АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIII 1977 Вып. 2

УДК 532.529

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ

В. В. Кузнецов, В. Е. Накоряков, Б. Г. Покусаев, И. Р. Шрейбер

Экспериментально показано, что начальный импульс в жидкости с пузырьками газа эволюционирует в соответствии с уравнением Кортевега – де-Вриза – Бюргерса. За счет подбора безразмерных комплексов, характеризующих процесс, удалось наблюдать распространение сигнала в форме монотонных и осцилляторных ударных волн, солитонов и волновых пакетов.

Исследованию процесса распространения возмущений в пузырьковой газожидкостной смеси уделяется большое внимание [1–6]. В теоретических работах [1–3] показана возможность формирования в пузырьковой среде ударной волны осцилляторной структуры, а в работах [4–6] эта возможность подтверждена экспериментально.

Настоящее экспериментальное исследование проведено в более широком диапазоне изменения безразмерных комплексов, характеризующих процесс: числа Рейнольдса и безразмерного параметра дисперсии, отражающего соотношение величины дисперсии и интенсивности сигнала. Изменение указанных комплексов производилось в основном за счет изменения длины начального возмущения. Полученные результаты говорят о полном соответствии модели Кортевега – де-Вриза – Бюргерса [1, 2] реальному процессу распространения длинноволновых возмущений в жидкости с пузырьками газа.

Помимо распространения сигнала с формированием монотонных и осцилляторных ударных волн в экспериментах впервые наблюдалось распространение сигнала в виде уединенных волн – солитонов и волновых пакетов. Получены данные по затуханию сигнала, диссипации энергии, влиянию вязкости смеси на эволюцию сигнала.

Для описания эволюции сигнала в одном направлении в пузырьковой смеси в [1, 2] получено уравнение Кортевега – де-Вриза – Бюргерса:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau}+u\frac{\partial u}{\partial \xi}-\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}+\frac{1}{\sigma^2}\frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3}=0. \tag{1}$$

Здесь $u=V/a$ – безразмерная скорость возмущения. В случае объемных газосодержаний $\varphi_0>10^{-3}$ связь между V и истинным возмущением скорости v в смеси имеет вид: $V=\left[1+\frac{\gamma+1}{2\varphi_0}\right]v$, где γ – показатель адиабаты газа; a – амплитуда начального возмущения, $\tau=at/l_0$ – безразмерное время, l_0 – ширина начального возмущения; $\xi=(x-c_0t)/l_0$, где t, x – время и координата. $c_0=(\gamma P_0/\rho_1\varphi_0)$ – скорость звука в смеси, ρ_1 – плотность смеси, $\mathrm{Re}=al_0/\nu$, ν – объемная вязкость смеси, вычисляемая, например, как в [1]; $\sigma=l_0(\alpha/\beta)^{0,5}$ – параметр дисперсии, $\beta=R_0^2c_0/6\varphi_0(1-\varphi_0)$ – коэффи-

Таблица 1

Опыты с CO_2: $R_0=1{,}35\cdot10^{-3}$, $\varphi_0=0{,}01$

Фигура	ΔP, *бар*	l_0, *м*	σ	Re	σ/Re	$\Delta P/\Delta P_0$	L, *м*	Характеристика сигнала
1, *а*	0,48	0,1	12,1	–	–	–	0	Характерный вид первоначального импульса
1, *б*	0,35	0,9	–	–	0,05	1,28	0,6	Ударная волна
1, *в*	0,945	0,2	52,8	3520	0,015	0,34	1,4	Многосолитонное возмущение
1, *г*	0,48	0,16	30	1500	0,021	0,37	1,4	Двухсолитонное возмущение
1, *д*	0,29	0,1	12,1	356	0,034	0,61	0,6	Одиночный солитон
1, *е*	0,035	0,06	3,4	48	0,071	0,28	0,6	Волновой пакет

Примечание. Здесь ΔP_0 — начальное, ΔP — текущее возмущение давления, L — расстояние от входа сигнала в среду.

циент дисперсии, R_0 – радиус равновесного пузырька. Уравнение для безразмерного возмущения давления имеет аналогичный вид.

Анализ стационарного (зависящего только от координаты) решения уравнения (1), выполненный Сагдеевым [7], предсказал возможность формирования стационарных ударных волн монотонной или осцилляторной структуры. Критерием, ответственным за реализацию того или иного случая, является параметр σ/Re.

