АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXII 1976 Вып. 4

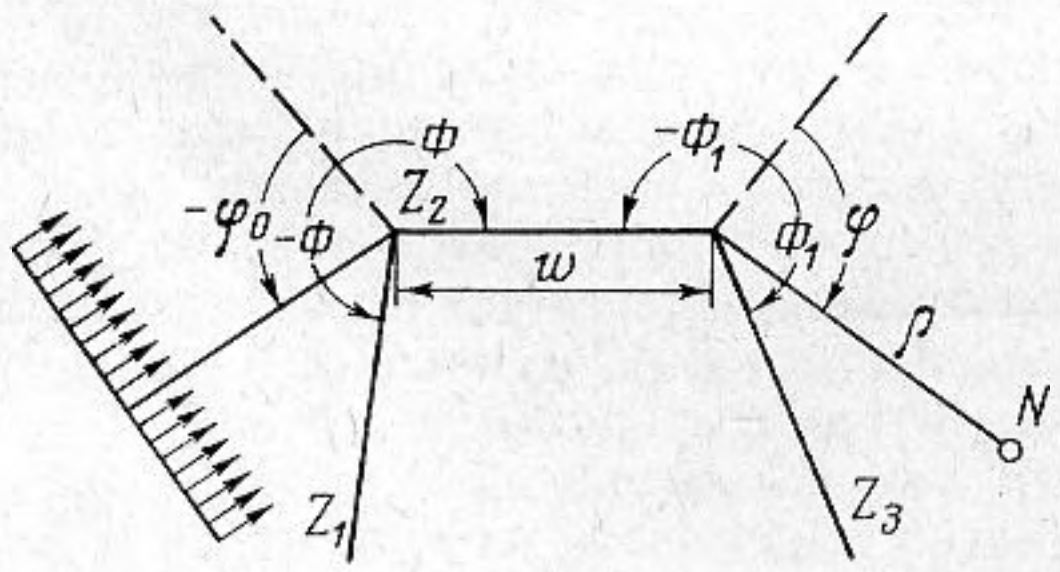
УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКА НА ШИРОКОМ ЭКРАНЕ

А. Н. Коровкин

Рассмотрена задача о дифракции плоской звуковой волны на широком трапециевидном экране, имеющем различные идеальные и импедансные плоские грани. Решение найдено путем рассмотрения последовательной дифракции звука на кромках экрана. Получены формулы для звукового давления в зоне «глубокой» тени. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными.

Эффективность экранов, применяемых в технике как средство изоляции источника шума, до недавнего времени оценивалась исходя из рассмотрения дифракции на тонком идеальном экране [1]. С целью повышения точности оценок эффекта экранирования представляет интерес рассмотреть задачу о дифракции звуковых волн на трехгранном трапециевидном экране конечной ширины (фиг. 1). В последнее время для этого применяют приближенные методы, основанные на использовании решения задачи о дифракции звуковых волн на клине с привлечением приемов, разработанных в геометрической теории дифракции. Например, таким методом в работе [2] была рассмотрена задача о дифракции на достаточно широком экране (барьере) в том случае, когда все три грани экрана идеально жесткие. Сохраняя схему построения решения в соответствии с основными положениями геометрической теории дифракции, рассмотрим аналогичную задачу, когда три грани экрана имеют неодинаковые акустические свойства. Сначала мы рассмотрим более простой случай идеальных граней, а затем, используя особенности построения решения в случае идеально мягкой средней грани, рассмотрим дифракцию на импедансном экране.



Фиг. 1. Дифракция плоской волны на широком экране

Решение этой задачи будем строить последовательным рассмотрением дифракции на кромках экрана, ограничиваясь случаем плоских падающих волн и достаточно широких экранов. Результат дифракции на первой кромке может быть написан в виде рассеянной волны, найденной из решения задачи дифракции плоской волны на клине. Для дальней области «глубокой» звуковой тени ($kr \gg 1$), при единичной амплитуде падающей плоской волны и при возможных комбинациях идеальных акустических свойств граней клина методом, описанным в работе [3], получим

$$U = A(\varphi_0, \Phi)\frac{\pi}{2\Phi}\times \tag{1}$$

$$\times\left[\frac{B(\varphi,\Phi)}{\sin\frac{\pi(\varphi-\pi)}{2\Phi}-\sin\frac{\pi\varphi_0}{2\Phi}}-\frac{C(\varphi,\Phi)}{\sin\frac{\pi(\varphi-\pi)}{2\Phi}-\sin\frac{\pi\varphi_0}{2\Phi}}\right]\frac{\exp i(kr+\pi/4)}{\sqrt{2\pi kr}},$$

