АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIII 1977 Вып. 3

УДК 534.44

МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВИБРАЦИЙ

Ю. И. Бобровницкий, М. Д. Генкин

Предлагается метод определения вкладов одновременно работающих статистически взаимосвязанных источников (машин) в суммарное поле низкочастотных вибраций, основанный на оценке отношений коэффициентов передачи среднеквадратичных уровней вибраций для каждой пары источников.

Задача разделения и локализации источников вибраций или шума состоит в определении вкладов нескольких одновременно работающих источников, например машин и механизмов, в структурное поле вибраций или воздушный шум помещения (машинного отделения, цеха). Наиболее просто эта задача решается методом последовательного включения источников, спектральным методом (если различные источники дают вклады в неперекрывающихся частотных диапазонах) или с помощью направленных приемников. На практике, однако, чаще всего приходится иметь дело с источниками, работающими только совместно, генерирующими сигналы с перекрывающимися спектрами и установленными в ограниченных помещениях, где трудно выделить преимущественное направление распространения вибраций или шума. Решение задачи в этих случаях можно получить для статистически независимых источников посредством корреляционного метода [1] или метода взаимных спектров [2]. Если акустические сигналы в самих источниках в силу тех или иных причин статистически связаны и доступны измерению, то и тогда задача решается методом взаимных спектров [3]. Аналогичные решения содержатся в работах [4, 5].

Задача разделения сильно усложняется, если вибрации или шумы непосредственно в источниках измерить не удается. Такая ситуация обычно имеет место, когда источниками являются машины, механизмы или отдельные механические узлы. В этих случаях в качестве опорных сигналов, характеризующих источники, используют показания датчиков, установленных поблизости от них, например на корпусах машин и механизмов. Эти датчики воспринимают вибрации (шумы) не только «своих», но и всех остальных источников. В результате этого, несмотря на независимость «истинных» сигналов источников, недоступных измерению, их опорные (измеряемые) сигналы оказываются статистически связанными между собой. Расчетная модель здесь представляется в виде $n+1$-полюсника, содержащего n независимых точечных источников случайных сигналов $x_i(t)$ $(i=1, 2, \dots, n)$, недоступных непосредственному измерению, которые через линейные звенья поступают на n входных клемм, где формируются доступные измерению опорные сигналы вида

$$(1)\qquad y_i(t)=\sum_{k=1}^{n}\int_{-\infty}^{t} h_{ik}(t-t')\,x_k(t')\,dt' \qquad (i=1,2,\dots,n),$$

и на $n+1$-ю или выходную клемму, сигнал в которой моделирует акустический сигнал в точке наблюдения и имеет вид

$$z(t)=\sum_{k=1}^{n}\int_{-\infty}^{t}h_k(t-t')x_k(t')dt'+\xi(t). \tag{2}$$

В этих выражениях $h_{ik}(t)$ и $h_k(t)$ — импульсные переходные функции линейных звеньев, $\xi(t)$ — помеха, некоррелированная с $x_i(t)$ и обусловленная посторонними источниками. Задача в такой постановке рассматривалась в работе [6]. Из нее, в частности, следует, что знание автокорреляционных функций и функций взаимной корреляции сигналов (1) и (2) или соответствующих им спектральных характеристик позволяет найти вклады источников лишь в особых случаях, например при известных функциях $h_{ii}(t)$, при $h_{ik}(t)=h_{ki}(t)$ и тому подобных предположениях [7–9]. В общем же случае этих данных недостаточно для определения передаточных функций, характеристик источников и, следовательно, искомых вкладов, так как получающаяся система содержит $2n^2+n+1$ неизвестных величин и только $(n+1)^2$ уравнений. Введение в рассмотрение сигналов, добавочных к описываемым выражением (1) и характеризующих источники, например $y_{n+1}(t)$, $y_{n+2}(t)$ и т. д., не меняет дела, так как дополнительные спектральные и корреляционные характеристики оказываются линейно зависимыми от первоначальных [10, 11]. Таким образом, для решения задачи разделения источников помимо всевозможных спектральных и корреляционных характеристик измеряемых сигналов типа (1) и (2) необходимы дополнительные данные о рассматриваемой колебательной системе, получаемые без привлечения этих сигналов.