При $\sigma/\mathrm{Re}>\sqrt{2}$ реализуется волна монотонной, а при $\sigma/\mathrm{Re}<\sqrt{2}$ – осцилляторной структуры. В работе [8] с помощью численного интегрирования уравнения (1) показана возможность применения указанного критерия к анализу нестационарных ударных волн. В лабораторных экспериментах [5, 6] исследованы основные характеристики осцилляторных ударных волн и подтверждены выводы анализа, основанного на уравнении (1). Во всех выполненных до настоящего времени как численных, так и физических экспериментах значение критерия σ было весьма велико. В то же время из теории уравнения Кортевега – де-Вриза (уравнения (1) при $\mathrm{Re}\to\infty$) известно [9], что существует некоторое характеристическое значение числа $\sigma=\sigma_c$, такое, что при $\sigma>\sigma_c$ и $\sigma<\sigma_c$ одной форме начального возмущения соответствуют качественно различные решения.

При $\sigma>\sigma_c$ начальное возмущение распадается на уединенные волны – солитоны, а при $\sigma\ll\sigma_c$ получаются решения, соответствующие волновым пакетам, цугам знакопеременных колебаний. При значениях σ, близких к σ_c, начальное возмущение распадается и на солитоны и на волновые пакеты.

Если в уравнении (1) параметр подобия σ устремить к бесконечности ($\beta\to0$), оно превратится в уравнение Бюргерса, согласно которому [10] начальный импульс расплывается без укручения (малые числа Рейнольдса), либо с укручением переднего фронта (большие числа Рейнольдса). Следует, по-видимому, ожидать, что преобладание в решении дисперсионных или вязких эффектов определяется величиной параметра типа σ/Re или σ^2/Re.

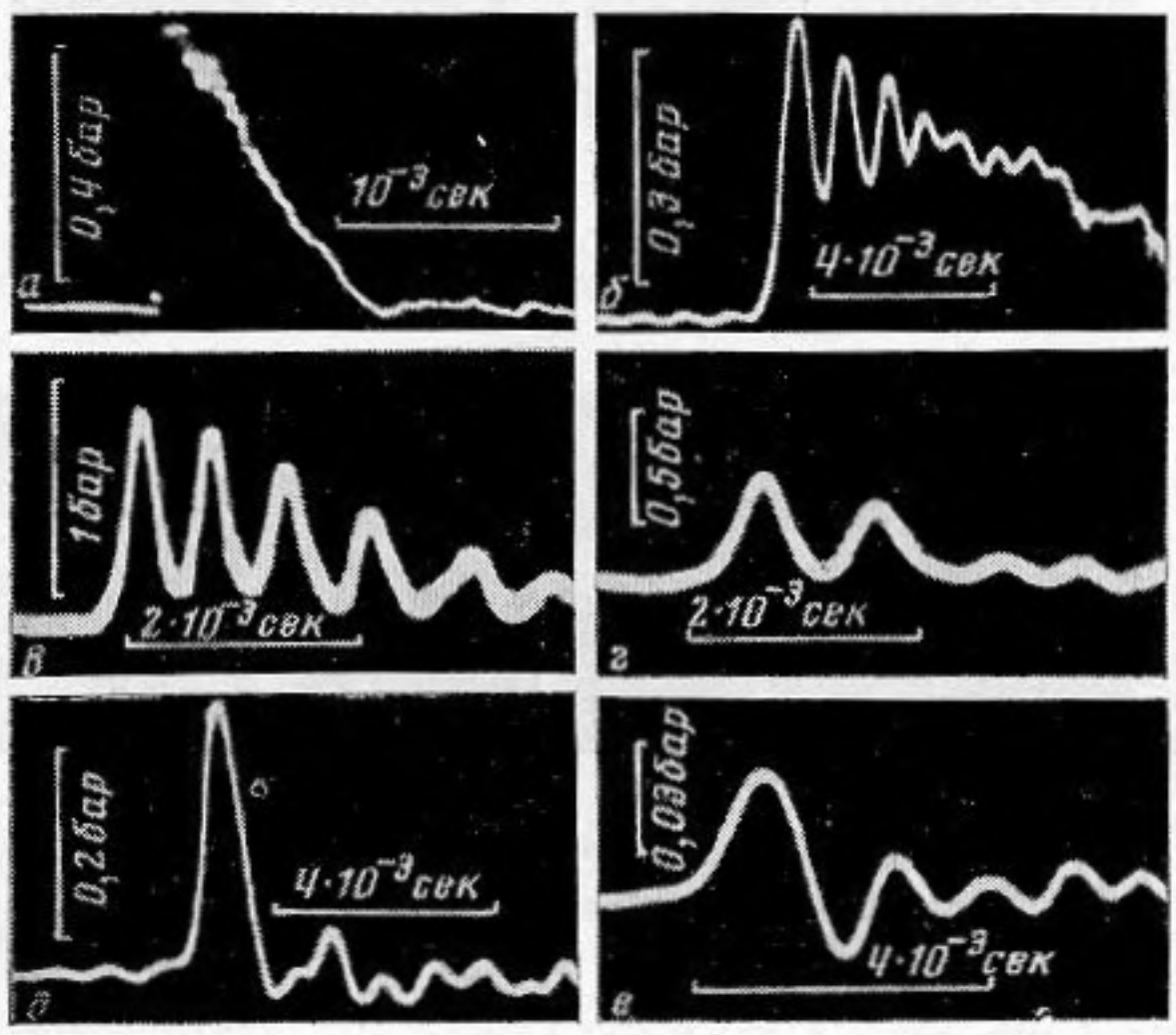
Для исследования процесса распространения импульса давления в газожидкостной смеси в области малых $\sigma\ll\sigma_c$ и больших $\sigma>\sigma_c$ значений параметра дисперсии были выполнены эксперименты на установке, описание которой приведено в [6].