где U — рассеянная волна на первой кромке, φ_0 — направление падения плоской волны, r, φ — координаты точки наблюдения, A, B, C — коэффициенты, зависящие от акустических свойств граней. Для жестких граней $A=1, B=\cos\frac{\pi(\varphi-\pi)}{2\Phi}$, $C=\cos\frac{\pi(\varphi+\pi)}{2\Phi}$, для мягких граней $A=\cos\frac{\pi\varphi_0}{2\Phi}$, $B=1$, $C=1$, для жесткой передней и мягкой задней граней

$$A=2\sin\frac{\pi(\varphi_0-\Phi)}{4\Phi},\quad B=\cos\frac{\pi(\varphi-\pi-\Phi)}{4\Phi},\quad C=\cos\frac{\pi(\varphi+\pi-\Phi)}{4\Phi},$$

для мягкой передней и жесткой задней граней

$$A=2\cos\frac{\pi(\varphi_0+\Phi)}{4\Phi},\quad B=\sin\frac{\pi(\varphi-\pi+\Phi)}{4\Phi},\quad C=\sin\frac{\pi(\varphi+\pi+\Phi)}{4\Phi}.$$

Остальные обозначения ясны из фигуры.

Рассеянная волна представляет собой источник зоммерфельдовского типа с «полярной» диаграммой, определяющей распределение интенсивности дифракционных лучей по углам. Рассмотрим дифракцию звукового поля такого источника на второй кромке экрана.

Для случая идеально жесткой средней грани результат дифракции может быть написан в виде рассеянной волны, найденной из решения задачи дифракции цилиндрической волны на клине, составляющем вторую кромку, с использованием предположения, высказанном в статье [2], о «половинном» размере источника, так как на второй кромке дифрагирует только половина звукового поля источника; другая половина отражается гранью. Используя «полярные» диаграммы и асимптотическое представление звукового поля в области глубокой тени, получим

$$P=A(\varphi_0,\Phi)\frac{\pi^2}{16\Phi\Phi_1}\left[\frac{B(\Phi,\Phi)-C(\Phi,\Phi)}{\cos\frac{\pi^2}{2\Phi}-\sin\frac{\pi\varphi_0}{2\Phi}}\right]\times \tag{2}$$

$$\times\left[\frac{B(\varphi,\Phi_1)}{\sin\frac{\pi(\varphi-\pi)}{2\Phi_1}+1}-\frac{C(\varphi,\Phi_1)}{\sin\frac{\pi(\varphi+\pi)}{2\Phi_1}+1}\right]\frac{\exp i(k(\rho+w)+\pi/2)}{k\pi\sqrt{\rho w}}$$

где P — звуковое поле в зоне тени за экраном с идеально жесткой средней гранью, ρ, φ — координаты точки наблюдения N, w — протяженность средней грани (ширина экрана), $B(\varphi,\Phi_1)$ и $C(\varphi,\Phi_1)$ определяются исходя из акустических свойств граней второго клина.

Чтобы найти звуковое поле в зоне тени за экраном конечной ширины с идеально мягкой средней гранью, будем считать источник, определяемый формулой (1), акустическим диполем с осью, ориентированной перпендикулярно плоскости мягкой стороны $\varphi=\Phi$. Сравним звуковое поле такого источника вблизи углов $\varphi=\Phi$ с звуковым полем диполя, состоящего из единичных цилиндрических источников, которое в дальней области ($kr\gg1$) можно представить в виде [4]

$$\frac{\partial}{\partial n}H_0(kr)=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi k}}\cdot\frac{i2kr-1}{2r\sqrt{r}}\frac{\partial r}{\partial n}e^{i(kr-\pi/4)}\approx\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi kr}}k(\Phi-\varphi)e^{i(kr+\pi/4)}. \tag{3}$$

Разложим функцию U в окрестности углов $\varphi \approx \Phi$ в ряд Тейлора

$$U = U|_{\varphi=\Phi} + \frac{\partial U}{\partial \varphi}\Big|_{\varphi=\Phi} (\varphi - \Phi) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}\Big|_{\varphi=\Phi} (\varphi-\Phi)^2 + \ldots \tag{4}$$

