

ЛИТЕРАТУРА

1. *Е. Я. Юдин*. О звуковой мощности шума, создаваемого элементами воздуховодов. *Акуст. ж.*, 1955, 1, 4, 368–382.
2. *Н. Н. Heller, S. E. Widnall*. Sound radiation from rigid flow spoilers correlated with fluctuating forces. *J. Acoust. Soc. America*, 1970, 47, 3, 924–936.
3. *C. G. Gordon*. Spoiler-generated flow noise. II Results. *J. Acoust. Soc. America*, 1969, 45, 1, 214–223.

Киевский институт инженеров
гражданской авиации

Поступила
28 апреля 1975 г.

УДК 534.222.2

ОБ ОДНОМ СЛУЧАЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИМПУЛЬСОВ С РАЗРЫВНЫМИ ФРОНТАМИ

В. Е. Фридман

В высокочастотном канале параметрической антенны имеет место взаимодействие интенсивных акустических сигналов треугольной формы с узкими ударными фронтами [1]. Такое же взаимодействие требуется исследовать в ряде задач, связанных с бюргерсовской моделью акустической турбулентности [2], а также при распространении ударных волн от взрывных источников. Взаимодействие импульсов конечной амплитуды, обусловленное наличием разрывных фронтов, связано с отличием скорости движения скачка от скорости звука. Здесь различаются два случая — взаимодействие однополярных импульсов и взаимодействие импульсов разных знаков. В движущейся со скоростью звука системе координат эти взаимодействия могут быть названы соответственно попутным и встречным. Попутное взаимодействие ранее изучалось в связи с задачей о догоне однополярных треугольных импульсов в асимптотике ударных волн [3]. Ниже будет исследоваться встречное взаимодействие, которое имеет место при движении ударных волн разных знаков. Указанные случаи отличаются динамикой взаимодействующих импульсов, поскольку при догоне взаимодействие, как известно, сказывается на изменении скорости фронта догоняющего импульса, а при встречном взаимодействии, как будет показано, изменяются характеристики движения обоих ударных импульсов.

После столкновения разрывов встречное взаимодействие сводится к движению скачка по профилю несимметричной волны, которая изменяется как простая волна всюду, за исключением области скачка; движение самого скачка происходит со скоростью, определяемой значением поля на разрыве и отличающейся в общем случае от скорости звука. Законы движения скачка малой амплитуды достаточно хорошо изучены [4–5]; мы используем систему уравнений для амплитуд разрывов в следующей форме:

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{\alpha x}{c^2} (u_+ - u_-) &= f(u_+) - f(u_-), \\ \frac{\alpha}{2c^2} (u_+ - u_-) \frac{dx}{du_+} + \frac{\alpha x}{c^2} &= \frac{df(u_+)}{du_+}. \end{aligned}$$

Здесь $\alpha = (\gamma + 1)/2$, γ — постоянная адиабаты, x — координата, c — скорость звука, u_{\pm} — значение поля скоростей на разрыве, $f(u)$ — произвольная функция, определяемая видом граничного условия; $f(u)$ — обратная функция $u(t, 0)$.

Граничное условие зададим в точке $x=0$, что соответствует координате встречи двух импульсов разных знаков; форма колебания в этой точке изображена на фиг. 1. Определим теперь обратную функцию $f(u)$ и проинтегрируем второе уравнение системы (1), используя первое уравнение как связь между значениями поля u_{\pm} на разрыве. В результате получим решение системы (1), которое описывает изменение величин, связывающих разрыв с расстоянием:

$$(2) \quad U_{\pm}(z) = \frac{R(RS+1)}{S(1-R^2)} \left[\frac{R+S}{1+RS} \left(\frac{z+1/R}{z+R} \right)^{\pm 1/2} - 1 \right].$$

Здесь введены безразмерные амплитуды $U_{\pm} = u_{\pm}/a_{\pm}$ (считаем для определенности, что $a_+ > 0$, $a_- < 0$) и безразмерная координата $z = x/\sqrt{|R_+R_-|}$, где $R_{\pm} = c^2 T_{\pm}/\alpha a_{\pm}$ — некоторые характерные координаты нелинейного затухания импульсов, a_{\pm} и T_{\pm} —

амплитуды и длительности импульсов в точке начала взаимодействия $x=0$ (см. фиг. 1).