Существенное по сравнению с ранее опубликованными результатами уменьшение σ достигалось уменьшением протяженности начального импульса за счет сокращения объема камеры высокого давления. По длине камеры низкого давления, высотой два метра, размещались четыре пьезодатчика давления, сигналы с которых регистрировались на пятилучевом

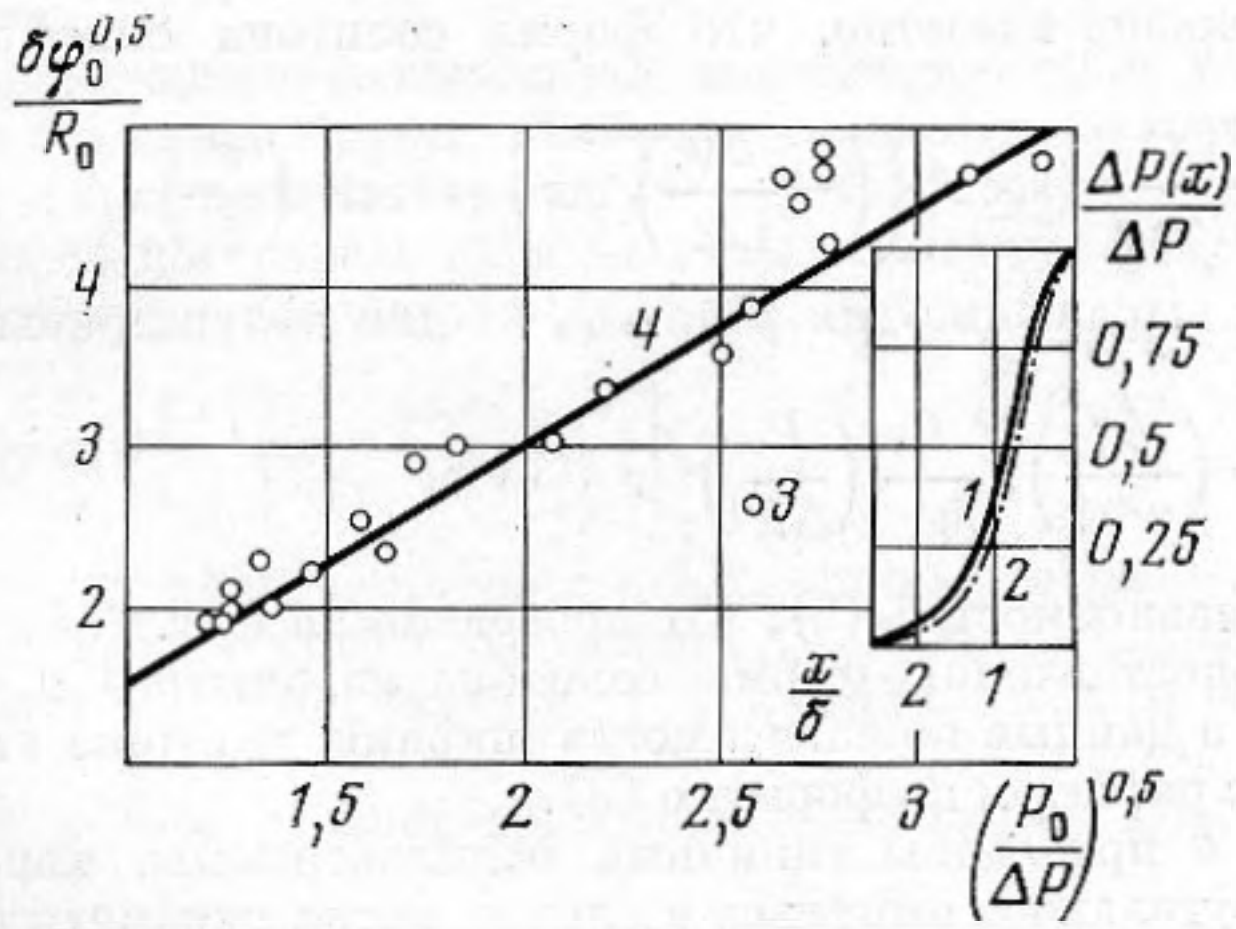
осциллографе. В качестве рабочих газов использовались азот, углекислый газ и гелий. Использование различных газов позволяло варьировать объемную вязкость среды и коэффициент дисперсии в довольно широких пределах. Так, объемная вязкость воды с пузырьками гелия больше объемной вязкости смеси с пузырьками углекислого газа более чем в 10 раз.