Учитывая, что $U_{\varphi=\Phi}$ равно нулю, и оставляя только первый член от оставшегося ряда, путем сравнения формул (3) и (4) найдем, что момент диполя из источников зоммерфельдовского типа в направлении, совпадающем со средней стороной экрана, будет

$$M = A(\varphi_0, \Phi)\frac{\pi}{2\Phi}\left[\frac{B'(\Phi,\Phi) - C'(\Phi,\Phi)}{\cos\frac{\pi^2}{2\Phi} - \sin\frac{\pi^2}{2\Phi}} - \frac{\frac{\pi}{\Phi}\sin\frac{\pi^2}{2\Phi}C(\Phi,\Phi)}{\left(\cos\frac{\pi^2}{2\Phi} - \sin\frac{\pi^2}{2\Phi}\right)^2}\right]\frac{1}{2k}, \tag{5}$$

где B' и C' — производные по φ.

Результат дифракции поля акустического диполя на второй кромке можно получить из известного решения задачи дифракции поля цилиндрического источника на клине. При использовании «полярных» диаграмм, приведенных в формуле (1), и асимптотического представления звукового поля в области глубокой тени это решение можно написать в виде

$$V = QA(\varphi_0, \Phi_1)\frac{\pi}{2\Phi_1}\left[\frac{B(\varphi,\Phi_1)}{\sin\frac{\pi(\varphi-\pi)}{2\Phi_1} - \sin\frac{\pi\varphi_0}{2\Phi_1}} - \frac{C(\varphi,\Phi_1)}{\sin\frac{\pi(\varphi+\pi)}{2\Phi_1} - \sin\frac{\pi\varphi_0}{2\Phi_1}}\right]\frac{\exp ik(\rho+r_0)}{\pi k\sqrt{\rho r_0}}, \tag{6}$$

где V — рассеянная волна для клина при цилиндрическом источнике, Q — производительность цилиндрического источника, ρ_0, φ_0 — координаты источника.

Рассеянная волна в случае излучения диполя, составленного из таких цилиндрических источников, может быть написана в виде

$$W = \frac{M_{\text{дип}}}{r_0}\frac{dV}{d\varphi_0}. \tag{7}$$

Звуковое поле в зоне тени за экраном конечной ширины при идеально мягкой средней грани и плоской падающей волне может быть найдено из формулы (7), если положить $M_{\text{дип}}$ равным $M/2$, согласно формуле (5), r_0 — равным w, а $\varphi_0 = -\Phi_1$. Отметим, что здесь еще раз необходимо использовать представление о «половинном» источнике. Напишем выражение для звукового поля в зоне тени в точке наблюдения N при возможных комбинациях идеальных акустических свойств боковых сторон экрана

$$P = \frac{M}{2}\left(\frac{\pi}{2\Phi_1}\right)^2\left[\frac{B(\varphi,\Phi_1)}{\sin\frac{\pi(\varphi-\pi)}{2\Phi_1} + 1} - \frac{C(\varphi,\Phi_1)}{\sin\frac{\pi(\varphi+\pi)}{2\Phi_1} + 1}\right]\frac{\exp ik(\rho+w)}{k\pi w\sqrt{\rho w}}. \tag{8}$$

Формулы (2) и (8) решают поставленную задачу. Они могут быть использованы для вычисления звукового поля в зоне тени при трапециевидной в плоскости падения волны форме сечения экрана, имеющего идеальные грани и две прямолинейные кромки, параллельные друг другу. При этом направление падающей волны или точка наблюдения не должны совпадать с плоскостью, в которой лежит средняя грань экрана. В последнем случае решение можно построить применением равномерного асимптоти-

ческого решения для задачи дифракции на клине. Это решение на границе геометрической тени совпадает с решением в приближении Кирхгофа и дает значение амплитуды звуковой волны на этой границе при достаточно большом удалении от ребра клина ($k\rho \gg 1$), равное половине амплитуды падающей волны.

С использованием этого обстоятельства, а также представления о «половинном» размере источника необходимо считать, что на скользящих углах падения при идеально жесткой средней грани экрана на второй кромке будет дифрагировать четверть падающей волны. Таким образом, при скользящих углах падения в точке наблюдения, совпадающей с расширенной плоскостью идеально жесткой средней грани (зона полутени), амплитуда волны будет уменьшена в три восьмых раза по сравнению с амплитудой падающей волны.