Ниже задача разделения решается с помощью оценки отношений перекрестных коэффициентов передачи между источниками. В случае амортизированных машин и механизмов на низких частотах эти отношения удается выразить через известные параметры машин и их амортизаторов. Этих данных оказывается достаточно для получения полного решения.

Для упрощения выкладок ограничимся рассмотрением двух источников, например машин. Распространение результатов на случай n источников не вносит дополнительных трудностей. Для практических расчетов вместо соотношений (1), (2) связь между сигналами удобнее представлять в виде следующих равенств:

$$\begin{aligned} &y_1(t)=x_1(t)+h_{12}x_2(t),\\ &y_2(t)=h_{21}x_1(t)+x_2(t),\\ &z(t)=k_1x_1(t)+k_2x_2(t)+\xi(t). \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь вместо импульсных переходных функций введены коэффициенты передачи. Коэффициенты h_{21} и k_1 являются отношениями среднеквадратичных уровней вибраций на корпусе второй машины и в точке наблюдения без учета $\xi(t)$ к среднеквадратичному уровню вибраций на корпусе первой машины при ее автономной работе. Аналогично определяются и коэффициенты передачи h_{12} и k_2. Все они выражаются через переходные функции и энергетические спектры сигналов в источниках. Коэффициенты передачи h_{11} и h_{22} приняты равными единице, так как место расположения источников здесь не имеет значения. Помеха $\xi(t)$ не коррелирована с сигналами $x_1(t)$ и $x_2(t)$.

Представление сигналов в виде (3) в общем случае не равнозначно представлению в виде (1), (2). Однако при некоторых ограничениях, накладываемых на ширину частотной полосы $\Delta\omega$ (см. ниже), эти два представления эквивалентны в смысле равенства среднеквадратичных уровней и наибольших значений коэффициентов взаимной корреляции.

Для нахождения вкладов источников построим из наблюдаемых сигналов $y_1(t)$ и $y_2(t)$ два новых сигнала [9]

$$\begin{aligned} &u_1(t)=y_1(t)-p_{12}y_2(t), \\ (4) \qquad & \\ &u_2(t)=y_2(t)-p_{21}y_1(t) \end{aligned}$$

и потребуем, чтобы они были пропорциональны сигналам $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Тогда искомые вклады определятся простыми формулами.

$$(5) \qquad V_i=k_i^2\overline{x_i^2}=(\overline{u_i z})^2/\overline{u_i^2},$$

где черта сверху означает усреднение по времени.

Путем подстановки соотношений (3) в (4) нетрудно установить, что для неизвестных коэффициентов p_{12}, p_{21} имеется два решения: $p_{12}=h_{12}$, $p_{21}=h_{21}$ и $p_{12}=h_{21}^{-1}$, $p_{21}=h_{12}^{-1}$. В первом случае функция $u_1(t)$ пропорциональна $x_1(t)$, во втором — $x_2(t)$. Отношение γ коэффициентов p_{12} и p_{21} в обоих случаях оказывается равным отношению перекрестных коэффициентов передачи:

$$(6) \qquad \gamma=p_{12}/p_{21}=h_{12}/h_{21}.$$

Для машин, которые не могут быть включены по очереди, величины h_{12} и h_{21} нельзя измерить экспериментально. Теоретические оценки коэффициентов передачи также едва ли возможны ввиду чрезвычайной сложности расчетов распространения колебательной энергии по опорным конструкциям. Однако оценка отношения коэффициентов передачи $\gamma=h_{12}/h_{21}$ в ряде случаев представляется доступной. Так, при зеркально-симметричной установке двух одинаковых машин оно всегда равно единице. Покажем, что в случае низкочастотных вибраций с помощью теоремы взаимности можно исключить из расчетов переходные динамические жесткости опорных конструкций, трудно поддающиеся вычислению, и выразить отношение γ через параметры машин и их амортизаторов.

