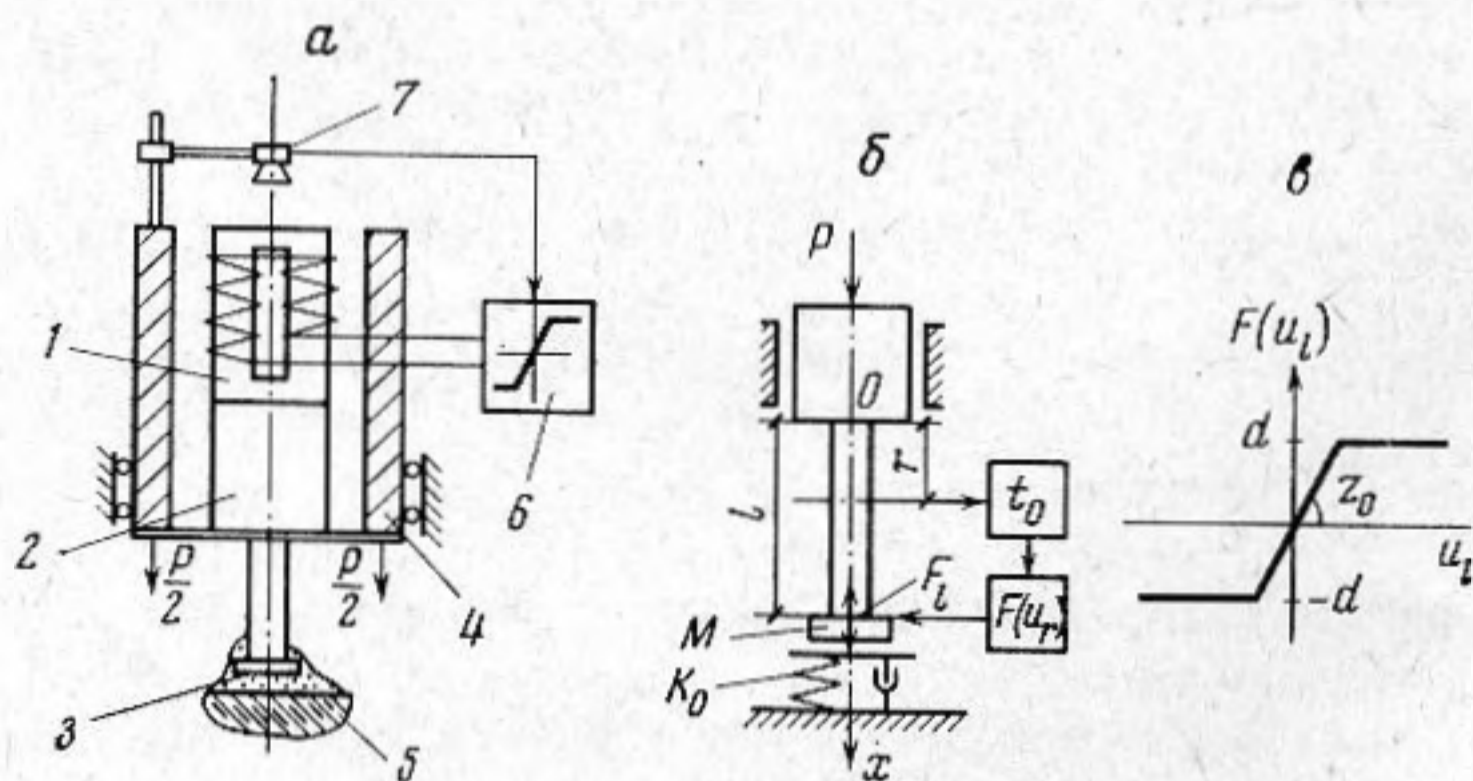
УДК 534.1

ВОЗБУЖДЕНИЕ И СТАБИЛИЗАЦИЯ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

В. К. Асташев, М. Е. Герц

Рассматривается способ возбуждения стержневых колебательных систем ультразвуковых технологических установок, работающих на нелинейную нагрузку. Способ реализуется введением контура обратной связи с запаздыванием. Исследуются вопросы существования и устойчивости автоколебаний, приводится сравнение характеристик режимов автоколебаний и вынужденных колебаний. Оцениваются возможности применения способа для стабилизации резонансных режимов при изменении параметров системы и рабочего процесса. Расчетные зависимости сопоставляются с экспериментальными данными.

В ряде технологических процессов (ультразвуковое резание и сварка, вибрационное упрочнение металлов и т. д.) используются стержневые колебательные системы, испытывающие периодические соударения с обрабатываемой средой. На фиг. 1, а показана схема колебательной системы ультразвукового станка. Магнестрикционный преобразователь 1 через волновод-концентратор 2 сообщает колебания инструменту 3. Концентратор связан с кареткой 4 в узле колебаний и поджимается к обрабатываемому изделию 5 постоянной силой P .



