АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIII 1977 Вып. 2

УДК 534.213:534.832

ОБ АКТИВНОЙ ЗВУКОИЗОЛЯЦИИ В ВОЛНОВОДЕ

И. А. Урусовский

Рассмотрена звукоизоляция волновода при активном гашении звука конечным числом излучателей, управляемых звуковым полем, принимаемым в конечном числе точек некоторого поперечного сечения волновода. Показано, что при достаточном числе приемников и излучателей можно погасить с желаемой точностью любое число нормальных волн, однородных и неоднородных. Дана оценка звукоизоляции, достижимой при заданном числе излучателей и приемников, с учетом статистического аспекта проблемы.

Активная звукоизоляция заданной области пространства заключается в гашении приходящего извне звука источниками, расположенными на границе области и создающими внутри нее «антизвук» — звуковое поле, равное по величине и противоположное по знаку исходному полю [1—3]. При звукоизоляции в волноводе требуется погасить все распространяющиеся в данном направлении нормальные волны и, в крайнем случае, волны с малым коэффициентом затухания. Для полного гашения данного числа первых нормальных волн, амплитуды которых известны точно, достаточно того же числа точечных излучателей «антизвука». Однако поскольку в реальной ситуации информация о звуковом поле, используемая для управления этими излучателями, собирается при помощи конечного числа приемников и потому оказывается неполной, определение амплитуд этих нормальных волн является приближенным из-за мешающего влияния волн более высоких номеров; точность определения зависит от числа приемников. В результате изоляция получается неполной, в отличие от теоретического случая непрерывного распределения приемников по сечению волновода, рассмотренного в [3].

В настоящей статье проведена оценка звукоизоляции, достижимой при заданном числе точечных излучателей и приемников. Задачу будем решать для гармонического поля; для частного случая будет рассмотрено гашение заданного числа первых нормальных волн широкого частотного спектра.

Пусть в волноводе с площадью поперечного сечения S, заполненном жидкостью или газом с постоянной плотностью ρ, источники исходного звукового поля частоты ω расположены за пределами участка волновода $-L<x<0$ и создают на указанном участке звуковое давление P

$$P=\sum_{m,n=0}^{\infty}(A_{mn}e^{i\alpha_{mn}x}+B_{mn}e^{-i\alpha_{mn}x})\,\varphi_{mn}(y,z).$$

Здесь A_{mn} и B_{mn} — амплитуды волн; $\varphi_{mn}(y,\ z)$ — собственные функции; α_{mn} — волновые числа нормальных волн. Например, для прямоугольного волновода с жесткими стенками, лежащими в плоскостях $y=0$, $y=h$, $z=0$, $z=H$

$$\varphi_{mn}(y,z)=\cos\frac{m\pi y}{h}\cos\frac{n\pi z}{H},\quad \alpha_{mn}=\sqrt{k^2-(m\pi/h)^2-(n\pi/H)^2}, \tag{1}$$

где k — волновое число. Волновод на участке $-L<x<0$ предполагается идеальным с точно известными собственными функциями и собственными значениями.

Пусть требуется погасить в области $x>0$ N бегущих (или затухающих) вправо нормальных волн первых номеров, располагая нумерацию в порядке убывания квадрата волнового числа нормальных волн. Если L велико, то потребуется погасить только незатухающие волны.

Расположим все излучатели «антизвука» в сечении $x=0$, а все приемники — в каком-либо другом сечении $x=-l$ $(0<l<L)$. В качестве излучателей «антизвука» выберем монополи и диполи с моментами, параллельными оси волновода. Нормальные волны, создаваемые соответственно монополем, расположенным в точке $(0, Y_s, Z_s)$, и диполем, находящимся в точке $(0, Y_s', Z_s')$, имеют вид

$$p_{mn}^{(s)}=\omega V_s\alpha_{mn}^{-1}\psi_{mn}(Y_s, Z_s)\varphi_{mn}(y, z)e^{i\alpha_{mn}|x|}, \tag{2}$$

$$p_{mn}^{\prime(s)}=-i\omega M_s\psi_{mn}(Y_s', Z_s')\varphi_{mn}(y, z)e^{i\alpha_{mn}|x|}\operatorname{sign} x, \tag{3}$$

где

$$\psi_{mn}(Y, Z)=\frac{\rho}{2S\overline{|\varphi_{mn}|^2}}\varphi_{mn}^*(Y, Z),$$

V_s — объемная скорость монополя, M_s — момент диполя; черта означает усреднение по сечению волновода.

