АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXII 1976 Вып. 4

УДК 534.29

РОСТ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

М. А. Миронов

Дан расчет роста парового пузырька в ультразвуковом поле малой амплитуды. Показано, что рост пузырька вызывается в основном поглощением механической энергии ультразвука в результате испарения и конденсации жидкости на границе пузырька. Получено выражение для скорости изменения радиуса пузырька в ультразвуковом поле; показано, что эта скорость не зависит от радиуса. Приведены численные оценки скорости роста паровых пузырьков в жидком водороде и в воде.

Паровой пузырек в жидкости может существовать в квазистационарном состоянии только при температуре пара, равной температуре кипения жидкости при данном давлении. При температуре жидкости ниже точки кипения пар будет постепенно конденсироваться вследствие потери тепла путем теплопроводности и пузырек захлопнется. Если, однако, восполнять эту потерю тепла, поддерживая температуру пара на точке кипения, то пузырек сможет сохранить свой размер, оставаясь теплее окружающей жидкости («пересжатие» пузырька), или даже расти. Такое восполнение возможно, например, при облучении пузырька ультразвуком, вследствие поглощения энергии ультразвука в результате испарения и конденсации жидкости на границе пузырька, и в результате выпрямленной теплопередачи из жидкости вследствие противофазности повышения температуры пара (при сжатии пузырька) и увеличения поверхности, через которую происходит теплообмен. Кроме того, вследствие нелинейности уравнения фазового равновесия понижается средняя точка кипения жидкости, что также способствует сохранению размеров или росту пузырька.

В последнее время повысился интерес к росту паровых пузырьков в поле ультразвука (в частности, в связи с возможностью применения для ускорения действия пузырьковых камер) и появился ряд работ на эту тему. Однако эти работы либо ограничиваются анализом только отдельных эффектов, приводящих к росту, либо ошибочны. Так, в работе [1] рассмотрен лишь эффект поглощения энергии звука в результате испарения и конденсации жидкости и притом только в предположении квазиадиабатичности пульсаций пузырька. В [2] рассмотрен эффект выпрямленной теплопередачи и сделано ошибочное заключение, что других эффектов, приводящих к росту пузырька, нет. В [3] при исследовании роли выпрямленной теплопередачи и нелинейности кривой фазового равновесия допущены существенные вычислительные ошибки. Например, при вычислении потока тепла в пузырек градиент температуры на границе пузырька считался пропорциональным волновому числу тепловой волны не только для переменной, но и для постоянной компоненты поля температур. В результате был сделан вывод о прекращении роста пузырька задолго до достижения им резонансного размера. Этот вывод, однако, противоречит следующим энергетическим соображениям. Пульсации пузырька под действием переменного давления сопровождаются поглощением механической энергии [1] и выпрямленной теплопередачей из среды в пузырек [2]. Эта энергия может идти только на испарение жидкости, и, следовательно, пузырек должен продолжать расти. В отсутствие такого роста энергия накапливалась бы в пузырьке, не изменяя его состояния, что, разумеется, невозможно (как

показано ниже, пузырек должен расти, по крайней мере, до достижения им резонансных размеров). Наконец, в работах [4, 5] даны результаты численного расчета, приводящие к такому же заключению о прекращении роста пузырька, что и в работе [3].

Таким образом, вопрос о поведении пузырька в ультразвуковом поле нельзя считать выясненным; нет правильного расчета всех исследовавшихся эффектов, приводящих к росту пузырька и, тем более, нет сравнения относительной роли отдельных эффектов.

Представляется необходимым заново рассмотреть поведение парового пузырька в ультразвуковом поле, одновременно учитывая, в отличие от упомянутых работ, все существенные факторы и выполняя количественные сравнения и оценки. Ниже дается такой расчет в предположении малости амплитуды звукового давления методом малых возмущений с точностью до квадратичных членов в усредненных величинах. Основная цель этого расчета — определение зависимости среднего радиуса пузырька от времени.