Фиг. 1. Схема ультразвуковой установки (а), ее динамическая модель (б) и характеристика усилителя (в)

Для интенсификации процесса необходимо получение резонансных режимов при значительных усилиях прижима. При этом оказывается существенным влияние обрабатываемой среды, которая изменяет резонансные свойства системы и обуславливает своеобразные нелинейные эффекты [1, 2], затрудняющие настройку системы в режиме вынужденных колебаний. Вместе с тем резонансные режимы могут быть получены при автоколебательной схеме возбуждения, осуществляемой цепью запаздывающей обратной связи [3]. В этом случае напряжение питания обмоток магнито-

стриктора формируется усилителем b (фиг. 1, a), имеющим характеристику с насыщением и преобразующим сигнал, пропорциональный смещению какого-либо элемента колебательной системы. Такой сигнал удобно получать при помощи микрофона γ , установленного у свободного торца магнитостриктора. Время прохождения звуковой волны от излучающего торца до датчика γ определяет запаздывание в цепи обратной связи. Изменяя уровень насыщения усилителя и время запаздывания, можно регулировать амплитуду и частоту колебаний, а при определенных их соотношениях обеспечить стабилизацию резонансных режимов при изменении нагрузки, определяемой массой инструмента и усилием подачи.

Полагая смещение узла колебаний концентратора малым, будем рассматривать его выходную ступень — стержень длиной l с массой M на конце (фиг. 1, b), возбуждаемый приведенной к нижнему сечению $x=l$ силой F_l . Колебания сечения x относительно его положения в недеформированном стержне будем описывать функцией

$$(1) \quad u_x(t) \approx m_x + u_x^0(t) = m_x + a_x e^{j(\omega t + \varphi_x)},$$

где m_x — постоянная составляющая; a_x , ω , φ_x — амплитуда, круговая частота и фаза гармонической составляющей смещения.

При поджиге системы постоянной силой P на массу M со стороны изделия действует нелинейная реакция f_l , которую представим в виде

$$(2) \quad f(u_l, j\omega u_l) \approx f_0(m_l, a_l) + [k(m_l, a_l) + j\omega\beta(m_l, a_l)]u_l^0,$$

где $f_0(m_l, a_l)$ — постоянная составляющая реакции; $k(m_l, a_l)$, $\beta(m_l, a_l)$ — эквивалентные жесткость и демпфирование. Эти величины определяются по стандартной методике вычисления коэффициентов гармонической линеаризации [4].

Возбуждающая сила F_l формируется в результате нелинейного преобразования $F_l = F(u_r)$ сигнала, пропорционального смещению сечения $x=r$ и подаваемого с запаздыванием t_0 в точку приложения силы $x=l$. Учитывая (1), запишем полную характеристику цепи обратной связи

$$(3) \quad F_l = F(u_r) \approx z(a_r) u_r^0 e^{-j\omega t_0},$$

где $z(a_r)$ — гармонический коэффициент усиления.

Смещения сечений стержня определим при помощи оператора динамической податливости $L_l(x, j\omega)$, связывающего смещение u_x сечения x с силой, действующей в сечении l

$$(4) \quad u_x = L_l(x, j\omega) [F(u_r) - f(u_l, j\omega u_l) + M\omega^2 u_l].$$

Последнее слагаемое здесь учитывает инерционную нагрузку.

В дальнейшем, не нарушая общности изложения, будем полагать $r=l$. Согласно (1), $u_l^0 = u_r^0 a_l a_r^{-1} \exp j(\varphi_r - \varphi_l)$, поэтому в случае $r \neq l$ изменение положения датчика обратной связи вдоль стержня может быть учтено выбором коэффициента усиления $z(a_r)$ и запаздывания t_0^* согласно следующим соотношениям:

$$z(a_r) = a_l a_r^{-1} z(a_l), \quad t_0^* = t_0 + (\varphi_l - \varphi_r) \omega^{-1}.$$

Подставляя выражения (2), (3) при $r=l$ в уравнение (4) и разделяя постоянные и периодические составляющие, получим

$$(5) \quad m_x = -L_l(x, 0) f_0(m_l, a_l),$$

$$(6) \quad u_x^0 = L_l(x, j\omega) [z(a_l) e^{-j\omega t_0} - k(m_l, a_l) - j\omega\beta(m_l, a_l) + M\omega^2] u_l^0.$$

Из (6) при $x=l$, разделяя вещественные и мнимые части, получим условия существования автоколебаний в виде:

$$(7) \quad \begin{cases} z(a_l) \cos \omega t_0 = U(\omega, m_l, a_l), \\ z(a_l) \sin \omega t_0 = -V(\omega, m_l, a_l), \end{cases}$$

где $U = \operatorname{Re} W$; $V = \operatorname{Im} W$; W — динамическая жесткость системы:

$$(8) \quad W(\omega, m_l, a_l) = L_l^{-1}(l, j\omega) + k(m_l, a_l) - \omega^2 M + j\omega\beta(m_l, a_l).$$

Соотношения (7), (8) совместно с очевидным равенством

$$(9) \quad f_0(m_l, a_l) = P$$

и выражениями для величин f_0 , k , β позволяют найти все параметры установившихся автоколебаний нижнего сечения, а с помощью уравнений (5), (6) — постоянные составляющие, амплитуды и фазы смещения остальных сечений.

Пусть характеристика усилителя в цепи обратной связи (фиг. 1, в) имеет начальный коэффициент усиления z_0 и уровень насыщения d . Расчеты показывают, что гармонический коэффициент усиления $z(a_l)$ [4] мало чувствителен к величине z_0 , поэтому при анализе установившихся движений целесообразно рассматривать релейную характеристику ($z_0 \rightarrow \infty$)

$$(10) \quad z(a_l) = 4d / \pi a_l, [z(a_l) \leq z_0].$$

В этом случае условия существования (7) принимают вид

$$(11) \quad a_l = (F / U) \cos \omega t_0,$$

$$(12) \quad a_l = - (F / V) \sin \omega t_0,$$

где $F = 4d / \pi$.