Для экранов с идеально мягкой средней гранью результат может быть получен исследованием «дипольного» характера поля в направлении на вторую кромку, подобно тому как это было сделано выше, но уже с использованием равномерной асимптотики решения [5]. При распространении падающей волны выше плоскости средней стороны экрана можно ограничиться рассмотрением дифракции только на одной кромке (ближайшей к точке наблюдения). Тогда звуковое поле в зоне тени за экраном можно найти по формуле (1) с заменой φ_0 на $\Phi_1+\Phi-\varphi_0-\pi$. Поскольку звуковое давление за экранами с идеально жесткой средней гранью обратно пропорционально $w^{1/2}$, а за экранами с идеально мягкой гранью обратно пропорционально $w^{3/2}$, то в последнем случае, при использовании достаточно широких экранов может быть достигнут большой эффект экранирования.

Применяемые в технике экраны, как правило, имеют грани, которые допустимо рассматривать как импеданцные. Поэтому при рассмотрении задачи дифракции звуковых волн на широком импеданцном экране (фиг. 1) будем считать, что акустические свойства каждой из трех граней экрана могут быть охарактеризованы нормальными импеданцами Z_1, Z_2, Z_3 ($Z=R+iX$). Задачу будем решать с помощью последовательного рассмотрения дифракции звука на кромках экрана как на клиньях. Для построения решения можно воспользоваться решением задачи дифракции плоской звуковой волны на клине с импеданцными гранями, полученным Малюжинцем [6]. Однако это решение выражается через специальную функцию и не удобно для численного анализа. Поэтому воспользуемся приближенным решением задачи дифракции на клине с импеданцными гранями, предложенным в работе [7]. При этом импеданцные свойства граней учитываются с помощью коэффициентов отражения звуковых волн от граней клина.

Применим эту теорию для рассмотрения дифракции звука на широком экране, имеющем грани в виде пластин с различными импеданцами чисто массового характера, $Z_1=-i\omega M_1$, $Z_2=-i\omega M_2$, $Z_3=-i\omega M_3$, где M_1, M_2, M_3 — поверхностная плотность. Если предположить, что внутри экрана находится вакуум, то экран следует считать непрозрачным для звука. При таких условиях приближенное решение задачи дифракции на клине, составляющем первую кромку широкого экрана, имеет вид

$$U(r,\varphi,\varphi_0)=\frac{\exp(id)}{2\sqrt{2\pi kr}}\,[A^2+B^2+C^2+D^2+2(AB+CD)\cos b+ \tag{9}$$

$$+2(AC+BD)\cos c+2AD\cos(b+c)+2BC\cos(b-c)]^{1/2},$$

где

$$A=-1/\cos\frac{\varphi-\varphi_0}{2},\qquad B=-1/\cos\frac{\varphi+\varphi_0+2\Phi}{2},$$

$$C=-1/\cos\frac{\varphi+\varphi_0-2\Phi}{2},\qquad D=-1/\cos\frac{\varphi-\varphi_0-4\Phi}{2},$$

$$b=-2\operatorname{arctg}\frac{\omega M_1}{\rho c}\sin(\varphi_0+\Phi)-\pi,$$

$$c=-2\operatorname{arctg}\frac{\omega M_2}{\rho c}\sin(\varphi-\Phi)-\pi,$$

$$d=\operatorname{arctg}\frac{A+B\sin b+C\sin c+D\sin(b+c)}{A+B\cos b+C\cos c+D\cos(b+c)}+kr+\pi/4,$$

ρc — волновое сопротивление среды.

Чтобы построить окончательное решение, необходимо рассмотреть дифракцию звукового поля на второй кромке экрана. Однако из формулы (9) следует, что $U(r, \Phi, \varphi_0)$ равно нулю, т. е. интенсивность дифракционного луча вдоль затененной грани клина равна нулю. Аналогичный результат имеет место и при идеально мягкой грани клина. Поэтому, чтобы найти результат дифракции во второй кромке экрана, мы используем особенности построения решения в случае идеально мягкой средней грани экрана, т. е. заменим звуковое поле вблизи второй кромки полем акустического диполя, составленным из цилиндрических источников и расположенным на первой кромке, а затем рассмотрим дифракцию поля акустического диполя «половинного» момента на второй кромке. Напишем конечный результат:

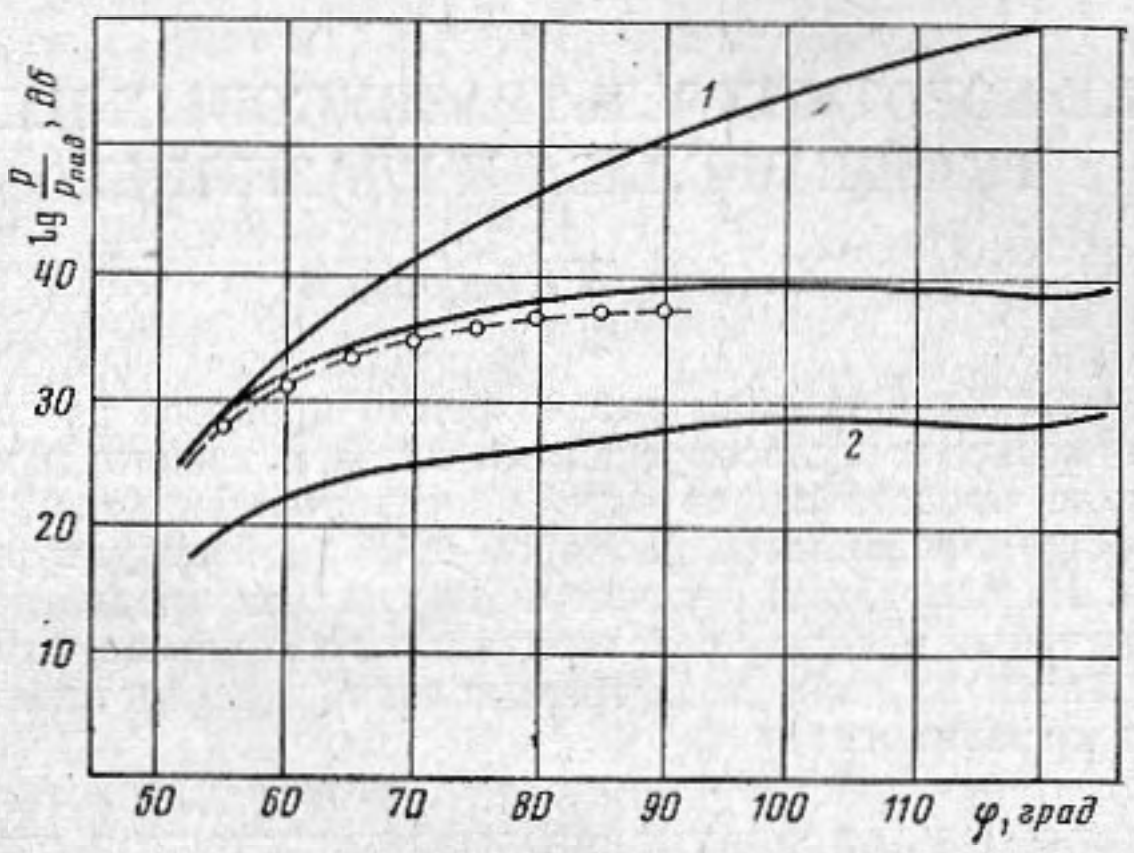
$$M=\frac{1}{4k}\left\{\frac{4[\cos 2\Phi-\cos(\varphi_0+\Phi)]}{p^2}\cdot\frac{1-l}{1+l}+\right.$$
$$+\frac{16\cdot[1+\cos 2\Phi\cos(\varphi_0+\Phi)]\cdot m}{p^2}+\frac{32M_2}{p^2M_1}\cdot\frac{l}{1+l}-\frac{16m}{p}\cdot\frac{1-l}{1+l}+$$
$$+\frac{6[\sin^2(\varphi_0+\Phi)+\sin^2 2\Phi+2\sin^2(\varphi_0+\Phi)\sin^2 2\Phi+(\sin^2(\varphi_0+\Phi)+}{p^4}+$$
$$\left.+\frac{+\sin^2 2\Phi)\cos 2\Phi\cos(\varphi_0+\Phi)]}{p^4}\right\}^{1/2}, \tag{10}$$

$$P=\frac{M}{4k\pi w\sqrt{\rho w}}\left\{\frac{2[\cos 2\Phi_1-\cos(\varphi-\Phi_1)]}{s^2}\cdot\frac{1-n}{1+n}+\right.$$
$$+\frac{16\cdot[1+\cos 2\Phi_1\cos(\varphi-\Phi_1)]\cdot m}{s^2}+\frac{32M_3}{s^2M_2}\cdot\frac{n}{1+n}-\frac{16m}{s}\cdot\frac{1-n}{1+n}+$$
$$+\frac{4[\sin^2(\varphi-\Phi_1)+\sin^2 2\Phi_1+2\sin^2(\varphi-\Phi_1)\cdot\sin^2 2\Phi_1+}{s^4}+$$
$$\left.+\frac{+(\sin^2(\varphi-\Phi_1)+\sin^2 2\Phi_1)\cos 2\Phi_1\cdot\cos(\varphi-\Phi_1)]}{s^4}\right\}^{1/2}, \tag{11}$$