Рассмотрим паровой пузырек в жидкости, находящейся при температуре, близкой к температуре кипения при данном давлении. В интересующих нас процессах вязкость жидкости и пара несущественны, и мы будем пренебрегать вязкими эффектами; напротив, процессы теплопроводности будут играть решающую роль.

Температуру T_∞ жидкости на большом расстоянии от пузырька будем считать постоянной; абсолютная температура на границе пузырька θ, равная температуре кипения жидкости при данном давлении p, определяется уравнением Клапейрона — Клаузиуса

$$\frac{d\theta}{dp}=\frac{\theta}{L}\left(\frac{1}{\rho_V}-\frac{1}{\rho_L}\right). \tag{1}$$

Здесь ρ_V, ρ_L — плотности пара и жидкости соответственно, L — теплота парообразования;

$$L=u_V-u_L+p\left(\frac{1}{\rho_V}-\frac{1}{\rho_L}\right), \tag{2}$$

где u_V и u_L — удельные внутренние энергии пара и жидкости соответственно. Индексы V и L далее также будут обозначать величины, относящиеся соответственно к пару и к жидкости. В уравнениях, относящихся как к одной, так и к другой фазе, индексы будем опускать.

При решении задачи будем исходить из закона сохранения энергии и закона сохранения массы жидкости и пара в среде

$$4\pi r^2\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}=-\frac{\partial\Pi}{\partial r}, \tag{3}$$

$$4\pi r^2\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\frac{\partial j}{\partial r} \tag{4}$$

(Π — поток энергии, j — поток вещества), а также из условия непрерывности потоков энергии и массы через границу пузырька (см. ниже формулы (7, 8)). Потоки энергии через неподвижную сферу радиуса r в жидкости и в паре равны

$$\Pi=4\pi r^2\left[\rho v\left(u+\frac{p}{\rho}\right)-\varkappa\frac{\partial T}{\partial r}\right], \tag{5}$$

где v — радиальная скорость вещества, $\varkappa$ — коэффициент теплопроводности, T — температура. Потоки вещества через ту же сферу равны

$$j=4\pi r^2\rho v. \tag{6}$$

Для получения условия равенства плотности потоков на движущейся поверхности пузырька, достаточно в (5), (6) подставить вместо v величину

$v-\dot{R}$, где $\dot{R}$ — радиус пузырька (точка означает дифференцирование по времени). Это даст

$$\rho_L(v_L-\dot{R})\left(u_L+\frac{p}{\rho_L}\right)\Big|_R-\varkappa_L\frac{\partial T_L}{\partial r}\Big|_R= \tag{7}$$

$$=\rho_V(v_V-\dot{R})\left(u_V+\frac{p}{\rho_V}\right)\Big|_R-\varkappa_V\frac{\partial T_V}{\partial r}\Big|_R,$$

$$\rho_L(v_L-\dot{R})\,|_R=\rho_V(v_V-\dot{R})\,|_R. \tag{8}$$

Граничное условие для температур имеет вид

$$T_L|_R=T_V|_R=\theta. \tag{9}$$

Система (1, 3—9), дополненная уравнением состояния среды и калорическим уравнением, полностью определяет изменение радиуса пузырька с течением времени. Температура жидкости T_∞ и закон изменения давления предполагаются заданными.

Для упрощения расчета будем в дальнейшем считать жидкость несжимаемой, а коэффициенты теплопроводности — не зависящими от температуры. Можно показать, что устранение этих ограничений существенных количественных изменений в окончательный результат не вносит.

Ограничимся изучением пузырьков, радиус которых много меньше резонансного радиуса для заданной частоты ультразвука. Тогда давление p в каждый момент времени можно считать одинаковым в жидкости и в пузырьке; это давление можно записать в виде $p=\langle p\rangle+\tilde{p}$, где угловые скобки означают усреднение по периоду, а $\langle\tilde{p}\rangle=0$. Другие переменные величины также будем представлять в виде подобной суммы; при этом средняя величина может в свою очередь меняться от периода к периоду, но для применимости всего дальнейшего это изменение должно быть мало по сравнению с амплитудой переменной части.