Для гашения N волн достаточно расположить в различных точках сечения $x=0$ N монополей, объемные скорости V_s которых удовлетворяют системе N уравнений

$$\sum_{s=1}^{N}\omega V_s\alpha_{mn}^{-1}\psi_{mn}(Y_s, Z_s)=-A_{mn}, \tag{4}$$

где m, n — индексы волн, подвергающихся гашению. Той же цели можно достичь при помощи N диполей (расположенных в различных точках $(0, Y_s', Z_s')$) с моментами, удовлетворяющими системе N уравнений

$$\sum_{s=1}^{N}i\omega M_s\psi_{mn}(Y_s'; Z_s')=A_{mn}. \tag{5}$$

В обоих случаях волны, бегущие вправо, гасятся, но дополнительно появляются волны тех же номеров, бегущие влево; они как бы отражаются от абсолютно отражающей перегородки в волноводе. Если требуется, чтобы эти волны не возникали, достаточно применить комбинацию излучателей обоих типов, уменьшив вдвое объемные скорости первых и моменты вторых (так как поле монополей симметрично, а поле диполей антисимметрично относительно плоскости $x=0$). При этом для первых N волн

$$\sum_{s=1}^{N}\omega V_s\alpha_q^{-1}\psi_q(Y_s, Z_s)=-\sum_{s=1}^{N}i\omega M_s\psi_q(Y_s'; Z_s')=-\frac{1}{2}A_q, \tag{6}$$

где индексом q обозначены номера комбинаций двойных индексов mn, расположенные в порядке убывания α_{mn}^2. Отсюда видно, что ωV_s и ωM_s представляют собой линейные комбинации амплитуд первых N нормальных волн:

$$\omega V_s=-\frac{1}{2}\sum_{r=0}^{N-1}A_r\alpha_r a_{r,s},\quad \omega M_s=-\frac{-i}{2}\sum_{r=0}^{N-1}A_r a_{r,s}' \tag{7}$$

с коэффициентами $a_{r,s}$ и $a'_{r,s}$ не зависящими от структуры падающего поля и удовлетворяющими системам уравнений

$$(8)\qquad \sum_{s=1}^{N} a_{r,s}\psi_q(Y_s, Z_s)=\delta_{r-q}, \quad \sum_{s=1}^{N} a'_{r,s}\psi_q(Y_s', Z_s')=\delta_{r-q}.$$

Здесь δ_{r-q} — символ Кронекера, $q=0, 1, 2, \ldots, N-1$. Если собственные функции $\varphi_q(y, z)$ не зависят от частоты, что будет в случае волновода с абсолютно жесткими и (или) абсолютно мягкими стенками, а также при осуществлении стенок в виде сосредоточенной массы, то коэффициенты уравнений (8) также не зависят от частоты.

Имеются некоторые ограничения на размещение гасящих источников. Например, их нельзя размещать все в узлах одной из N первых нормальных волн, так как в этом случае эту волну нельзя будет погасить. В такого рода случаях соответственная система уравнений не имеет решений (ее определитель обращается в нуль); на это обстоятельство указал М. В. Федорюк.

Для оценки поля непогашенных волн высших номеров заметим, что, как нетрудно показать, если в двумерном волноводе, заполненном однородной средой, взять число гасящих звук излучателей каждого типа вдвое большим числа распространяющихся нормальных волн, то при большом числе этих волн коэффициент затухания первой непогашенной нормальной волны примерно равен $k\sqrt{3}$. В трехмерном волноводе квадратного сечения для достижения такого же эффекта требуется число излучателей, вчетверо большее числа распространяющихся нормальных волн.