Исключая в (11), (12) тригонометрические функции, получим выражение

$$(13) \quad a_l = F / \sqrt{U^2(\omega, m_l, a_l) + V^2(\omega, m_l, a_l)} = F / |W|,$$

определяющее амплитудно-частотную характеристику системы при действии гармонической силы $F_l = F \exp j\omega t$. Таким образом, совокупность амплитуд a_l и частот ω автоколебаний, получаемых при различных значениях запаздывания, соответствует точкам резонансных кривых. Согласно (13) и (8) резонансные свойства системы существенно зависят от вида нелинейной реакции (2) и оператора динамической податливости $L_l(l, j\omega)$.

Взаимодействие инструмента с изделием при ультразвуковом резании можно представить в виде характеристики ограничителя жесткости k_0 (фиг. 1, б), полагая, что диссипация энергии происходит главным образом в колебательной системе. Коэффициенты гармонической линеаризации $f_0(m_l, a_l)$ и $k(m_l, a_l)$ этой характеристики приведены в работах [2, 4]. Исключая из них m_l с учетом равенства (9), получим соотношение, хорошо аппроксимирующее зависимость эквивалентной упругости k от амплитуды a_l и постоянной силы P при $a_l \geq P / k_0$:

$$(14) \quad k = 2P / (a_l + Pk_0^{-1}).$$

Оператор динамической податливости найдем, отыскивая решение вида

$$u(x, t) = u_x(t) = L_l(x, j\omega) e^{j\omega t}$$

дифференциального уравнения колебаний стержня

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - n \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

с граничными условиями

$$u(0, t) = 0, ES \left[\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \frac{n}{c^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} \right]_{x=l} = e^{j\omega t},$$

где S — площадь поперечного сечения; $c = \sqrt{E / \rho}$ — скорость звука в материале стержня; E , ρ — модуль упругости и плотность материала; $n = \psi c^2 /$

$/2\pi\omega$ — линеаризованный коэффициент внутреннего трения; ψ — коэффициент поглощения звука.

В результате мы имеем

$$(15) \quad L_i(x, j\omega) = \frac{e^{\lambda x} - e^{-\lambda x}}{ES\lambda(e^{\lambda l} + e^{-\lambda l})(1 + j\omega nc^{-2})},$$

где $\lambda = j\omega(c^2 + j\omega n)^{-1/2}$.

Подставляя (15) в выражение (8) и ограничивая разложение величин, содержащих малый параметр ψ , линейными членами, получим

$$(16) \quad W = \frac{ES}{l} \left[\xi \operatorname{ctg} \xi + q - \mu \xi^2 + j \frac{\psi \xi}{4\pi} \frac{(\xi + 0,5 \sin 2\xi)}{\sin^2 \xi} \right],$$

где

$$\xi = \omega l / c; \quad q = kl / ES; \quad \mu = M / \rho l S.$$

На фиг. 2, а по уравнениям (13), (14), (16) построены амплитудно-частотные характеристики системы для двух нижних форм колебаний при различных значениях силы P .

Здесь для примера принято, что жесткость ограничителя $k_0 \rightarrow \infty$, т. е. рассмотрен случай, когда его влияние на характер колебаний проявляется наиболее сильно.

В этом случае, согласно (14),

$$(17) \quad k = 2P / a_i,$$

и соотношения (13), (16) дают при $\psi = 0$ следующее уравнение резонансных кривых:

$$(18) \quad a_i = \frac{-2\delta_p \pm \delta}{(\xi \operatorname{ctg} \xi - \mu \xi^2)},$$

области существования которых определяются из условия $a_i \geq 0$. В (18) введены следующие обозначения: $\delta = Fl / ES$; $\delta_p = Pl / ES$.

Из (18) видно, что при отсутствии диссипации энергии амплитуда a_i неограниченно возрастает на собственных частотах линейной системы без ограничителя. Принимая во внимание, что согласно (8) и (16) функция U учитывает упругие и инерционные, а V — диссипативные свойства системы, из уравнения (13) получаем условия резонанса при наличии потерь в виде:

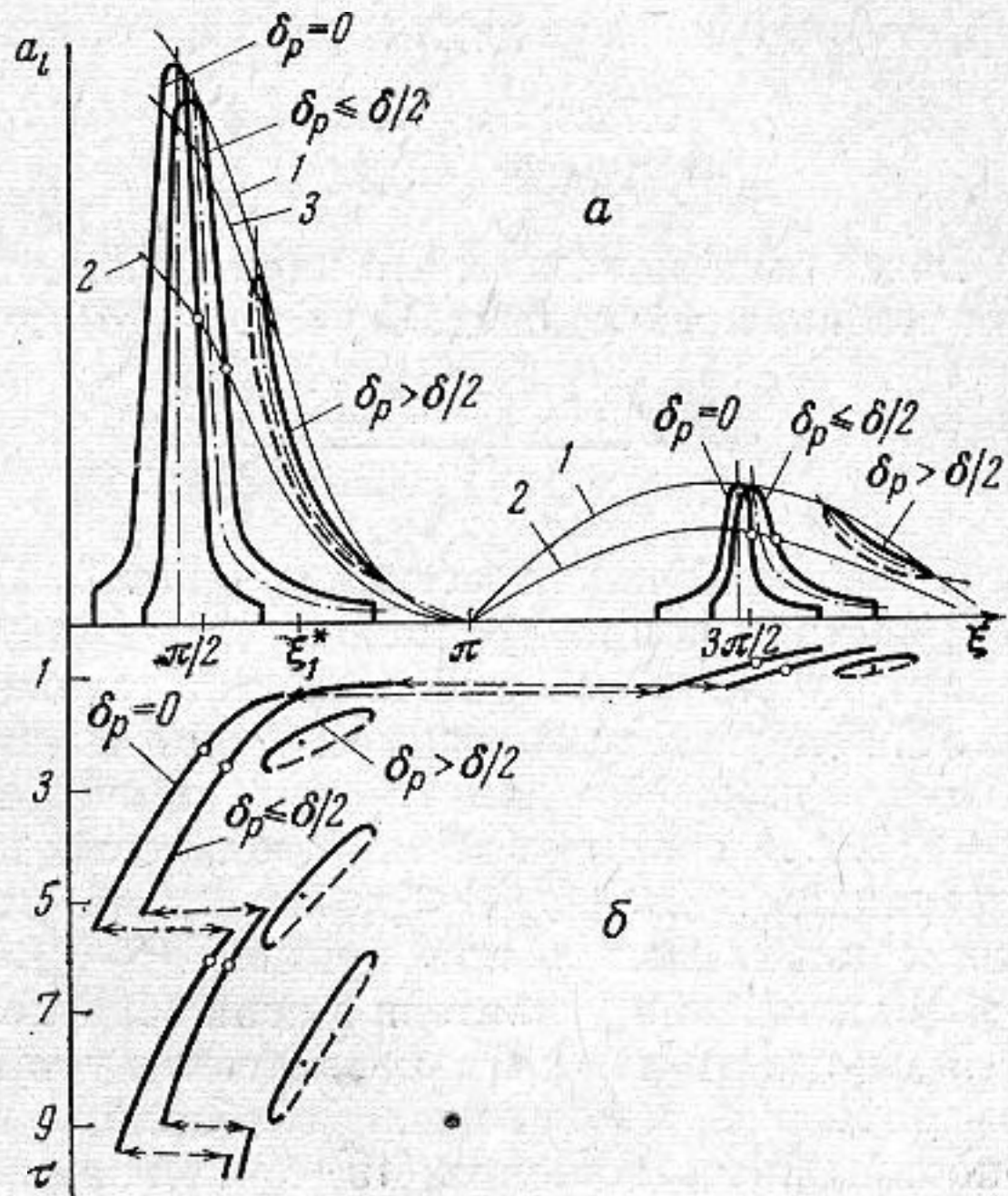
$$(19) \quad U(\omega, a_i) = 0, \quad a_i = F / V(\omega, a_i).$$

Подстановка в (19) действительной и мнимой частей из выражения (16) приводит с учетом (17) к уравнениям

$$(20) \quad a_i = -2\delta_p / (\xi \operatorname{ctg} \xi - \mu \xi^2),$$

$$(21) \quad a_i = \frac{4\pi\delta}{\psi \xi} \frac{\sin^2 \xi}{(\xi + 0,5 \sin 2\xi)},$$

совместное решение которых определяет резонансную частоту ξ^* и амплитуду a_i^* . Такое решение удобно проводить графически, построив скелетные



Фиг. 2. Резонансные кривые (а) и зависимость частоты автоколебаний от запаздывания (б)

кривые (20) (штрихпунктирные линии на фиг. 2. а), связывающие частоты и амплитуды свободных колебаний и разделяющие ветви резонансных кривых, и линию 1 предельных амплитуд (21), ограничивающую резонансные кривые сверху.

Из фиг. 2, а видно, что при $\delta_p=0$ система линейна, и ограничитель не оказывает влияния на ее колебания. Приложение постоянной силы P смещает максимум резонансной кривой в область более высоких частот, причем при значениях $\delta_p > \delta/2$ существенно изменяется ее характер: она становится двузначной, и с возрастанием δ_p сужается ее частотный диапазон. Уравнения (20), (21) позволяют найти связь между резонансной частотой и постоянной силой:

$$(22) \quad \frac{\delta_p}{\delta} = - \frac{2\pi (\sin 2\xi^* - 2\mu \xi^* \sin^2 \xi^*)}{\psi (2\xi^* + \sin 2\xi^*)}.$$

Максимумам функции (22) соответствуют предельные значения δ_p и ξ^* , при которых резонансные кривые вырождаются в точки. При $\mu=0$, например, эти значения для двух первых форм колебаний будут:

$$\begin{aligned} \xi_1^* &= 0,71\pi, \quad \delta_{p1} = 1,75\delta / \psi, \\ \xi_2^* &= 1,74\pi, \quad \delta_{p2} = 0,76\delta / \psi. \end{aligned}$$

Выше было показано, что параметры автоколебаний соответствуют точкам резонансных кривых. С учетом (16) приведем уравнение (12) к виду

$$(23) \quad a_i = - \frac{4\pi\delta \sin^2 \xi \sin \xi \tau}{\psi \xi (\xi + 0,5 \sin 2\xi)},$$

где $\tau = t_0 c / l$. Точки пересечения (фиг. 2, а) резонансных кривых с линией 2, построенной по уравнению (23) при $\xi \tau = \text{const}$, определяют частоту и амплитуду автоколебаний и соответствующее значение запаздывания. На фиг. 2, б построена зависимость частоты автоколебаний от запаздывания. Следует иметь в виду, что значениям $\pi(\kappa-1) \leq \xi \tau < \pi(2\kappa-1)/2$, ($\kappa=1, 2, \dots$) отвечают ветви резонансных кривых, расположенные справа, а значениям $\pi(2\kappa-1)/2 < \xi \tau \leq \pi\kappa$ — слева от скелетных линий, причем четные κ принимаются при прямом ($\delta > 0$), а нечетные — при инверсном ($\delta < 0$) включении усилителя в цепи обратной связи.