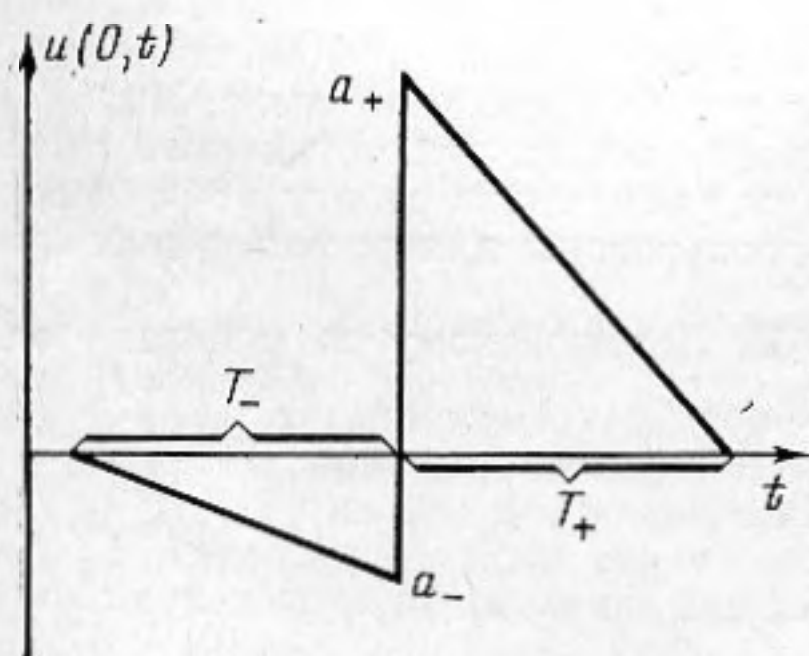
Решение (2) зависит от двух параметров R и S , которые определяются граничными условиями следующим образом:

$$(3) \quad R = \sqrt{\left| \frac{R_+}{R_-} \right|} = \sqrt{\left| \frac{a_- T_+}{a_+ T_-} \right|}, \quad S = \sqrt{\left| \frac{S_+}{S_-} \right|} = \sqrt{\left| \frac{a_+ T_+}{a_- T_-} \right|}.$$