До сих пор мы считали амплитуды A_q известными. В реальной ситуации, однако, амплитуды должны быть определены расчетом из измерений поля в условиях одновременной работы как источников исходного поля, так и излучателей «антизвука». Точность расчета будет зависеть от числа приемников, а также от их расположения. Разместим в сечении $x=-l$ по N_0 приемников монопольного и дипольного типа, которые будем считать акустически прозрачными. Измеренные ими значения звукового давления в точках $(-l, y_\sigma, z_\sigma)$ и составляющей скорости частиц по оси x в точках $(-l, y_\sigma', z_\sigma')$ обозначим соответственно через p_σ и v_σ. Представляя эти величины в виде суммы полей нормальных волн в этих точках, получим $2N_0$ уравнений:

$$(9)\qquad \sum_{q=0}^{\infty} \varphi_q(y_\sigma, z_\sigma)\left[A_q e^{-i\alpha_q l}+(B_q+b_q)e^{i\alpha_q l}\right]=p_\sigma,$$

$$(10)\qquad \sum_{q=0}^{\infty} \alpha_q\varphi_q(y_\sigma', z_\sigma')\left[A_q e^{-i\alpha_q l}-(B_q+b_q)e^{i\alpha_q l}\right]=\rho\omega v_\sigma,$$

где $\sigma=1, 2, \ldots, N_0$,

$$b_q=\omega\sum_{s=1}^{N}\left[V_s\alpha_q^{-1}\psi_q(Y_s, Z_s)+iM_s\psi_q(Y_s', Z_s')\right].$$

Заметим, что при гашении волн при помощи указанной выше комбинации монополей и диполей $b_q=0$ для первых N волн, поскольку в этом случае выполнены условия (6).

Для удобства расчета амплитуд нормальных волн целесообразно преобразовать системы уравнений (9) и (10) так, чтобы вид усеченных матриц ранга N_0 коэффициентов новых систем стал диагональным или близким к диагональному. С этой целью умножим обе части уравнений (9) и

(10) соответственно на $\varphi_r^*(y_\sigma, z_\sigma)\Delta_\sigma$ и $\varphi_r^*(y_\sigma', z_\sigma')\Delta_\sigma'$, где Δ_σ и Δ_σ' — пока неопределенные множители, нормированные так, что суммы всех Δ_σ и Δ_σ' равны единице, и просуммируем по всем σ. В итоге получим:

$$\sum_{q=0}^{\infty} \Phi_{qr}[A_q e^{-i\alpha_q l} + (B_q + b_q) e^{i\alpha_q l}] = \Pi_r, \tag{11}$$

$$\sum_{q=0}^{\infty} \alpha_q \Phi_{qr}'[A_q e^{-i\alpha_q l} - (B_q + b_q) e^{i\alpha_q l}] = \rho\omega\Pi_r', \tag{12}$$

где $r=0, 1, 2, \ldots$

$$\Phi_{qr} = \sum_\sigma \varphi_q(y_\sigma, z_\sigma)\varphi_r^*(y_\sigma, z_\sigma)\Delta_\sigma, \tag{13}$$

$$\Phi_{qr}' = \sum_\sigma \varphi_q(y_\sigma', z_\sigma')\varphi_r^*(y_\sigma', z_\sigma')\Delta_\sigma',$$

$$\Pi_r = \sum_\sigma p_\sigma \varphi_r^*(y_\sigma, z_\sigma)\Delta_\sigma, \quad \Pi_r' = \sum_\sigma v_\sigma \varphi_r^*(y_\sigma', z_\sigma')\Delta_\sigma'.$$