Для вычисления средней скорости изменения радиуса пузырька $\langle\dot{R}\rangle$ удобно перейти от граничных условий на быстро осциллирующей границе $r=R$ к условиям на двух контрольных сферах радиусов R_V и R_L, движущихся со скоростью $\langle\dot{R}\rangle$ (не принимая участия в быстрых осцилляторах) и расположенных так, чтобы сфера $r=R$ оставалась между ними.

Средним изменением энергии и массы внутри слоя между контрольными сферами можно пренебречь, поскольку оно представляет собой малую величину третьего порядка относительно амплитуды давления. Следовательно, переходя к усредненным величинам, уравнения (7) и (8) можно переписать в виде

$$\left\langle\left[\rho_L(v_L-\dot{R})\left(u_L+\frac{p}{\rho_L}\right)\Big|_{R_L}-\varkappa_L\frac{\partial T_L}{\partial r}\Big|_{R_L}\right]\right\rangle=$$

$$=\left\langle\left[\rho_V(v_V-\dot{R})\left(u_V+\frac{p}{\rho_V}\right)\Big|_{R_V}-\varkappa_V\frac{\partial T_V}{\partial r}\Big|_{R_V}\right]\right\rangle$$

$$\langle\rho_L(v_L-\dot{R})\,|_{R_L}\rangle=\langle\rho_V(v_V-\dot{R})\,|_{R_V}\rangle.$$

Из (3) и (4) следует, что в каждой фазе средние за период потоки Π и j через любую неподвижную сферу, концентрическую с пузырьком, не зависят от радиуса. Поскольку внутри пузырька нет источников массы или энергии, эти средние потоки в паровой фазе равны нулю. Поэтому, учитывая равенства $\dot{R}_V=R_L=\langle\dot{R}\rangle$, найдем в квадратичном приближении

$$-\langle 4\pi R^2\rangle\langle\rho_V u_V-\rho_L u_L\rangle\langle\dot{R}\rangle= \tag{10}$$

$$=4\pi r^2\left\langle\rho_L v_L\left(u_L+\frac{p}{\rho_L}\right)-\varkappa_L\frac{\partial T_L}{\partial r}\right\rangle\equiv C,$$

$$\langle 4\pi R_V{}^2(\rho_V-\rho_L)\,|_{R_V}\langle\dot{R}\rangle=-\langle 4\pi R_L{}^2\rangle\langle\rho_L v_L\,|_{R_L}\rangle. \tag{11}$$

Постоянная C определяется из условий, накладываемых на температуру на контрольной поверхности $r=R_L$ и на бесконечности. На контрольной поверхности $T|_{R_L}=\theta+\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_R(R_L-R)$, откуда

$$(12)\qquad \langle T|_{R_L}\rangle=\langle\theta\rangle-\left\langle\left.\frac{\partial T_L}{\partial r}\right|_R\tilde{R}\right\rangle.$$

Интегрируя (10) при учете (11) и (12), получим

$$(13)\qquad -\langle 4\pi R^2\rangle\langle\rho_V u_V-\rho_L u_L\rangle\langle\dot{R}\rangle=C=$$

$$=4\pi R_L\left\{\varkappa_L\left[\langle\theta\rangle-T_\infty-\left\langle\left.\frac{\partial\tilde{T}_L}{\partial r}\right|_R\tilde{R}\right\rangle\right]+\int\limits_{R_L}^{\infty}\langle v_L(\rho_L u_L+p)\rangle dr\right\}.$$