где $l=(\omega M_1/\rho c)^2\cdot\sin^2(\varphi_0+\Phi)$, $m=(\omega M_2/\rho c)^2$, $n=(\omega M_3/\rho c)^2\sin^2(\varphi-\Phi_1)$, $p=\cos(\varphi_0+\Phi)+\cos 2\Phi$, $s=\cos(\varphi-\Phi_1)+\cos 2\Phi_1$. Здесь, а также при выводе формул (2) и (8) использован только первый член лучевых разложений волны, падающей на вторую кромку [8], так как последующие члены имеют порядок $1/w^{n/2}$ $(n>5)$ и поэтому малы для достаточно широких экранов.

Полученные формулы для звукового давления в зоне тени за широким экраном были использованы для определения эффекта экранирования в соответствии с формулой $-20\cdot\lg P/P_{\text{пад}}$, где $P_{\text{пад}}$ — амплитуда падающей волны. Величина $-20\cdot\lg P/P_{\text{пад}}$ в зависимости от угловой координаты точки наблюдения приводится на фиг. 2 для экранов прямоугольного профиля $(\Phi=\Phi_1=3\pi/4)$ с идеально жесткими, идеально мягкими и импедансными гранями вместе с экспериментальными данными. При этом эксперимент по определению зависимости эффекта экранирования от угловой координаты

точки наблюдения был выполнен с прямоугольным экраном, содержащим внутри воздух и составленным из погруженных в воду стальных пластин с волновой толщиной $kh=0{,}16$. Волновая ширина экрана была равна $kw=64$. Направление падения звуковой волны было выбрано так, что $\varphi_0=-57{,}3°$, а точка наблюдения, в которой располагался приемник давления, перемещалась по окружности $k\rho=32$. Сравнение экспериментальных данных и расчетов с указанными параметрами по формуле (11), представленных соответственно на фиг. 2 штриховой и сплошной линиями, свидетельствует о справедливости расчетных предположений. Кривая *1* на



Фиг. 2. Теоретическая и экспериментальная зависимость эффекта экранирования от угловой координаты точки наблюдения

фиг. 2 представляет результаты расчета эффекта экранирования по формуле (11), произведенного в предположении, что грани экрана идеально мягкие ($M_1=M_2=M_3=0$). Кривая *2* на фиг. 2 представляет результаты расчета эффекта экранирования для экрана с идеально жесткими гранями при использовании формулы (2). Между кривыми *1* и *2* на фиг. 2 лежит диапазон, в котором изменяется величина эффекта экранирования, если изменять импеданцные свойства граней широкого экрана. В этот диапазон укладываются результаты эксперимента и расчета, выполненных в данной работе для широкого импеданцного экрана. Точность экспериментальных данных составляет ±3 *дб*.

ЛИТЕРАТУРА

1. *U. J. Kurze.* Noise reduction by barriers. J. Acoust. Soc. America, 1974, *55*, 3, 504—518.
2. *A. D. Pierse.* Diffraction of sound around corners and over wide barriers. J. Acoust. Soc. America, 1974, *55*, 5, 941—955.
3. *В. Ю. Завадский.* Вычисление волновых полей в открытых областях и волноводах. М., «Наука», 1972.
4. *Е. Л. Шендеров.* Волновые задачи гидроакустики. Л., «Судостроение», 1972.
5. *П. Я. Уфимцев.* Метод краевых волн в физической теории дифракции. М., «Советское радио», 1962.
6. *Г. Д. Малюжинец.* Возбуждение, отражение и излучение поверхностных волн на клине с заданными импеданцами граней. Докл. АН СССР, 1958, *121*, 3, 436—439.
7. *H. G. Jonasson.* Diffraction by wedges of finite acoustic impedance with applications to depressed roads. J. Sound and Vibration, 1972, *25*, 4, 577—585.
8. *В. А. Боровиков.* Дифракция на многоугольниках и многогранниках. М., «Наука», 1966.

Поступила
4 октября 1974 г.
После переработки
4 октября 1975 г.