Неопределенные множители можно выбрать так, чтобы обратить в нуль недиагональные коэффициенты Φ_{qr} и Φ_{qr}' для любых N_0-1 комбинаций индексов q и r. Если сделать такой выбор для первых N_0-1 значений q при $q \neq r$ и любом фиксировании r, разместив приемники так, чтобы $\Phi_{rr} \neq 0$ и $\Phi_{rr}' \neq 0$, то в случае достаточно больших N_0, когда в (11) и (12) вкладом волн номеров $q \geqslant N_0$ можно пренебречь, получим приближенное значение $\tilde{A}_r$ амплитуды A_r:

$$\tilde{A}_r = \frac{1}{2}\left(\frac{\Pi_r}{\Phi_{rr}} + \frac{\rho\omega\Pi_r'}{\alpha_r \Phi_{rr}'}\right) e^{i\alpha_r l} \tag{14}$$

Каждому r, вообще говоря, соответствует свой собственный набор «диагонализирующих» множителей Δ_σ и Δ_σ'. Однако, как будет показано на примере прямоугольного волновода, при рациональном размещении приемников Δ_σ и Δ_σ' могут быть одинаковыми для всех $r < N_0$ и даже для всех σ.

Для больших N_0 возможна приближенная диагонализация усеченных матриц коэффициентов Φ_{qr} и Φ_{qr}' даже тогда, когда неопределенные коэффициенты в формулах (13) не подобраны специальным образом, а остаются в широких пределах произвольными. Если сечение, в котором размещены приемники, мысленно разбить на произвольные малые ячейки, содержащие каждая по одному приемнику данного типа, и считать неопределенные множители пропорциональными площади соответственных ячеек, то правые части выражений (13) будут интегральными суммами для интеграла, отличного от нуля лишь при $q=r$. Поэтому при достаточно большом числе приемников и достаточно малых размерах ячеек усеченные матрицы систем (11) и (12), соответствующие любому заданному числу первых нормальных волн, будут иметь все недиагональные коэффициенты сколь угодно малыми по абсолютной величине.

Оценим погрешность приближенного вычисления амплитуд A_r, обусловленную отбрасыванием в левых частях формул (11) и (12) членов с $q \geqslant \nu$ при $\nu > r$. По условию на участке $-L < x < 0$ отсутствуют источники звука. Поэтому $|k^{-1}\alpha_q A_q \exp(-i\alpha_q L)|$ и $|k^{-1}\alpha_q(B_q + b_q)|$ ограничены некоторой общей постоянной C, а суммы членов $q \geqslant \nu$ в левых частях формул (11) и (12) по абсолютной величине не превышают соответственно

$$C[\mu(L-l) + \mu(l)] \text{ и } C[\mu_1(L-l) + \mu_1(l)],$$

где

$$\mu(l)=\sum_{q=\nu}^{\infty}\left|\frac{k}{\alpha_q}\right|\exp(-\operatorname{Im}\alpha_q l),\quad \mu_1(l)=\sum_{q=\nu}^{\infty}\exp(-\operatorname{Im}\alpha_q l).$$

С увеличением q величина α_q возрастает по степенному закону: как q для двумерного волновода и как $\sqrt{q}$ — для трехмерного. Поэтому с ростом ν суммы μ и μ_1 убывают по закону, близкому к экспоненциальному с показателем экспоненты, пропорциональным ν или $\sqrt{\nu}$ соответственно. При этом разность $A_r-\tilde{A}_r$ стремится к нулю по тому же закону, если $N_0\geqslant\nu$ и $\Delta_\sigma\neq0$, $\Delta_\sigma'\neq0$. Для прямоугольного волновода в наиболее интересном случае, когда $kh\gg\pi$, $kH\gg\pi$, $\pi l\ll h$, $\pi l\ll H$, суммы μ и μ_1 можно приближенно заменить двойными интегралами. В этом случае после интегрирования получаем:

$$\mu(l)\approx\frac{khH}{2\pi l}\exp(-\operatorname{Im}\alpha_\nu l),\qquad \mu_1(l)\approx\frac{hH}{2\pi l^2}(1+\operatorname{Im}\alpha_\nu l)\exp(-\operatorname{Im}\alpha_\nu l).$$