Типичные осциллограммы сигналов для малых значений параметра σ/Re приведены на фиг. 1.

Все данные к осциллограммам содержатся в табл. 1.



Фиг. 1. Структура возмущения давления в жидкости с пузырьками CO_2



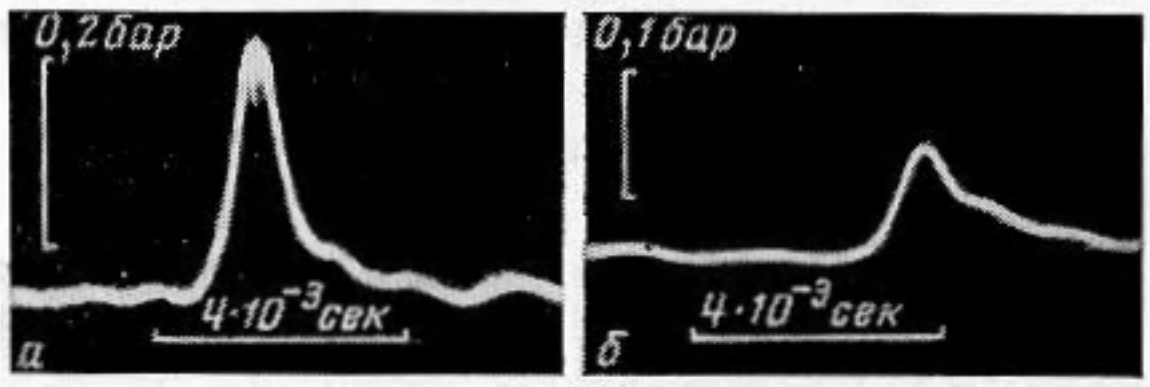
Фиг. 2. Зависимость полуширины солитона от его амплитуды: *1*, *3* – эксперимент; расчет: *2* – по формуле (3), *4* – по формуле (2)

Отметим, что сопоставление результатов измерений с теорией, приведенное ниже, выполнено с учетом теории гидростатического столба жидкости.