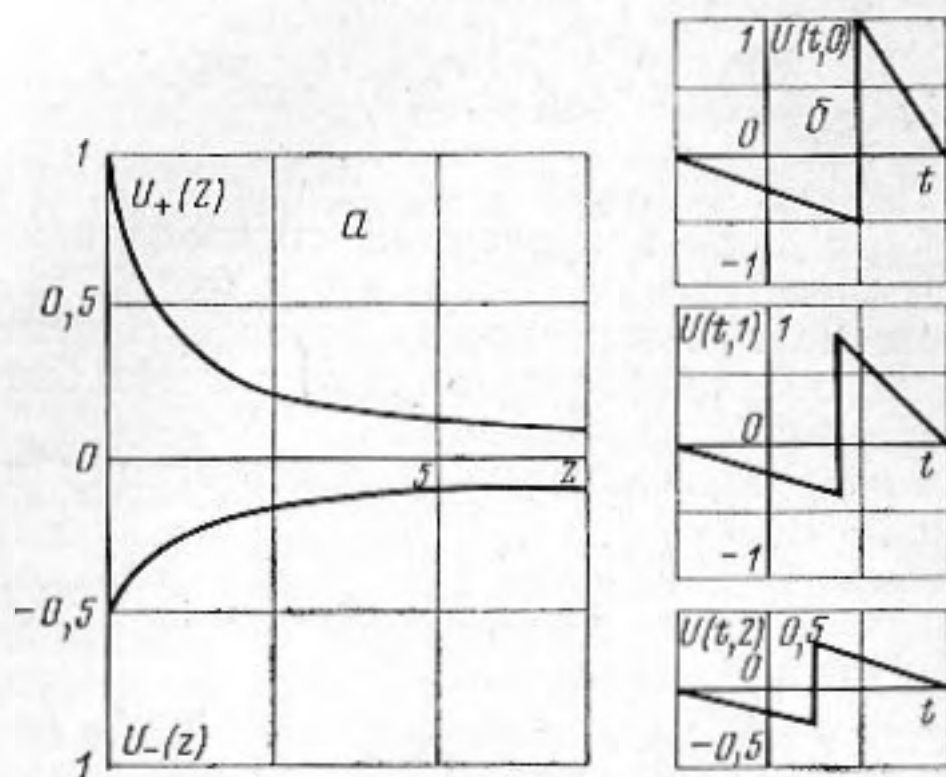
Величина R^2 является отношением градиентов линейных частей волновых профилей, S^2 — отношение площадей положительного и отрицательного импульсов. Влияние этих параметров не равнозначно. Параметр R определяет в основном скорость нелинейного затухания амплитуды скачков. Отметим, что при $R=1$, т. е. при взаимодействии треугольных импульсов с равными углами наклона, значения U_{\pm} на разрыве изменяются как

$$(4) \quad U_{\pm}(z) = \frac{1}{2S} \left[S - 1 \pm \frac{1+S}{1+z} \right].$$

В частности, при взаимодействии одинаковых импульсов ($S=1$) выражение (4) дает хорошо известный результат, соответствующий эволюции разрыва в симметричной пилообразной волне [6].



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Форма возмущения $u(0, t)$ на границе $x=0$. Соотношение между значениями поля на разрыве a_+ и a_- и между длительностями T_+ и T_- произвольны

Фиг. 2. Изменение амплитуд взаимодействующих импульсов U_{\pm} с расстоянием при $S=1$, $R=0,5$ (а) и форма волнового профиля на расстояниях $z=1, 2, 3$ (б)

В процессе взаимодействия при любых значениях параметров R и S импульс одного знака с большим значением площади «поглощает» импульс противоположного знака. Начиная с некоторой координаты z_* , остается волновой профиль лишь одного знака, трансформирующийся в дальнейшем по известным законам [6], причем его площадь остается постоянной и равной разности площадей исходных импульсов. Из соотношения (2) можно получить зависимость координаты полного «поглощения» z_* от параметров R и S и тем самым отыскать область взаимодействия $(0, z_*)$:

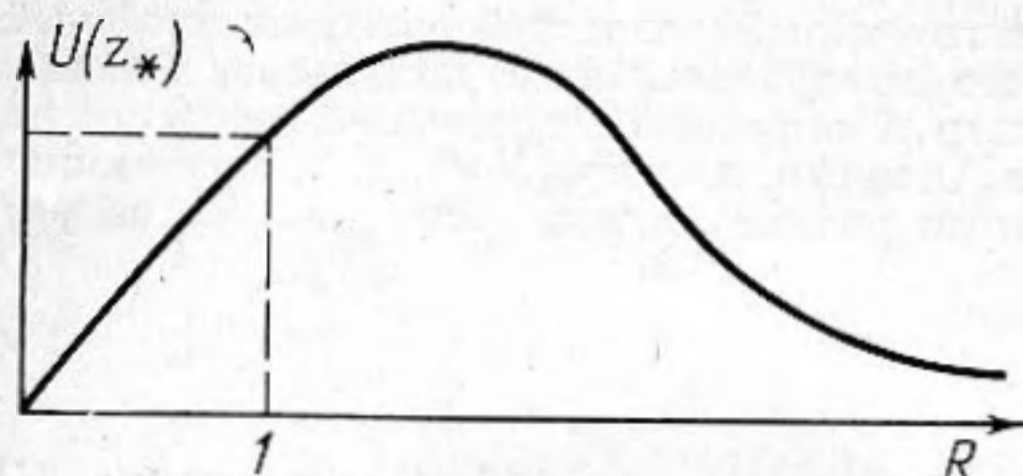
$$(5) \quad z_* = \frac{R + R^{-1} + 2S}{S^2 - 1}.$$