Для прямоугольного волновода большинство недиагональных коэффициентов Φ_{qr} и Φ_{qr}' можно обратить в нуль, выбирая распределение приемников по сечению двоякопериодическим и полагая неопределенные множители в (13) одинаковыми. Пусть приемники каждого типа размещены на пересечениях m прямых, параллельных оси z, и n прямых, параллельных оси y, и образуют решетку с периодами h/m и H/n соответственно по оси y и z. Пусть ближайшие к стенкам волновода $y=0$ и $z=0$ приемники давления отстоят от них соответственно на доли a и b периодов решетки по осям y и z, а приемники скорости — на доли a' и b'. Полагая $\Delta_\sigma=1/mn$ и подставив первое из выражений (1) в (13), получаем:

$$\Phi_{qr}=\frac{1}{4}\left[\cos\left(\frac{m_q-m_r}{m}\pi a\right)f\left(\frac{m_q-m_r}{2m}\right)+\right.$$
$$\left.+\cos\left(\frac{m_q+m_r}{m}\pi a\right)f\left(\frac{m_q+m_r}{2m}\right)\right]\left[\cos\left(\frac{n_q-n_r}{n}\pi b\right)f\left(\frac{n_q-n_r}{2n}\right)+\right.$$
$$\left.+\cos\left(\frac{n_q+n_r}{n}\pi b\right)f\left(\frac{n_q+n_r}{2n}\right)\right],\tag{15}$$

где $f(\zeta)$ равно единице при ζ целом и равно нулю при остальных значениях ζ, m_q и n_q — соответственно первый и второй индексы нормальной волны номера q. Из этого выражения видно, что если из четырех чисел

$$\frac{m_q-m_r}{2m},\quad \frac{m_q+m_r}{2m},\quad \frac{n_q-n_r}{2n},\quad \frac{n_q+n_r}{2n}$$

первые два или последние два не суть целые, то $\Phi_{qr}=0$. Аналогичные формулы для Φ_{qr}' мы получим, заменив в правой части выражения (15) a на a' и b на b'. Особый интерес представляет случай, когда a, b, a' и b' равны 1/4 или 3/4. В этом случае усеченные матрицы ранга N_0 коэффициентов систем (11) и (12) имеют диагональный вид, а диагональные коэффициенты Φ_{rr} и Φ_{rr}' равны 1, 1/2 или 1/4, если соответственно равны нулю оба индекса m_r и n_r, один из них или если ни один из них не равен нулю. При произвольных a, b, a', b' усеченные матрицы ранга ν имеют диагональный вид, если для первых ν нормальных волн все $n_q\leqslant n$ и все $m_q\leqslant m$.

По найденным приближенным значениям $\tilde{A}_q$ амплитуд первых N нормальных волн и формулам (7) и (8) определяются соответствующие им объемные скорости и моменты.

Если заведомо известно, что исходное поле состоит лишь из волн, распространяющихся вправо, та же степень звукоизоляции, что и в общем случае, может быть достигнута при вдвое меньшем числе приемников. Тогда приемники и излучатели можно разместить в одном и том же сечении волновода ($x=0$), причем приемники и излучатели должны быть разных типов, например, приемники — монопольные, а излучатели — дипольные, либо наоборот. В таком сочетании излучатели не окажут влияния на показания приемников, размещенных в том же сечении волновода.

В первом случае, рассмотрением которого мы далее ограничимся, имеем аналогично

$$\sum_{q=0}^{\infty} \Phi_{qr} A_q = \Pi_r \quad (r=0, 1, 2, \ldots), \tag{16}$$

а M_s выражаются, согласно (5), через линейные комбинации амплитуд первых N нормальных волн по формулам

$$\omega M_s = -i \sum_{r=0}^{N-1} a'_{r,s} A_r, \tag{17}$$

где $a'_{r,s}$ являются решениями уравнений (8). Полагая по-прежнему усеченную матрицу ранга N_0 коэффициентов Φ_{qr} диагонализированной, получаем из (16) и (17) приближенные значения амплитуд и моментов:

$$\tilde{A}_r = \frac{\Pi_r}{\Phi_{rr}}, \quad \omega \tilde{M}_s = -i \sum_{r=0}^{N-1} a'_{r,s} \frac{\Pi_r}{\Phi_{rr}}.$$