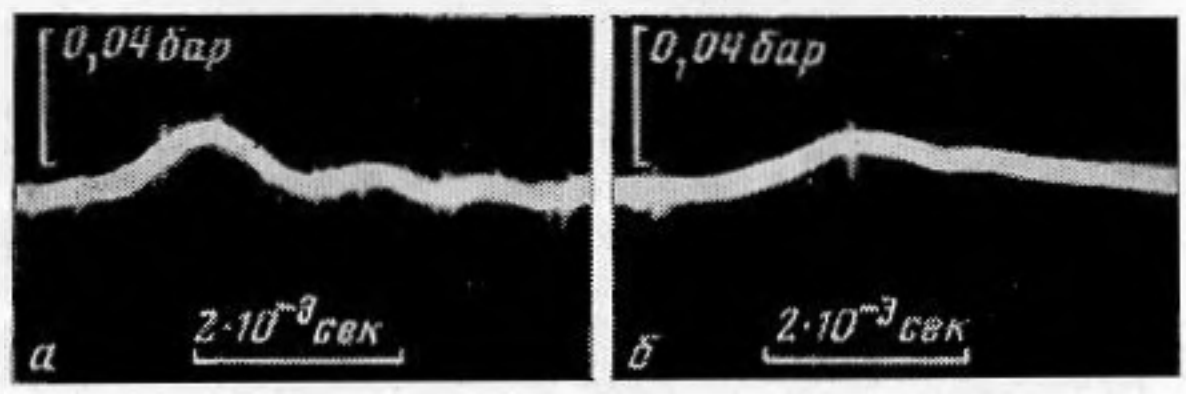
Критическое значение параметра подобия, рассчитанное для треугольного начального импульса (фиг. 1, *а*), равно: $\sigma_c=14$.

Отношение параметра подобия к числу Рейнольдса существенно меньше единицы, и развитие процесса удивительно хорошо соответствует основным выводам теории уравнения Кортевега – де-Вриза. При $\sigma \ll \sigma_c$

возмущение распространяется в виде волнового пакета (фиг. 1, *б*), а при $\sigma > \sigma_c$ начальный импульс распадается на солитоны (фиг. 1, *в* и *г*). Количество солитонов также находится в соответствии с величиной параметра дисперсии. В близком соответствии с теорией находились и скорости рас-



Фиг. 3. Эволюция одиночного солитона в жидкости с пузырьками He



Фиг. 4. Эволюция волнового пакета в жидкости с пузырьками He

пространения возмущений. Скорость волнового пакета в опытах была равна скорости распространения звука в газожидкостной смеси c_0, скорость солитонов была равна $c = c_0 + \Delta u/3$ и скорость ударной волны $c = c_0 + \Delta u/2$. Здесь Δu — амплитуда солитона или начальный перепад скорости в ударной волне. Хорошо известно, что форма солитона описывается зависимостью:

$$\frac{\Delta P(x)}{\Delta P} = \operatorname{sech}^2 \left\{ \left(-\frac{\Delta u}{12\beta} \right)^{0,5} x \right\} = \operatorname{sech}^2 \left(\frac{x}{\delta} \right), \tag{2}$$

так что, учтя выражение для β при $\varphi_0 \ll 1$ для полуширины солитона, получим:

$$\delta = \left(\frac{4\gamma}{\gamma+1} \right)^{0,5} \frac{R_0}{\varphi_0^{0,5}} \left(\frac{P_0}{\Delta P} \right)^{0,5}. \tag{3}$$

Проверка зависимостей (2), (3) проведена на фиг. 2. Здесь приведены данные по сопоставлению формы солитона из опыта 1 д с расчетом по формуле (2), а данные по зависимости ширины солитона от его амплитуды сравнены с расчетом по формуле (3).