Координата z_* неограничена только при $S=1$, т. е. когда площади взаимодействующих импульсов равны. Это, согласно формуле (2), приводит к образованию симметричного импульса с амплитудой $U \approx U_+ \approx -U_- \approx (1+R)/2z$. Превращение взаимодействующих волн в такой симметричный импульс происходит на расстоянии $z \gg \max\{R; 1/R\}$. Изменение амплитуд импульсов в этом случае показано на фиг. 2, а ($R=1/2$), а на фиг. 2, б дано изменение волнового профиля с расстоянием.

Если $S \neq 1$, то область взаимодействия импульсов ограничена при любых значениях параметра R . После взаимодействия образуется однополярный треугольный импульс с величиной скачка

$$(6) \quad U(z_*) = \frac{(S^2 - 1)\sqrt{R}}{S(1+R)\sqrt{RS^2 + 2S + R^{-1}}}.$$

График зависимости величины скачка после взаимодействия от параметра нелинейности R представлен на фиг. 3. Малые значения параметра соответствуют линейному закону изменения величины перепада $U(z_*) \approx (S^2 - 1)R/S$; при больших значениях R величина перепада уменьшается как $(S^2 - 1)/RS^2$. При одной и той же величине отношения площадей S всегда могут быть определены два значения параметра нелинейности R , для которых величины скачков треугольных импульсов, «выживающих» после взаимодействия, одинаковы. Это обстоятельство указывает на некорректность обратной задачи в ударном приближении, которая в отличие от обратной задачи для волн с учетом конечной вязкости [7] не позволяет однозначно определить параметры исходных импульсов по результатам их взаимодействия.



Фиг. 3. Зависимость амплитуды скачка после взаимодействия U от параметра R . Значению $R=1$ соответствует величина $U = (S-1)/2S$

ме $S=1$, когда (см. фиг. 2, б) длительности импульсов на большом расстоянии сравниваются.

Приведенные здесь соотношения получены в акустическом приближении для скорости движения разрыва, справедливом при условии малости числа Маха ($M = u/c \ll 1$). Отметим, что в газе и при $M \ll 1$ скорость скачка в акустическом приближении мало отличается от точного решения (см., например, работу [8]); следовательно, полученные соотношения могут быть использованы для расчетов достаточно интенсивных ударных волн.

Автор благодарен Л. А. Островскому и Е. Н. Пелиновскому за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. В. Руденко. О параметрическом взаимодействии бегущих звуковых волн. Акуст. ж., 1974, 20, 1, 108–111.
2. J. D. Murray. On Burgers' model equations for turbulence. J. Fluid Mech. 1973, 59, 2, 263–279.
3. М. А. Цикулин. О догоне одного треугольного профиля давления другим в асимптотике ударных волн. ПМТФ, 1960, 2, 132–139.
4. К. Е. Губкин. Распространение разрывов в звуковых волнах. ПММ, 1959, 22, 4, 561–564.
5. Л. А. Островский. К теории волн в нестационарных сжимаемых средах. ПММ, 1963, 27, 5, 924–929.
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., Гостехтеориздат, 1953.
7. Е. Н. Пелиновский, В. Е. Фридман. Взрывная неустойчивость нелинейных волн в средах с отрицательной вязкостью. ПММ, 1974, 38, 6, 991–995.
8. Ф. А. Баум, К. П. Станюкевич, Б. И. Шефтер. Физика взрыва. М., Физматгиз, 1959.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
Горький

Поступила
14 мая 1975 г.