Рассмотрим колебания двух машин с номерами 1 и 2, установленных на амортизаторы с жесткостями C_1 и C_2, в диапазоне низких частот, где машины колеблются как твердые недеформируемые тела. При автономной работе первой машины на ее корпусе над j-м амортизатором установится среднеквадратичный уровень вибраций v_{1j}, где $j=1, 2, \ldots, n_1$. Поскольку динамическая жесткость амортизаторов меньше входной жесткости опорной конструкции (фундамента), под амортизаторами на фундаменте первой машины возникнут силы $F_j=C_1v_{1j}$, которые вызовут в местах крепления амортизаторов к фундаменту второй машины вибрации со среднеквадратичными уровнями v_{2k}', где $k=1, 2, \ldots, n_2$ — номер амортизатора под второй машиной. Аналогично, при автономной работе второй машины над ее амортизаторами установятся вибрации с уровнями w_{2k}, вызывающие на своем фундаменте силы $\Phi_k=C_2w_{2k}$ и на фундаменте первой машины вибрации с уровнями w_{1j}'. По теореме взаимности [12] имеем следующее соотношение между этими величинами: $\sum_{j=1}^{n_1} F_j w_{1j}' = \sum_{k=1}^{n_2} \Phi_k v_{2k}'$. При синфазном движении машин в вертикальном направлении ($v_{1j}=v_1$, $v_{2k}'=v_2'$, $w_{1j}'=w_1'$, $w_{2k}=w_2$) это дает $C_1n_1v_1w_1'=C_2n_2v_2'w_2$. Учитывая, что уровни вибраций на корпусах машин v_2 и w_1, обусловленные вибрациями на фундаментах, равны $v_2=v_2'n_2C_2/|n_2C_2+Z_2|$, $w_1=w_1'n_1C_1/|n_1C_1+Z_1|$, где $Z_i=-M_i\omega^2$ — динамические жесткости машин, и что $h_{12}=$

$=w_1/w_2$, $h_{21}=v_2/v_1$, получим отношение коэффициентов передачи в следующем виде:

$$\gamma=|n_2C_2-M_2\omega^2|/|n_1C_1-M_1\omega^2|.$$

На частотах, лежащих ниже первых собственных частот колебаний машин на амортизаторах $\omega_j=(n_jC_j/M_j)^{1/2}$, $j=1, 2$, это отношение приближенно равно отношению общих жесткостей амортизаторов: $\gamma\approx n_2C_2/n_1C_1$. На частотах, превышающих первые собственные частоты, на которых, однако, машины еще могут рассматриваться как недеформируемые тела, коэффициент γ близок к отношению масс исследуемых машин M_2/M_1. На промежуточных частотах (в окрестностях резонансов ω_1 и ω_2) помимо упругости амортизаторов и массы машин в формуле для γ нужно учитывать также затухание в амортизаторах. Если $C_j=C_{j0}(1+i\eta_j)$, где η_j — коэффициенты потерь в амортизаторах, то $\gamma=[A_2/A_1]^{1/2}$, где $A_j=(n_jC_{j0}-M_j\omega^2)^2+$ $+\eta_j^2C_{j0}^2$, $j=1, 2$. Практически этой формулой можно пользоваться вплоть до частот, в несколько раз превышающих собственные частоты ω_1 и ω_2. Для оценки γ на более высоких частотах, где необходимо учитывать различные формы движения машин, неравномерность распределения уровней вибраций на их корпусах и другие факторы, требуется привлечение более точных методов [13—15]. Опыт показывает, однако, что значительные корреляционные связи между машинами и механизмами имеют место лишь на низких частотах, где введение сильно упрощающих допущений, аналогичных вышеизложенным, вполне оправдано.

При заданном отношении коэффициентов передачи γ уравнение (6) дает связь между неизвестными коэффициентами p_{12} и p_{21}. Второе уравнение, необходимое для определения этих коэффициентов, получается из условия статистической независимости сигналов (4):

$$\overline{u_1u_2}=\overline{y_1y_2}(1+p_{12}p_{21})-p_{21}\overline{y_1^2}-p_{12}\overline{y_2^2}=0. \tag{7}$$

Определив p_{12} и p_{21} из системы уравнений (6) и (7), с помощью соотношений (4), (5) можно затем получить решение задачи разделения источников.