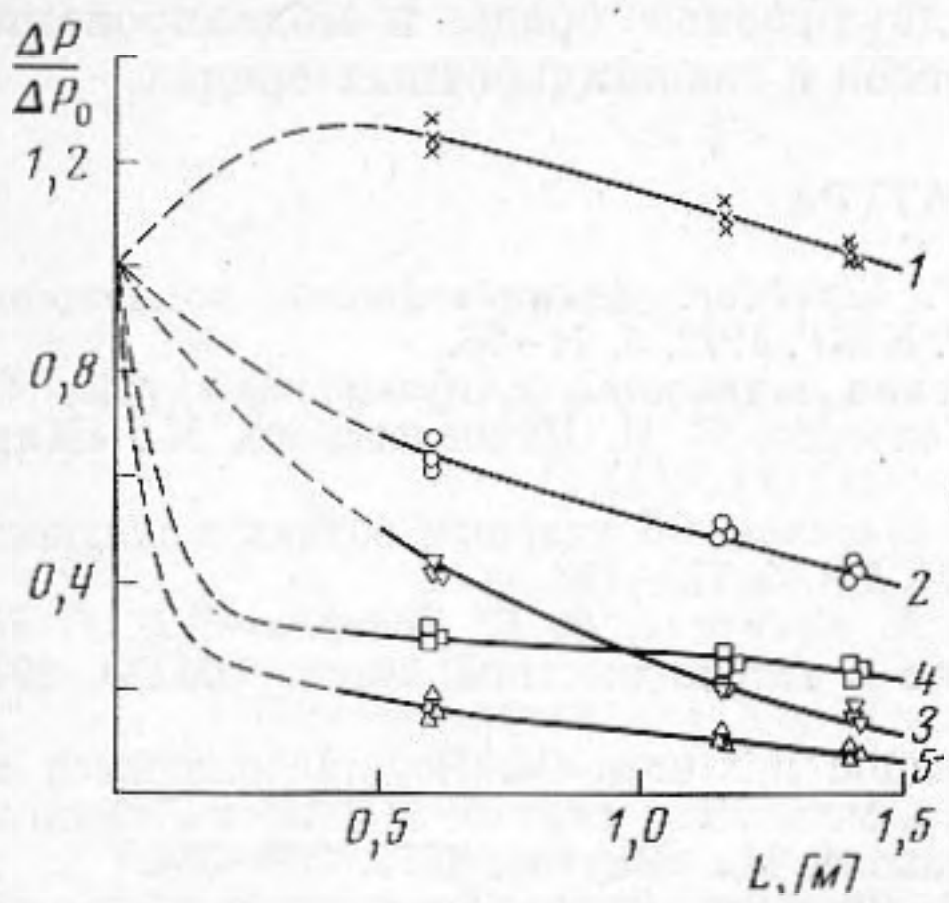
На фиг. 3, 4 приведены типичные осциллограммы, характеризующие эволюцию треугольного импульса в случае, когда параметр σ/Re достаточно велик. Данные к этим осциллограммам приведены в табл. 2 и 3.

Таблица 2

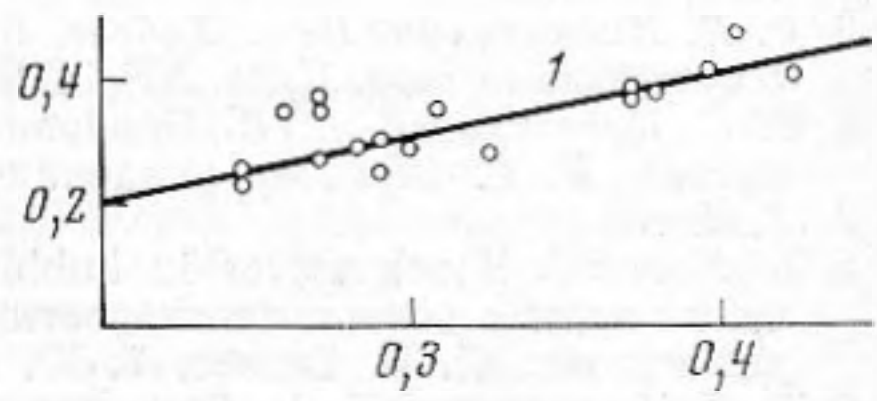
Опыты с гелием: $R_0 = 0{,}00122$ *м*; $\varphi_0 = 0{,}01$; $\Delta P_0 = 0{,}628$

Фигура	l_0, *м*	σ	Re	σ/Re	$\Delta P/\Delta P_0$	L, *м*	Характеристика сигнала
	0,09	13,1	65,5	0,21	1	0	Начальный импульс
3,*а*	0,09	13,1	65,5	0,21	0,415	0,6	Солитон
3,*б*	0,09	13,1	65,5	0,21	0,149	1,4	Расплывающийся солитон

Эволюцией сигнала в данном случае в основном управляют вязкостные эффекты. При больших σ образовавшийся солитон в этой среде стремится расплыться, причем расплывание переднего фронта естественным образом проходит более медленно. Образование волнового пакета при малых σ



Фиг. 5



Фиг. 6

Фиг. 5. Изменение амплитуды возмущений по длине рабочего участка: газ CO_2: *1* – ударная волна, *2* – одиночный солитон, *3* – волновой пакет; газ He: *4* – одиночный солитон, *5* – волновой пакет

Фиг. 6. Затухание волнового пакета по длине рабочего участка: *1* – расчет по формуле (4). По оси абсцисс отложена величина $(\alpha+4\pi^2\nu/\lambda^2)L/c$, по оси ординат – $\ln[\Delta P(L)/\Delta P_0]$

лишь намечается и начальный импульс расплывается, по-видимому, в соответствии с решением линейного уравнения Бюргерса, т. е. уравнения теплопроводности.