Отсюда обычная процедура преобразования Фурье позволяет получить соответственные выражения и при негармоническом исходном поле:

$$\tilde{A}_r(t) = \frac{\Pi_r(t)}{\Phi_{rr}}, \quad \text{где} \quad \Pi_r(t) = \sum_{\sigma} p_\sigma(t) \varphi_r^*(y_\sigma, z_\sigma) \Delta_\sigma$$

(t — время), и в случае, когда собственные функции φ_r не зависят от частоты,

$$\frac{d\tilde{M}_s(t)}{dt} = -\sum_{r=0}^{N-1} a'_{r,s} \frac{\Pi_r(t)}{\Phi_{rr}}. \tag{18}$$

Если исходное поле состоит только из N нормальных волн любого частотного спектра, то в области $x>0$ эти волны будут полностью погашены N диполями, моменты которых удовлетворяют уравнениям (18).

Рассмотрим на простейших примерах рационального размещения приемников, насколько мешает активному гашению волн первых N номеров наличие в волноводе нормальных волн более высоких номеров. При $\tilde{M}_s(t)$, удовлетворяющих условиям (18), и в случае, когда усеченная матрица ранга $\nu \geqslant N$ коэффициентов системы (16) диагональная, амплитуды нескомпенсированной части первых N нормальных волн равны

$$A_r - \tilde{A}_r = -\frac{1}{\Phi_{rr}} \sum_{q=\nu}^{\infty} \Phi_{qr} A_q. \tag{19}$$

Для рассмотренного выше рационального размещения приемников в случае двумерного волновода при двух приемниках ($z_1=H/8$, $z_2=5H/8$), согласно (15) и (19), имеем:

$$A_0 - \tilde{A}_0 = A_8 - A_{16} + A_{24} - \ldots, \tag{20}$$

$$A_1 - \tilde{A}_1 = (A_7 + A_9) - (A_{15} + A_{17}) + (A_{23} + A_{25}) - \ldots \tag{21}$$

Если при этом число незатухающих нормальных волн не больше двух, то даже при небольших L/H правые части выражений (20), (21) весьма малы, поскольку они определяются амплитудами быстро затухающих на участке $-L<x<0$ волн высоких номеров. Например, при $L=H/2$ гармонические нормальные волны седьмого и восьмого номеров затухают на этом участке соответственно не менее чем на 92 и 106 *дб*; амплитуды остальных волн, входящие в правые части (20) и (21), затухают еще быстрее. С увеличением числа приемников на единицу (при условии рационального их размещения) номера нормальных волн, амплитуды которых определяют амплитуды нескомпенсированной части волн первых номеров, возрастают на четыре единицы. Так, при трех приемниках, расположенных при $z_1=H/12$, $z_2=5H/12$ и $z_3=9H/12$,

$$A_0-\tilde{A}_0=A_{12}-A_{24}+A_{36}-\ldots,$$
$$A_1-\tilde{A}_1=(A_{11}+A_{13})-(A_{23}+A_{25})+(A_{35}+A_{37})-\ldots,$$
$$A_2-\tilde{A}_2=(A_{10}+A_{14})-(A_{22}+A_{26})+(A_{34}+A_{38})-\ldots$$

Таким образом, с ростом числа приемников точность расчета амплитуд быстро возрастает.