В ультразвуковых технологических установках, как правило, необходимо получение резонансных колебаний с максимальными амплитудами. Сопоставляя соотношения (19) с условиями существования (11), (12), найдем, что резонансный режим автоколебаний частоты ω^* (авторезонанс) реализуется при условии

$$(24) \quad |\sin \omega^* t_0| = 1$$

или

$$(25) \quad \tau = (2\kappa - 1)\pi / 2\xi^*.$$

Изменение параметров системы (массы инструмента, силы прижима, свойств среды) при постоянном запаздывании вызывает расстройку по частоте и приводит к отклонению амплитуды от ее резонансного значения a_i^* . Сравнение (12) и (19) показывает, что это отклонение будет минимальным, если из всех значений (25) выбрать наименьшее. Полагая $\kappa=1$ и принимая предельное значение резонансной частоты $\xi^* = \xi_1^* = 0,71\pi$, найдем из (25) настроечное значение $\tau = 0,71$. На фиг. 2, а по уравнению (23) построена кривая 3, определяющая амплитуду автоколебаний при данной настройке; во всем рабочем диапазоне эта настройка обеспечивает отклонение амплитуды от резонансного значения a_i^* не более 10%. Таким образом, рассматриваемая система может быть эффективно использована для стабилизации

резонансных режимов при изменении внешней нагрузки в широких пределах.

Используя полученные решения, оценим влияние параметров системы на амплитуды и частоты резонансных колебаний. В общем случае собственные частоты согласно (16) определяются следующим выражением:

$$(26) \quad \xi \operatorname{ctg} \xi + q - \mu \xi^2 = 0.$$

При подстановке (14) выражение (26) дает уравнение скелетной кривой

$$(27) \quad a_l = -\frac{2\delta_p}{\xi \operatorname{ctg} \xi - \mu \xi^2} - \frac{\delta_p}{q_0}, \quad (a_l > \delta_p/q_0).$$

Для стержня без инструмента ($\mu=0$), совершающего колебания на холостом ходу ($\delta_p=0$), резонансные частоты и амплитуды в соответствии с (26) и (21) будут равны соответственно:

$$(28) \quad \begin{aligned} \xi^* &= (2\kappa - 1)\pi / 2, \quad a_l^* = 16\delta / (2\kappa - 1)^2 \pi \psi, \\ (\kappa &= 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

Присоединение инструмента снижает резонансные частоты, значения которых находятся из (26) при $q=0$. Приложение постоянной силы вызывает вследствие нелинейных искажений смещение резонансов в область более высоких частот. Полагая в (26) $q = \mu \xi^2$ и учитывая (28) и (14), найдем условие полной компенсации расстройки, вызываемой присоединением инструмента и его взаимодействием с изделием:

$$\delta_p = \frac{16\pi}{\psi} \frac{\mu \delta q_0}{[8q_0 - (2\kappa - 1)^2 \pi^2 \mu]}.$$

Такая компенсация может быть достигнута при $q_0 > (2\kappa - 1)^2 \pi^2 \mu / 8$. Для исследования устойчивости найденных решений воспользуемся критерием, полученным в [5]:

$$(29) \quad \left[U \frac{\partial U}{\partial \bar{a}_l} + V \frac{\partial V}{\partial \bar{a}_l} - z \frac{\partial z}{\partial \bar{a}_l} \right]_{\bar{a}_l = a_l} > 0.$$

Заметив, что V — мнимая часть (16) не зависит от a_l и учитывая соотношение (19), получим условие устойчивости авторезонансного режима:

$$z \frac{\partial z}{\partial \bar{a}_l} \Big|_{\bar{a}_l = a_l} < 0,$$

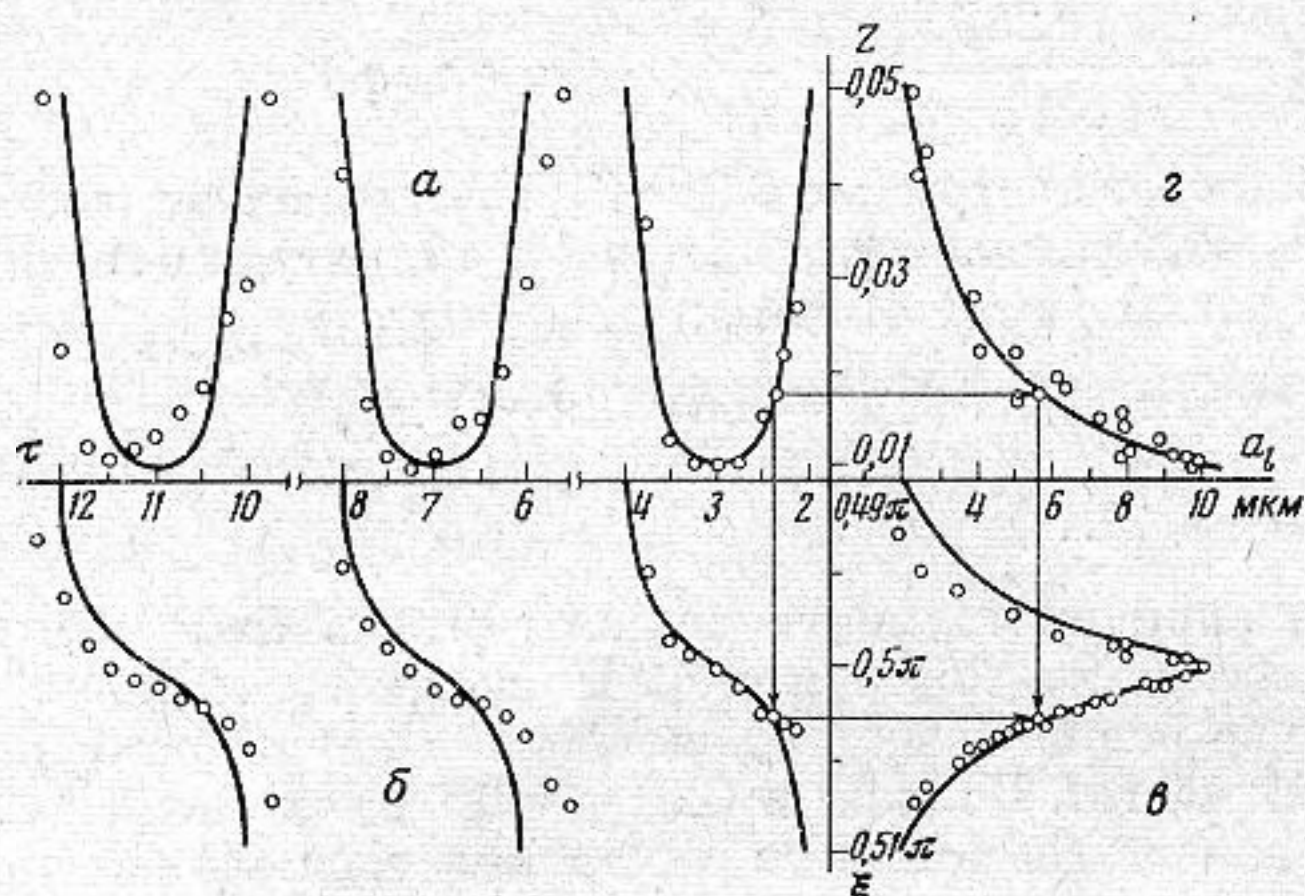
которое для принятой характеристики цепи обратной связи выполняется всегда. Для других режимов, показанных на фиг. 2, критерий (29) с учетом (10), (16), (17) дает следующее условие устойчивости

$$(30) \quad a_l \geq \frac{2\delta_p - \delta(\delta/2\delta_p)}{|\xi \operatorname{ctg} \xi - \mu \xi^2|}.$$

При $\delta_p \leq \delta/2$, когда резонансная кривая однозначна (фиг. 2, а), условие (30) выполняется во всем диапазоне ее существования, и все режимы устойчивы. Сопоставляя (18) и (30), легко показать, что при $\delta_p > \delta/2$ граница устойчивости расположена между ветвями резонансных кривых ниже скелетной линии, и нижние ветви, показанные на фиг. 2 пунктиром, оказываются неустойчивыми. Таким образом, каждому значению запаздывания соответствует единственная точка амплитудно-частотной характеристики. Плавным изменением запаздывания можно реализовать участки резонансных кривых, соответствующие различным формам колебаний. При определенных значениях запаздывания возможны срывы колебаний либо с одной

формы на другую, либо в пределах одной из форм, как это показано штриховыми стрелками на фиг. 2. Причины срывов подробно рассмотрены в работе [5].

Проверка основных выводов теоретического анализа была проведена на экспериментальной установке, подобной изображенной на фиг. 1, а и выполненной на базе ультразвукового станка со ступенчатым концентратором без инструмента. В качестве датчика обратной связи был использован пьезоэлектрический микрофон, установленный на некотором расстоянии от свободного торца преобразователя.



Фиг. 3. Теоретические и экспериментальные зависимости между параметрами системы и параметрами автоколебаний в режиме холостого хода

На холостом ходу с помощью пьезодатчика, приклеенного к торцу концентратора, регистрировалась его амплитуда. В результате исследования колебательной системы в режиме вынужденных колебаний была построена амплитудно-частотная характеристика, по которой найдены резонансная частота $f=20,4$ кГц и коэффициент поглощения $\psi = \frac{2\pi}{Q} \approx 0,05$, где $Q=126$ — добротность системы.

Для рассмотренной динамической модели (фиг. 1, б) резонансная частота и амплитуда холостого хода определяются согласно (28) выражениями $f=c/4l$, $a_1=16Fl/\pi\psi ES$, $F=4d/\pi$. В эксперименте приведенная длина стержня составляла $l=63,5$ мм. Все дальнейшие эксперименты проводились при постоянном уровне возбуждения магнотристора, при котором амплитуда в резонансном режиме холостого хода равнялась $a_1=10$ мкм, а потребляемая магнотристором мощность составляла 60 вт. Приведенная к нижнему сечению стержня возбуждающая сила $F=10$ кГ, а уровень насыщения характеристики цепи обратной связи $d=7,9$ кГ. (В расчетах приняты следующие значения: $c=5,17 \cdot 10^5$ см/сек; $E=2 \cdot 10^6$ кГ/см²; $S=3,14$ см².)