В силу предположенной несжимаемости жидкости $\langle v_L\rangle=\langle v_L|_{R_L}\rangle\frac{R_L^2}{r^2}$, а $\langle\rho_L u_L+p\rangle$ не зависит от r. Используя эти обстоятельства, получим после преобразования интеграла в (13) при учете (2) окончательную формулу

$$(14)\qquad \langle\rho_V\rangle\langle L\rangle\langle\dot{R}\rangle=-\langle\tilde{v}_L|_R\tilde{p}\rangle-\frac{\varkappa_L}{\langle R\rangle}\left\{\langle\theta\rangle-T_\infty+\right.$$

$$\left.+\left[\left\langle\left.\frac{\partial\tilde{T}_L}{\partial r}\right|_R(\tilde{\xi}_L-\tilde{R})\right\rangle-4R_L^2\left\langle\tilde{\xi}_L\int\limits_{R_L}^{\infty}\frac{\partial\tilde{T}_L}{\partial r}\frac{dr}{r^3}\right\rangle\right]\right\},$$

где $\tilde{\xi}_L=\int\tilde{v}_L|_R\,dt$. Отдельные члены этой формулы допускают физическую интерпретацию. Левая часть есть средняя мощность, рассчитанная на единицу площади поверхности пузырька, требуемая для увеличения радиуса пузырька со средней скоростью $\langle\dot{R}\rangle$ в результате испарения жидкости. Первый член справа есть плотность среднего потока механической энергии. Второй член справа — плотность потока тепловой энергии. В свою очередь этот член разбивается на два слагаемых: слагаемое $-\varkappa_L[\langle\theta\rangle-T_\infty]/\langle R\rangle$ соответствует теплообмену, связанному только с различием между средними температурами границы пузырька и жидкости вдали от пузырька. Второе слагаемое

$$-\frac{\varkappa_L}{\langle R\rangle}\left[\left\langle\left.\frac{\partial\tilde{T}_L}{\partial r}\right|_R(\tilde{\xi}_L-\tilde{R})\right\rangle-4R_L^2\left\langle\tilde{\xi}_L\int\limits_{R_L}^{\infty}\frac{\partial\tilde{T}_L}{\partial r}\frac{dr}{r^3}\right\rangle\right]$$

связано с эффектом выпрямленной теплопередачи.

Для сравнения относительной роли этих членов найдем в линейном приближении величины $\tilde{\xi}_L$, $\tilde{R}$, $\tilde{T}$, входящие в формулу (14).

Из (7) и (8) найдем в линейном приближении

$$(15)\qquad \tilde{\xi}_L-\tilde{R}=-\frac{1}{\rho_V L}\frac{\rho_V}{\rho_L}\left[\varkappa_L\left.\frac{\partial\tilde{T}_L}{\partial r}\right|_R-\varkappa_V\left.\frac{\partial\tilde{T}_L}{\partial r}\right|_R\right]^{*}.$$

---

* Ниже, в тех случаях, где это не может вызвать разночтения, знак усреднения опускается.

Аналогично получим из (3) уравнения теплопроводности

$$(16)\qquad \rho_V C_{pV}\frac{\partial \tilde{T}_V}{\partial t}-\varkappa_V\Delta\tilde{T}_V=T\alpha\frac{\partial\tilde{p}}{\partial t},$$

$$(17)\qquad \rho_L C_{pL}\frac{\partial \tilde{T}_L}{\partial t}-\varkappa_L\Delta\tilde{T}_L=0.$$

Здесь C_p — теплоемкость, α — температурный коэффициент ра лирения пара.

Граничные условия для (16) и (17) получаются путем линеаризации (1)

$$(18)\qquad T_V|_R=\tilde{T}_L|_R=\frac{\theta}{\rho_V{}'L},\qquad \rho_V{}'=\frac{\rho_V\rho_L}{\rho_L-\rho_V}.$$

Соответственные решения имеют вид

$$(19)\qquad \tilde{T}_V=\left[\frac{\theta\alpha}{\rho_V C_{pV}}+\frac{R}{r}\frac{sh\,k_V r}{sh\,k_V R}\left(\frac{\theta}{\rho_V{}'L}-\frac{\theta\alpha}{\rho_V C_{pV}}\right)\right]\tilde{p},$$

$$(20)\qquad T_L=\frac{\theta}{\langle\rho_V{}'L\rangle}\frac{R}{r}e^{-k_L(r-R)}\tilde{p},$$

где $k=\sqrt{\frac{-i\omega}{D}}$ — волновые числа тепловых волн в паре и в жидкости и

$D=\frac{\varkappa}{\rho C_p}$ — соответственные температуропроводности.