Здесь следует отметить, что функции взаимной корреляции $\overline{y_1y_2}$ и $\overline{y_iz}$, входящие в формулы (5) и (7), в соответствии с выбранной моделью сигналов (3) должны представлять полную линейную связь между сигналами $y_i(t)$ и $z(t)$. Поэтому для реальных сигналов эти функции нужно брать при задержках времени τ, соответствующих наибольшим их значениям: $\overline{y_1y_2}=(\overline{y_1^2}\,\overline{y_2^2})^{1/2}R_{12}(\tau_{12\,\max})$ и $\overline{y_iz}=(\overline{y_i^2}\,\overline{z^2})^{1/2}R_i(\tau_{i\,\max})$, где $R_{12}(\tau)$, $R_i(\tau)$ — коэффициенты корреляции. Кроме того, поскольку части сигналов (1), (2), отвечающие разным источникам, имеют различные времена запаздывания T_i, необходимо, чтобы все эти времена лежали в пределах интервала корреляции $\Delta\tau$. Это накладывает на используемую при измерениях полосу частот $\Delta\omega$ ограничение вида $\Delta\omega<2\pi|T_i-T_k|^{-1}$. Например, если машины установлены на металлической опорной конструкции в пределах 30 *м* друг от друга, ширина полосы не должна превышать 100 *гц*.

Другое ограничение, накладываемое на ширину полосы, обусловлено неравномерностью переходных амплитудно-фазовых частотных характеристик опорных конструкций, в частности дисперсией упругих волн. При распространении по такой конструкции вибрационный сигнал изменяет свою форму, в результате чего коэффициент корреляции между сигналами на входе и выходе конструкции не равен единице, несмотря на линейную связь между ними и на отсутствие помех. Это явление декорреляции рассматривалось в литературе для некоторых простых конструкций [4, 16], однако в общем виде не исследовано. Поэтому для оценки ширины полосы $\Delta\omega$, при которой на заданном расстоянии в конкретной конструкции еще не происходит потери корреляции, требуются специальные теоретические расчеты или дополнительные экспериментальные измерения.

Существенное влияние на выбор полосы $\Delta\omega$ оказывает и спектральный состав сигналов источников. Если в спектре машины присутствует ярко выраженная дискретная составляющая, то ширина полосы фильтра, используемого в измерительной аппаратуре, не имеет большого значения, так как фактическая полоса анализа определяется в данном случае малой шириной дискретной составляющей.

Учитывая все эти факторы и выбрав полосу анализа $\Delta\omega$, при которой наибольшее значение коэффициента корреляции является характеристикой полной линейной связи между сигналами, из системы уравнений (6), (7) нетрудно определить неизвестные коэффициенты: $p_{21}=[a-(a^2-4\gamma)^{1/2}]/2\gamma$, $p_{12}=\gamma p_{21}$, где $a=(\overline{y_1^2}+\gamma\overline{y_2^2})/\overline{y_1y_2}\geqslant 2\gamma^{1/2}$. Если корреляционная связь между источниками невелика и выполняется неравенство $R_{12}(\tau_{12\max})\ll 2$, формула для p_{21} упрощается:

$$p_{21}=\frac{R_{12}(\tau_{12\max})}{(\overline{y_1^2}/\overline{y_2^2})^{1/2}+\gamma(\overline{y_2^2}/\overline{y_1^2})^{1/2}}$$

Подставив затем полученные значения p_{21} и p_{12} в соотношения (4) и (5), можно выразить искомые вклады источников через среднеквадратичные уровни и наибольшие значения коэффициентов корреляции сигналов $y_i(t)$ и $z(t)$.

Изложенное выше решение задачи разделения источников имеет наглядную геометрическую интерпретацию. Если независимые сигналы $x_1(t)$ и $x_2(t)$ изобразить на плоскости двумя ортогональными векторами, то функциям $y_1(t)$ и $y_2(t)$, согласно (3), будут соответствовать векторы, расположенные под острым углом. Операция (4) разворачивает эти векторы (одновременно уменьшая их модули) до совпадения с направлениями $x_1(t)$ и $x_2(t)$, после чего по формуле (5) определяются проекции на эти направления трехмерного вектора $z(t)$.

Для n источников вклады определяются аналогично. Соотношения (3) записываются в векторной форме $y(t)=Hx(t)$, где $x(t)$, $y(t)$ — случайные n-мерные вектор-функции, H — матрица коэффициентов передачи. Составляется вектор-функция $u(t)=(E-P)y(t)$, где E — единичная матрица, P — матрица, у которой на главной диагонали стоят нули, а все другие элементы p_{ik} неизвестны. Вводя далее для каждой пары источников отношение коэффициентов передачи $\gamma_{ik}=h_{ik}/h_{ki}=p_{ik}/p_{ki}$ $(i\neq k)$ и оценив их на основе общего рассмотрения колебательной системы, из условия ортогональности функций $u_i(t)$ можно определить все неизвестные элементы матрицы P и по формуле (5) вычислить вклады источников.