На фиг. 5 представлены зависимости, характеризующие изменение величины сигнала по длине трубы. Особенно сильное уменьшение сигнала происходит при формировании волновых пакетов в случае малых значений σ. Затухание сформировавшихся волновых пакетов (фиг. 6) достаточно хорошо соответствует результату [11]

$$\frac{\Delta P}{\Delta P_0}=\exp\left[-\left(\alpha+\frac{4\pi^2\nu}{\lambda^2}\right)\frac{L}{c}\right], \tag{4}$$

где α – коэффициент низкочастотного поглощения, учитывающий изменение плотности по высоте трубы, составляет 10–15% от члена с объемной вязкостью и может быть рассчитан по [5], λ – длина волны волнового пакета.

Затухание солитонов удовлетворительно описывается зависимостями в работах [11, 12].

Таким образом, впервые наблюдалось распространение в пузырьковой среде импульса в виде уединенных волн и волновых пакетов. Показано,

Таблица 3

Опыты с гелием: R_0=0,01222*м* φ_0=0,01; ΔP_0=0,148 *бар*

Фигура	l_0, *м*	σ	Re	σ/Re	$\Delta P/\Delta P_0$	*L*, *м*	Характеристика сигнала
	0,033	2,2	4,78	0,46	1	0	Начальный сигнал
4, *а*	0,033	2,2	4,78	0,46	0,126	0,6	Сигнал, расплывшийся
4, *б*	0,033	2,2	4,78	0,46	0,096	1,15	под действием вязкости

что длинноволновые возмущения в такой среде подчиняются закономерностям, следующим из теории уравнения Кортевега — де-Вриза — Бюргерса.

Результаты работы могут быть использованы при анализе процессов динамики прохождения волн через двухфазные среды и моделировании процессов в плазме с помощью процессов в газожидкостных средах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Е. Накоряков, В. В. Соболев, И. Р. Шрейбер.* Длинноволновые возмущения в газожидкостной смеси. Изв. АН СССР. МЖГ, 1972, *5*, 71–76.
2. *Л. Ван Вейнгарден.* Одномерные течения жидкостей с пузырьками газа. Сб. Реология суспензий, под ред. В. В. Голосова, В. Н. Николаевского, М., «Мир», 1975, 68–103.
3. *Р. И. Нигматулин, Н. С. Хабеев, В. Ш. Шагапов.* Об ударных волнах в жидкости с пузырьками газа. Докл. АН СССР, 1974, *214*, 4, 779–783.
4. *С. С. Кутателадзе, А. П. Бурдуков, В. В. Кузнецов, В. Е. Накоряков, Б. Г. Покусаев, И. Р. Шрейбер.* Ударная волна в газожидкостной смеси. ПМТФ, 1973, *3*, 65–69.
5. *L. Noordzij.* Shock waves in bubble – Liquid mixtures. Сб. Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. Тр. междунар. симпоз. IUTAM в Ленинграде, под ред. Л. И. Седова, Г. Ю. Степанова, М., «Наука», 1973, 369–384.
6. *В. Е. Накоряков, Б. Г. Покусаев, И. Р. Шрейбер, В. В. Кузнецов, Н. Н. Малых.* Экспериментальное исследование ударных волн в жидкости с пузырьками газа. Сб. Волновые процессы в двухфазных средах, Новосибирск, Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1975, 54–97.
7. *Р. З. Сагдеев.* Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме. Сб. Вопросы теории плазмы, М., Госатомиздат, 1964, *4*, 20–80.
8. *В. Е. Накоряков, В. В. Соболев, И. Р. Шрейбер.* Волны конечной амплитуды в двухфазных системах. Сб. Волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1975, 5–53.
9. *Ю. А. Березин, В. И. Карпман.* О нелинейной эволюции возмущений в плазме и других диспергирующих средах. ЖЭТФ, 1966, *51*, 5, 1557–1566.
10. *О. В. Руденко, С. И. Солуян.* Теоретические основы нелинейной акустики. М., «Наука», 1975.
11. *Е. Н. Пелиновский.* О поглощении нелинейных волн в диспергирующих средах. ПМТФ, 1971, *2*, 80–84.
12. *E. Ott, R. N. Sudan.* Damping of solitary waves. Phys. Fluids, 1970, *13*, 6, 1432–1434.

Институт теплофизики
СО Академии наук СССР

Поступила
29 декабря 1975 г.
После исправления
27 августа 1976 г.