Зависимость $\tilde{R}$ от $\tilde{p}$ можно найти, определяя изменение объема пузырька V, складывающееся из изменения объема пара $\tilde{V}_1$, уже бывшего в пузырьке, и объема $\tilde{V}_2$ испарившегося вещества. Объем $\tilde{V}_1$ определится путем интегрирования уравнения состояния пара по объему пузырька. Линеаризированное уравнение состояния имеет вид $\tilde{s}=\beta\tilde{p}-\alpha\tilde{T}$, где $\tilde{s}$ — акустическое сжатие, а β — изотермическая сжимаемость пара. Пользуясь (19), найдем

$$\tilde{V}_1=-\int\tilde{s}\,dV=-V\left\{\left(\beta-\frac{\theta\alpha^2}{\rho_V C_{pV}}\right)-\alpha\left(\frac{\theta}{\rho_V{}'L}-\frac{\theta\alpha}{\rho_V C_{pV}}\right)\times\right.$$

$$\left.\times 3\frac{-1+k_V R\,\mathrm{cth}\,k_V R}{(k_V R)^2}\right\}.$$

Объем $\tilde{V}_2$ равен отношению испарившейся массы жидкости к средней плотности пара ρ_V. В свою очередь испарившаяся масса определяется притоком тепла $\tilde{Q}$ к границе (как из пара, так и из жидкости): $\tilde{m}=\frac{\tilde{Q}}{L}$.

Q вычисляется при помощи (19), (20)

$$\frac{dQ}{dt}=4\pi R^2\left[\varkappa_L\frac{\partial\tilde{T}_L}{\partial r}\bigg|_R-\varkappa_V\frac{\partial\tilde{T}_V}{\partial r}\bigg|_R\right]=$$

$$=\left[-\varkappa_V\left(\frac{\theta}{\rho_V{}'L}-\frac{\theta\alpha}{\rho_V C_{pV}}\right)\frac{-1+k_V R\,\mathrm{cth}\,k_V R}{R}-\right.$$

$$\left.-\varkappa_L\frac{\theta}{\rho_V{}'L}\frac{k_L R+1}{R}\right]4\pi R^2\tilde{p}.$$

Следовательно,

$$V_2=-V\left\{\frac{\rho_V C_{pV}}{\rho_V L}\left(\frac{\theta}{\rho_V' L}-\frac{\theta\alpha}{\rho_V C_{pV}}\right)3\frac{-1+k_V R\,\mathrm{cth}\,k_V R}{(k_V R)^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{\rho_L C_{pL}}{\rho_V L}\frac{\theta}{\rho_V' L}3\frac{k_L R+1}{(k_L R)^2}\right\}\tilde{p}.$$

Считая, что пар в пузырьке — идеальный газ, можем полагать

$$\alpha=1/\theta,\quad \beta=1/p.$$

Тогда итоговая сжимаемость пузырька $B=-\frac{\tilde{V}}{V\tilde{p}}$ равна

$$B=\frac{1}{p}\left\{\left(1-\frac{p}{\rho_V C_{pV}\theta}\right)+\frac{p}{\rho_V C_{pV}\theta}\left(1-\frac{C_{pV}\theta}{L}\frac{\rho_V}{\rho_V'}\right)^2\times\right.$$

$$\left.\times 3\frac{-1+k_V R\,\mathrm{cth}\,k_V R}{(k_V R)^2}+3\frac{\rho_L C_{pL}\theta}{\rho_V' L}\frac{k_L R+1}{(k_L R)^2}\frac{p}{\rho_V L}\right\}. \tag{21}$$

Зная сжимаемость пузырька, найдем $\tilde{R}$ по формуле

$$\tilde{R}=-\frac{1}{3}RB\tilde{p}. \tag{22}$$

Первое слагаемое в квадратных скобках (21) соответствует сжимаемости пузырька в отсутствие теплопроводности, второе слагаемое учитывает теплопроводность в паре, а третье — теплопроводность в жидкости. Численные оценки, проведенные для жидкого водорода и воды, показывают, что второе слагаемое в (21) при всех частотах и радиусах значительно меньше третьего; поэтому этим членом будем пренебрегать. Такая упрощенная формула была впервые получена в [1] в предположении квазиадиабатичности пульсаций. Как показано выше, эта формула не имеет такого ограничения.