В автоколебательном режиме на холостом ходу исследовались условия самовозбуждения и параметры установившихся колебаний при изменении запаздывания в широких пределах. Результаты исследования показаны на фиг. 3, где точками представлены экспериментальные данные, наложенные на расчетные кривые. На фиг. 3, а построена граница самовозбуждения при характеристике с насыщением, подобной изображенной на фиг. 1, в; параметрические уравнения этой границы имеют вид [5]:

$$(31) \quad Z_0 \cos \xi \tau = \xi \operatorname{ctg} \xi, \quad Z_0 \sin \xi \tau = -\psi \xi (\xi + 0,5 \sin 2\xi) (4\pi \sin^2 \xi)^{-1},$$

где $Z_0 = z_0 l / ES$. Исключая из (31) величину Z_0 , получим уравнение для частот, соответствующих границе самовозбуждения, в виде

$$\operatorname{tg} \xi \tau = -\psi(\xi + 0,5 \sin 2\xi) (2\pi \sin 2\xi)^{-1}.$$

Это соотношение справедливо и для установившихся автоколебаний. На фиг. 3, б приведена зависимость частоты ξ автоколебаний от величины запаздывания τ . Реализуемые при этом амплитуды показаны на фиг. 3, в. Они строго соответствуют амплитудно-частотной характеристике, полученной в режиме вынужденных колебаний. Теоретическая резонансная кри-



Фиг. 4. Осциллограмма силы ударного взаимодействия инструмента с изделием

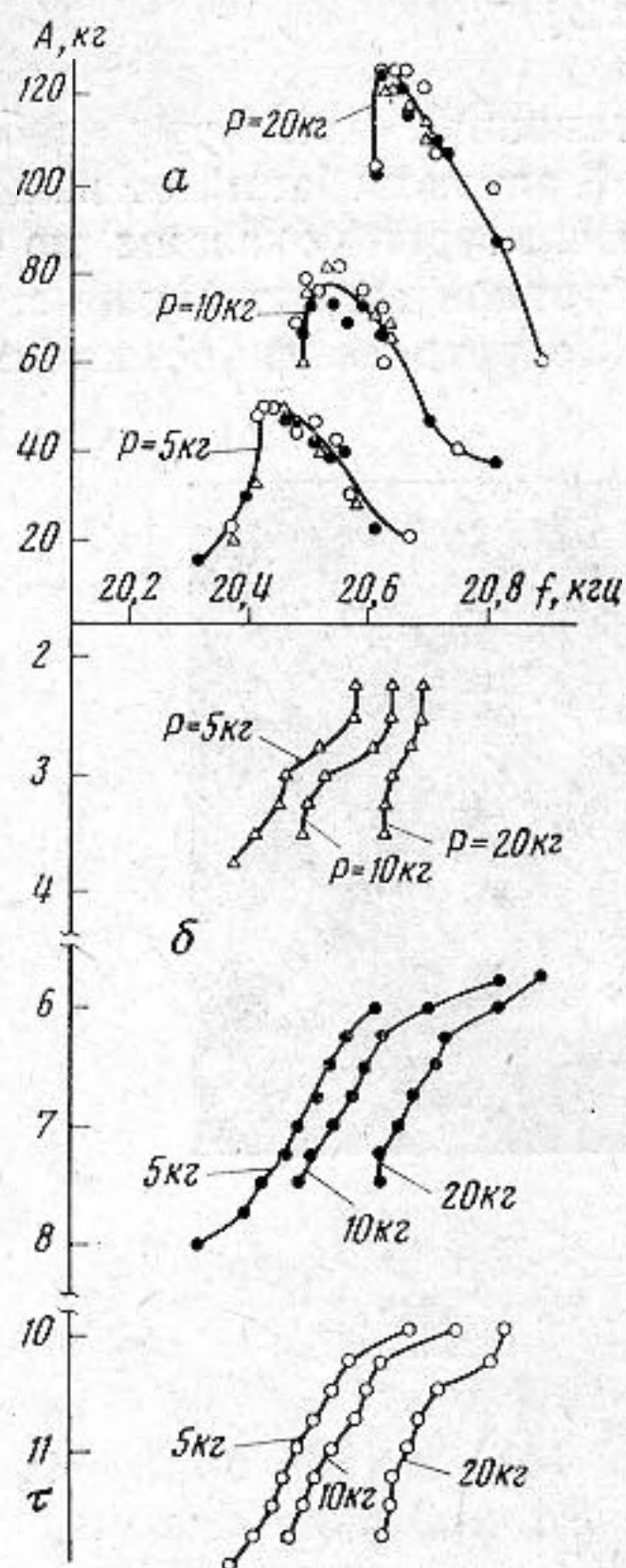
вая на фиг. 3, в построена по уравнениям (13) и (16) при $q=0$, $\mu=0$. На фиг. 3, г представлен график гармонического коэффициента усиления (10) и даны экспериментальные значения $Z = kU_m / U_d$, где U_m и U_d — соответственно напряжение на обмотке магнитостриктора и напряжение, снимаемое с датчика обратной связи; $k = 2 \cdot 10^{-6}$ — постоянный коэффициент, вычисленный по значениям, соответствующим авторезонансу. Приведенные на фиг. 3 кривые связаны построениями, показанными стрелками.