Найдем теперь средний квадрат амплитуд нескомпенсированной части нормальных волн $\langle|A_r-\tilde{A}_r|^2\rangle$, считая заданной функцию корреляции $R(y, z; y_1, z_1)$ падающего поля P в сечении $x=-L$. Согласно (19) имеем:

$$\langle|A_r-\tilde{A}_r|^2\rangle=\frac{1}{|\Phi_{rr}|^2}\sum_{q,s=\nu}^{\infty}\Phi_{qr}\Phi_{sr}^*\langle A_qA_s^*\rangle. \tag{22}$$

Для случая гармонического поля с функцией корреляции $R(y, z; y_1, z_1)$

$$\langle A_qA_s^*\rangle=\exp[i(\alpha_q-\alpha_s^*)L]\left[\overline{|\varphi_s|^2}\,\overline{|\varphi_q|^2}\,S^2\right]^{-1}\iint R(y,z,y_1,z_1)\varphi_q^*(y,z)\times$$
$$\times\varphi_s(y_1,z_1)\,dS\,dS_1,$$

где $dS=dydz$, $dS_1=dy_1dz_1$, интегрирование ведется по сечению волновода. Подставив этот результат в правую часть формулы (22), в частном случае δ-коррелированного в сечении $x=-L$ поля (такое поле создают размещенные в этом сечении дипольные источники со случайными и некоррелированными дипольными моментами), получаем:

$$\langle|A_r-\tilde{A}_r|^2\rangle=\langle|A_r|^2\rangle\frac{\overline{|\varphi_r|^2}}{|\Phi_{rr}|^2}\sum_{q=\nu}^{\infty}|\Phi_{qr}|^2\frac{1}{\overline{|\varphi_q|^2}}\exp[-2\mathrm{Im}(\alpha_q-\alpha_r)L].$$

Применительно к примеру, к которому относятся выражения (20) и (21), отсюда находим:

$$\langle|A_0-\tilde{A}_0|^2\rangle=2\langle|A_0|^2\rangle\left\{\exp\left[-8\pi\frac{2L}{H}\mathrm{Re}\sqrt{1-(kH/8\pi)^2}\right]+\right.$$
$$\left.+\exp\left[-16\pi\frac{2L}{H}\mathrm{Re}\sqrt{1-(kH/16\pi)^2}\right]+\ldots\right\},$$

$$\langle|A_1-\tilde{A}_1|^2\rangle=\langle|A_1|^2\rangle\left\{\exp\left[-7\pi\frac{2L}{H}\mathrm{Re}\sqrt{1-(kH/7\pi)^2}+\right.\right.$$
$$+\exp\left[-9\pi\frac{2L}{H}\mathrm{Re}\sqrt{1-(kH/9\pi)^2}\right]+$$
$$+\exp\left[-15\pi\frac{2L}{H}\mathrm{Re}\sqrt{1-(kH/15\pi)^2}\right]+$$
$$\left.+\exp\left[-17\pi\frac{2L}{H}\mathrm{Re}\sqrt{1-(kH/17\pi)^2}\right]+\ldots\right\}.$$

Если число незатухающих нормальных волн не больше двух, то при $L \geqslant H/2$ средняя интенсивность нескомпенсированной части этих волн меньше средней интенсивности падающих по крайней мере на 102 *дб* для первой волны и на 92 *дб* для второй. Увеличение коррелированности падающего поля в сечении $x=-L$ лишь увеличивает степень звукоизоляции благодаря уменьшению интенсивности мелкоструктурных составляющих падающего поля, лимитирующих точность определения амплитуд подлежащих гашению волн.

В рассмотренном выше более общем случае, когда источники исходного поля имеются по обе стороны от гасящей системы, а приемники и излучатели расположены в разных сечениях (причем объемные скорости и моменты излучателей определены уравнениями (6)), амплитуды нескомпенсированной части первых N нормальных волн, как видно из выражений (11), (12) и (14) при условии, что усеченные матрицы ранга $\nu \geqslant N$ коэффициентов Φ_{qr} и Φ_{qr}' диагональные, равны

$$A_r - \tilde{A}_r = -[\Phi_{rr} + \alpha_r \Phi_{rr}']^{-1} \sum_{q=\nu}^{\infty} [A_q e^{-i\alpha_q l} (\Phi_{qr} + \alpha_q \Phi_{qr}') +$$

$$+ B_q e^{i\alpha_q l} (\Phi_{qr} - \alpha_q \Phi_{qr}')]; \qquad (r < N).$$

Отсюда видно, что в общем случае средние квадраты амплитуд нескомпенсированной части нормальных волн суть линейные комбинации спектральных компонент функций корреляции звукового давления и составляющей скорости вдоль оси x в сечении $x=-l$; они быстро убывают с ростом числа приемников вместе с недиагональными коэффициентами Φ_{qr} и Φ_{qr}'. С увеличением коррелированности падающего поля по сечению $x=-l$ мелкоструктурные компоненты функции корреляции стремятся к нулю. Поэтому $\langle |A_r - \tilde{A}_r|^2 \rangle$ для первых N волн также при этом стремятся к нулю.