Отметим, что хотя при $|k_L R|\to\infty$ сжимаемость парового пузырька так же, как и газового, стремится к адиабатическому значению, поправочный член для парового пузырька отличается от поправочного члена для газового пузырька, равного по порядку $|k_L R|^{-1}$, большим постоянным множителем $A=\frac{3}{\sqrt{2}}\frac{\rho_L C_{pL}\theta}{\rho_V' L}\frac{p}{\rho_V L}\frac{1}{1-p/\rho_V C_{pV}\theta}$. Например, для водорода при 26° К этот множитель равен 10, а для воды при 373° К — 121. Поэтому при не очень больших $|k_L R|$ поправочный член не мал и должен быть учтен.

При $|k_L R|<1$ сжимаемость пузырька почти целиком определяется теплообменом с жидкостью и становится чисто мнимой. По модулю она значительно больше сжимаемости газового пузырька (ее мнимость указывает на невозможность резонансных явлений при этом условии), поэтому изложенная теория применима только для очень малых акустических давлений, не представляющих интереса при ускорении действия пузырьковых камер. Поэтому ниже рассмотрим случай, когда $|k_L R|$ велико по сравнению с единицей.

При оценке относительной роли различных эффектов, приводящих к росту пузырька, можно, пользуясь соотношением $\rho_V/\rho_L\ll 1$ *, приближенно положить $\tilde{\zeta}=\tilde{R}$.

Представим среднюю разность температур поверхности пузырька и удаленных слоев жидкости $\theta-T_\infty$ в виде суммы $\vartheta_1+\vartheta_2$, где ϑ_1 связано со статическим пересжатием и равно разности между температурой насыщенного пара при давлении p и температурой удаленных слоев, а ϑ_2 есть понижение средней температуры насыщенного пара, вызванное нелинейностью кривой фазового равновесия.

* Температура жидкости далека от критической.

В результате формулу (14) можно представить в виде

$$\rho_V L\langle \dot{R}\rangle = \Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4,$$

где $\Phi_1=-\langle \tilde{R}\cdot\tilde{p}\rangle$ — плотность потока механической энергии, $\Phi_2=4\varkappa_L R\left\langle \tilde{R}\int\limits_R^\infty \frac{\partial \tilde{T}_L}{\partial r}\frac{dr}{r^3}\right\rangle$ — плотность потока тепла, связанного с эффектом выпрямленной теплопередачи, $\Phi_3=-\frac{\varkappa_L}{R}\vartheta_2$ — плотность потока тепла, связанная с нелинейностью кривой фазового равновесия и $\Phi_4=-\frac{\varkappa_L}{R}\vartheta_1$ — плотность потока тепла, связанная с пересжатием.

Численные оценки величин Φ и $\langle \dot{R}\rangle$ проведем для водорода при температуре 26° К и для воды при температуре 373° К. Ниже приведены термодинамические параметры, необходимые для численных расчетов.