В процессе ультразвукового резания при нагружении колебательной системы постоянной силой P регистрировалась сила взаимодействия между инструментом и обрабатываемым изделием. В качестве датчика был использован пьезоэлемент, вклеенный между массивным основанием и обрабатываемой стеклянной пластиной, помещенной в абразивную суспензию. На фиг. 4 приведена характерная осциллограмма процесса резания. Результаты эксперимента, полученные при различных значениях силы P , представлены на фиг. 5, иллюстрирующей характер изменения амплитуды силы ударного взаимодействия A (фиг. 5, а) и частоты автоколебаний f (фиг. 5, б) при плавном изменении величины запаздывания.

Следует отметить, что в экспериментах, как на холостом ходу, так и под погрузкой, подтвердился теоретический вывод о соответствии амплитуд и частот автоколебаний резонансным кривым, получаемым в режиме вынужденных колебаний. При этом наблюдались описанные выше нелинейные эффекты. Значение силы $P = 5$ кг при заданном уровне возбуждения $F = 10$ кг является тем граничным значением, при котором резонансная кривая ($\delta_p \leq \delta / 2$ на фиг. 2, а) еще однозначна во всем диапазоне существования. Превышение этого значения P приводит на определенных частотах к срывам колебаний, обусловленным появлением неустойчивых ветвей резонансных кривых ($\delta_p > \delta / 2$ на фиг. 2, а).

Резонансные колебания, соответствующие максимумам амплитудно-частотных характеристик, были реализованы при постоянном запаздывании

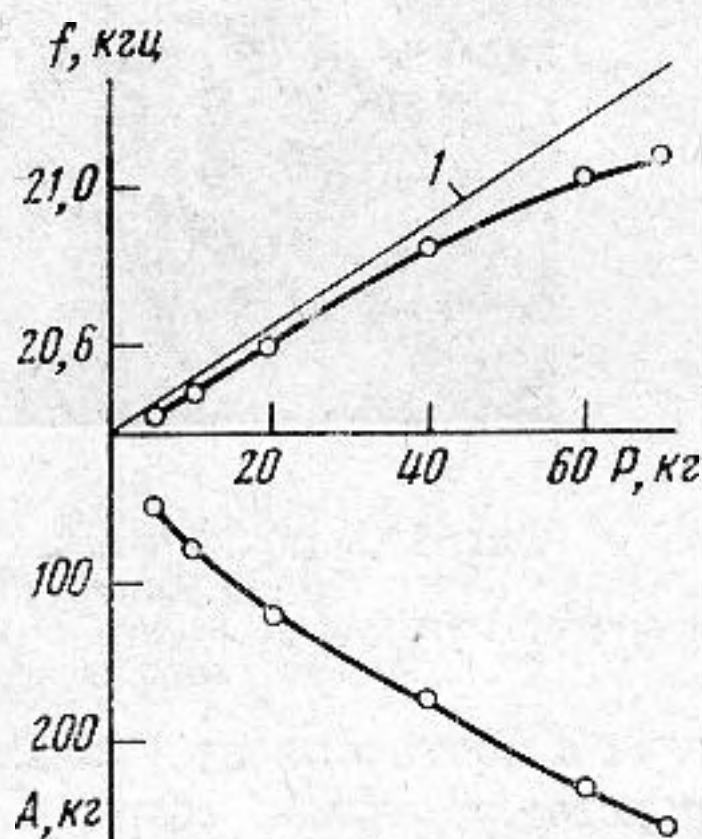
$\tau=3$ (фиг. 5). Экспериментальные зависимости частоты автоколебаний и амплитуды силы удара от постоянной силы показаны на фиг. 6. Здесь же для сравнения дан результат расчета по формуле (22) при $\mu=0$ (линия 1).



Фиг. 5

Фиг. 5. Экспериментальные зависимости амплитуды A силы удара и частоты f автоколебаний от запаздывания

Фиг. 6. Зависимость параметров авторезонансных режимов от постоянной силы



Фиг. 6

Следует подчеркнуть, что система самовозбуждается и выходит на резонансный режим без какой-либо дополнительной подстройки при всех указанных на графиках значениях постоянной силы.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Maezawa. Steady forced vibration of unsymmetrical piecewise-linear sistem, Bull. JSME, 1961, 4, 14, 201-218.
2. В. К. Асташев, В. И. Бабицкий. Резонансные колебания вязко-упругого стержня с ограничителем. Изв. АН СССР, Механика твердого тела, 1972, 4, 176-182.
3. В. К. Асташев, В. И. Бабицкий, М. Е. Герц. К синтезу авторезонансных систем. Научные труды вузов ЛитССР, Вибротехника, 3 (20), Каунас, 1973, 253-259.
4. Е. П. Попов, И. П. Пальтов. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем, М., Физматгиз, 1960.
5. В. К. Асташев, М. Е. Герц. Автоколебания вязко-упругого стержня с ограничителем при действии запаздывающей силы. Машиноведение, 1973, 5, 3-11.

Государственный научно-исследовательский институт машиноведения, Москва

Поступила
3 апреля 1974 г.
После переработки
1 июля 1975 г.