Предложенный метод был опробован при исследовании влияния главных машин и механизмов некоторых пассажирских судов на уровни вибраций их корпусов. Измерения проводились на низких частотах (до 100 *гц*) в $^1/_3$-октавных полосах в наиболее виброактивных участках спектра. Как правило, в таких участках вибрация обусловлена главным образом дискретными составляющими, поэтому, несмотря на сравнительно широкую полосу анализа, потери корреляции были незначительны. На автономных режимах коэффициент корреляции между вибрациями опорных лап работающей машины и корпуса судна не падал ниже 0,9. В исследуемом частотном диапазоне наблюдалась сильная связь между вибрациями отдельных источников. В ряде случаев она достигала значения 0,6. Вычисленные по формуле (5) вклады машин и механизмов при их совместной работе сравнивались с мощностью наводимых ими вибраций в автономном режиме. Расхождение между этими данными не превышало 20%.

ЛИТЕРАТУРА

1. *K. W. Goff.* An application of correlation techniques to some acoustic measurements. J. Acoust. Soc. America, 1955, *27*, 2, 236–246.
2. *А. К. Новиков.* Применение метода взаимных спектров к некоторым акустическим измерениям. Сб. Борьба с шумами и вибрациями. М., Госстройиздат, 1966, стр. 133–137.
3. *Дж. Бендат, А. Пирсол.* Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1974.
4. *А. К. Новиков.* Корреляционные измерения в корабельной акустике. Л., «Судостроение», 1971.
5. *Н. А. Рубичев.* Метод экспериментального определения вклада отдельных источников в суммарный шум. Сб. Кибернетическая диагностика механических систем по виброакустическим процессам. Изд-во Каунасского политехнического ин-та, 1972, стр. 9–11.
6. *Ф. Я. Балицкий, Ю. И. Бобровницкий, А. Г. Соколова.* Измерение вибраций при наличии коррелированных помех. Сб. Анализ и воспроизведение вибраций, ч. 2. Л., Изд-во ЛДНТП, 1967, стр. 21–24.
7. *Ф. Я. Балицкий, М. Д. Генкин, А. Г. Соколова.* Корреляционный метод локализации статистически зависимых источников шума. Сб. Борьба с шумами и вибрациями. М., Госстройиздат, 1966, стр. 67–71.
8. *М. Д. Генкин, В. И. Сергеев, А. Г. Соколова.* Применение корреляционного метода к расчету динамических характеристик механических систем в условиях их нормальной эксплуатации. Сб. Виброакустическая активность механизмов с зубчатыми передачами. М., «Наука», 1971, стр. 205–216.
9. *Д. Г. Левченко.* Вопросы разделения сигналов, отличающихся функциями автокорреляции. Сб. Методы представления и аппаратурный анализ случайных процессов и полей, секция 1. Л., Изд-во ВНИИ электроизмерительных приборов, 1970, стр. 82–85.
10. *Д. Г. Левченко.* К вопросу об измерениях в недоступной области. Сб. Методы представления и аппаратурный анализ случайных процессов и полей, секция 1. Изд. Новосибирского ГосНИИ мер и измерительных приборов, 1968, стр. 130–133.
11. *C. J. Dodds, J. D. Robson.* Partial coherence in multivariate random processes. J. of sound and vibration, 1975, *42*, 2, 243–249.
12. *А. Ляв.* Математическая теория упругости. М.– Л., ОНТИ, 1935.
13. *М. Д. Генкин, В. В. Яблонский.* Механизм как многополюсный генератор колебаний. Сб. Виброакустическая активность механизмов с зубчатыми передачами. М., «Наука», 1971, стр. 161–167.
14. *В. И. Попков.* Виброакустическая диагностика и снижение виброактивности судовых механизмов. Л., «Судостроение», 1974.
15. *К. И. Мальцев.* Вибрация фундаментов судовых машин. Вопросы судостроения. Сер. технол. судостроения, 1974, 5, 76—87.
16. *А. Г. Соколова.* Некоторые особенности корреляционного анализа вибраций неоднородных конструкций. Сб. Виброакустическая активность механизмов с зубчатыми передачами. М., «Наука», 1971, стр. 216–220.

Государственный научно-исследовательский
институт машиноведения
им. А. А. Благонравова

Поступила
23 апреля 1976 г.