	θ, °К	p, *атм*	L, *эрг/г*	C_{pV}, *эрг/г °К*	C_{pL}, *эрг/г °К*	ρ_V, *г*	ρ_L, *г*	$\varkappa_L$, *эрг/см·сек °К*
H_2O	373	1	$2{,}25\cdot10^{10}$	$2{,}1\cdot10^7$	$4{,}2\cdot10^7$	$0{,}58\cdot10^{-3}$	1	$6{,}7\cdot10^4$
H_2	26	4,5	$4\cdot10^9$	10^8	$1{,}5\cdot10^8$	$5\cdot10^{-3}$	$6\cdot10^{-2}$	$1{,}6\cdot10^4$

При $|k_L R|\gg 1$ интеграл в выражении для Φ_2 приближенно равен $-\frac{1}{R^3}\,T|_R$, так что $\Phi_2=-4\varkappa_L\frac{1}{R^2}\langle \tilde{R}\cdot\tilde{T}|_R\rangle$. Покажем, что $\Phi_2>\Phi_3$. Действительно, из (1) следует $\vartheta_2\simeq\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\theta}{\rho_V L}\right)\langle\tilde{p}^2\rangle$. Вычисляя производную, как для идеального газа, найдем $\Phi_3=\frac{1}{2}\frac{\varkappa_L}{R}\frac{\theta}{\rho_V L}\frac{1}{p}\left[\left(1+\frac{p}{L}\frac{\partial L}{\partial p}\right)-2\frac{p}{\rho_V L}\right]\langle\tilde{p}^2\rangle$. Как для водорода, так и для воды (достаточно далеко от критических температур) этот эффект нелинейности кривой фазового равновесия всегда приводит к росту пузырька ($\Phi_3>0$). Учитывая (18) и (22), имеем: $\Phi_2=\frac{4}{3}\frac{\varkappa_L}{R}\frac{\theta}{\rho_V L}\operatorname{Re}B\langle\tilde{p}^2\rangle$. Из формулы для сжимаемости (21) следует, что $\operatorname{Re}B\geqslant\frac{1-p/\rho_V C_{pV}\theta}{p}$, поэтому $\Phi_2\geqslant\frac{4}{3}\frac{\varkappa_L}{R}\frac{\theta}{\rho_V L}\frac{1-p/\rho_V C_{pV}\theta}{p}\langle\tilde{p}^2\rangle$. В то же время величина плотности потока тепла, вызванного нелинейностью кривой фазового равновесия Φ_3 не превосходит $\frac{1}{2}\frac{\varkappa_L}{R}\frac{\theta}{\rho_V L}\frac{1}{p}\langle\tilde{p}^2\rangle$. Следовательно, отношение Φ_3/Φ_2 не превосходит величины $\frac{3}{8}(1-p/\rho_V C_{pV}\theta)^{-1}$. При $\theta\sim 30°$ К водород ведет себя как одноатомный газ (вращательные степени свободы «вымороженны»), так что $\frac{p}{\rho_V C_{pV}\theta}=\frac{2}{5}$, откуда $\Phi_3/\Phi_2\leqslant\frac{3}{8}\frac{1}{1-{}^2/_5}=\frac{5}{8}<1$. Аналогично для воды при $\theta\sim 400°$ К $p/\rho_V C_{pV}\theta\sim\frac{1}{5}$, что дает $\Phi_3/\Phi_2\leqslant\frac{15}{32}<1$. Полученное условие $\Phi_3/\Phi_2<1$ относится к квазиадиабатическим пульсациям ($|k_L R|>A$). Нетрудно показать, что при $|k_L R|<A$ неравенство усиливается и может быть заменено следующим: $\Phi_3/\Phi_2\ll 1$. Ниже показано, что при $|k_L R|>A$ $\Phi_1\gg\Phi_2$ и подавно $\Phi_1\gg\Phi_3$. Следовательно, при рассмотрении роста парового пузырька в ультразвуковом поле эффектом нелинейности кривой фазового равновесия всегда можно пренебрегать.