Излучатели, гасящие первые N нормальных волн, дают некоторый вклад в амплитуды волн A_n последующих номеров. Поэтому число излучателей N следует выбирать достаточно большим с тем, чтобы возможное увеличение амплитуд этих волн было несущественным из-за быстрого их затухания. Приведем выражения для добавок к амплитудам волн высших номеров в простейшем случае двумерной задачи с двумя гасящими монополями, координаты которых по оси z равны Z_1 и Z_2. Объемные скорости V_1 и V_2 этих излучателей на единицу длины вдоль оси y, при которых гасятся две первые нормальные волны с амплитудами A_0 и A_1, таковы:

$$V_1 = -\frac{A_0 \alpha_0 \psi_1(Z_2) - A_1 \psi_0(Z_2)}{\psi_0(Z_1)\psi_1(Z_2) - \psi_1(Z_1)\psi_0(Z_2)} \tag{23}$$

Выражение для V_2 получается переменой мест Z_2 и Z_1 в правой части (23). Для волновода с жесткими стенками (23) сводится к виду

$$V = -\frac{H}{\rho c} \frac{2A_0 \cos\zeta_2 - A_1 \sqrt{1-(\pi/kH)^2}}{\cos\zeta_2 - \cos\zeta_1}$$

где $\zeta_m = \pi Z_m / H$. Вклад этих источников в амплитуды A_n для $n \geqslant 2$ составляет

$$\delta A_n = -[2A_0(\cos\zeta_2 \cos n\zeta_1 - \cos\zeta_1 \cos n\zeta_2) + A_1(\cos n\zeta_2 - \cos n\zeta_1)\sqrt{1-(\pi/kH)^2}]/(\cos\zeta_2 - \cos\zeta_1)\sqrt{1-(n\pi/kH)^2} \tag{24}$$

и убывает с ростом номера волны. Целесообразно расположить излучатели в узлах первой из непогашенных волн, чтобы обратить в нуль вклад излучателей в эту волну, затухающую медленнее последующих. Полагая для

этого $Z_1=H/4$ и $Z_2=3H/4$, из (24) получим:

$$\delta A_2=0, \quad \delta A_3=2A_1\sqrt{1-\left(\frac{\pi}{kH}\right)^2}\Big/\sqrt{1-\left(\frac{3\pi}{kH}\right)^2},$$

$$\delta A_4=2A_0\Big/\sqrt{1-\left(\frac{4\pi}{kH}\right)^2},\ldots$$

В общем случае вклад излучателей в поле нормальной волны заданного номера получается суммированием по s правых частей выражений (2) и (3).

Во многих практически интересных случаях эффективное гашение можно осуществить излучателями, малыми по сравнению с расстояниями между ними и длиной волны, когда дифракционные эффекты еще малы. При большой плотности излучателей и приемников дифракционное искажение поля будет существенным.

Автор благодарен В. В. Тютекину, указавшему на рассмотренную в настоящей статье задачу, и М. А. Исаковичу за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. Д. Малюжинец.* Нестационарные задачи дифракции для волнового уравнения с финитной правой частью. Тр. Акуст. ин-та, 1971, вып. 15, 124–139.
2. *М. В. Федорюк.* О работах Г. Д. Малюжинца по теории волновых потенциалов. Тр. Акуст. ин-та, 1971, вып. 15, 169–179.
3. *М. В. Федорюк.* Об одном методе активного гашения звука. Акуст. ж., 1974, *20*, 5, 809–810.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
17 января 1975 г.