Сравним теперь Φ_1 и Φ_2. Поскольку, согласно (22), $\Phi_1=\frac{1}{3}R\omega\,\mathrm{Im}\,B\langle\tilde{p}^2\rangle$ имеем

$$\Phi_1/\Phi_2=\frac{1}{4}\frac{\mathrm{Im}\,B}{\mathrm{Re}\,B}|k_LR|^2\frac{\rho_VL}{\rho_LC_{pL}\theta}.$$

При $|k_LR|<A$ $\mathrm{Re}\,B\simeq\mathrm{Im}\,B$, следовательно,

$$\Phi_1/\Phi_2=\frac{1}{4}|k_LR|^2\frac{\rho_VL}{\rho_LC_{pL}\theta}.$$

Отсюда следует, что $\Phi_2>\Phi_1$ при $|k_LR|<2\sqrt{\frac{\rho_LC_{pL}\theta}{\rho_VL}}$ и $\Phi_2<\Phi_1$ в противном случае. Для водорода $\Phi_1>\Phi_2$ при $|k_LR|>6{,}8$, для воды – при $|k_LR|>58$.

Слагаемые Φ_1 и Φ_2 приводят к росту пузырька; слагаемое Φ_4, не зависящее от амплитуды звукового давления, приводит к его захлопыванию. Пороговое значение амплитуды звукового давления, при котором пузырек начинает расти, определяется, как нетрудно показать, выражением

$$p_{\text{п}}=\rho_VL\left|\frac{\theta}{2\sqrt{2}\,\vartheta_1}|k_LR|\cdot\left(1+\frac{4}{|k_LR|^2}\frac{\mathrm{Re}\,B}{\mathrm{Im}\,B}\frac{\rho_LC_{pL}\theta}{\rho_VL}\right)\right]^{-1/2}.$$

При $|k_LR|>A$ и $|\tilde{p}|>p_{\text{п}}$ основной вклад дает Φ_1 и скорость роста оказывается не зависящей от $\langle R\rangle$

$$\langle\dot{R}\rangle\simeq\frac{1}{2\sqrt{2}}\frac{\rho_LC_{pL}\theta}{\rho_VL}\cdot\frac{|\tilde{p}|^2}{(\rho_VL)^2}\sqrt{\omega D_L}.$$

Соответственно число периодов n, за которое радиус пузырька вырастает до заданного значения R_0, равно

$$n=\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{\rho_VL}{\rho_LC_{pL}\theta}\left(\frac{\rho_VL}{|\tilde{p}|}\right)^2|k_LR_0|.$$

Численный расчет, использующий приведенные выше данные, дает для водорода при $|\tilde{p}|=3$ *атм* $n=1{,}9\,|k_LR_0|$, а для воды при $|\tilde{p}|=0{,}5$ *атм* $n=0{,}06\,|k_LR_0|$.

Следует обратить внимание на сильную зависимость скорости роста пузырька от плотности пара. Так, для водорода плотность пара быстро уменьшается при понижении температуры, поэтому, например, при переходе от $\theta=26°$ К к $\theta=24°$ К скорость роста пузырька увеличивается в 3 раза.

В заключение заметим, что, в отличие от результатов работ [3–5], настоящая теория не дает ограничения роста пузырька при его радиусе, меньшем резонансного. Рост пузырька прекратится, когда акустическое давление на его границе станет в результате звукоизоляции присоединенной массой меньше порогового, что произойдет только при радиусе, превышающем резонансный.

Автор выражает благодарность М. А. Исаковичу за ряд ценных советов и постоянный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *G. T. Trammel.* Sound waves in water containing vapor bubbles. J. Appl. Phys., 1962, *33*, 5, 1662—1670.
2. *Tunglu Wang.* Rectified heat transfer. J. Acoust. Soc. America, 1974, *56*, 4, 1131—1143.
3. *В. А. Акуличев, В. Н. Алексеев, К. А. Наугольных.* О динамике паровых пузырьков в жидководородных ультразвуковых пузырьковых камерах. Акуст. ж., 1971, *17*, 3, 356—363.
4. *Л. Г. Ткачев, В. Д. Шестаков.* Влияние ультразвукового поля на поведение парового пузырька в жидком водороде. Акуст. ж., 1972, *18*, 3, 433—440.
5. *Л. Г. Ткачев, В. Д. Шестаков.* Влияние ультразвука на динамику парового пузырька в жидком водороде. Акуст. ж., 1973, *19*, 2, 257—263.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
11 мая 1975 г.