

УДК 534.26

О ВЛИЯНИИ СРЕДЫ НА КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИН, СОЧЛЕНЕННЫХ ПОД ПРЯМЫМ УГЛОМ

В. А. Вешев, Д. П. Коузов

Дано точное решение дифракционной задачи для модели, состоящей из двух тонких упругих пластин, сочлененных под прямым углом и находящихся в контакте с жидкостью. Источником поля является поверхностная изгибная волна, набегающая вдоль одной из пластин. Определен коэффициент отражения этой волны от места стыка пластин и коэффициент трансформации ее в поверхностную волну, распространяющуюся вдоль второй пластины. Приведена угловая диаграмма для звукового поля в дальней зоне.

Вопросу о влиянии внешней акустической среды на передачу колебательной энергии от одной пластины к другой, ортогонально с ней сочлененной, посвящены работы [1, 2]. В этих работах учитывается контакт с жидкостью только одной из пластин, что приводит к существенному упрощению теоретического расчета волнового поля. Ниже учитывается контакт с жидкостью обеих пластин. Метод нахождения точного математического решения в такой постановке изложен в работе [3].

Пусть резервуар ($x > 0, y > 0$) заполнен идеальной сжимаемой жидкостью. Стенки резервуара ($x > 0, y = 0$ и $x = 0, y > 0$) представляют собой упругие пластины, способные лишь к изгибным колебаниям. Источник поля — поверхностная изгибная волна, набегающая вдоль горизонтальной пластины (фиг. 1).

Звуковое давление в жидкости $P(x, y)$ является решением однородного уравнения Гельмгольца

$$(1) \quad (\Delta + k^2)P(x, y) = 0 \quad (x > 0, y > 0)$$

при граничных

$$(2) \quad \left[\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} - \kappa_1^4 \right) \frac{\partial}{\partial y} + \nu_1 \right] P(x, 0) = 0 \quad (x > 0),$$

$$\left[\left(\frac{\partial^4}{\partial y^4} - \kappa_2^4 \right) \frac{\partial}{\partial x} + \nu_2 \right] P(0, y) = 0 \quad (y > 0)$$

и гранично-контактных условиях

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial P(x, 0)}{\partial y} = 0, \quad \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial P(0, y)}{\partial x} = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^2 P(x, 0)}{\partial x \partial y} + \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^2 P(0, y)}{\partial y \partial x} = 0,$$

$$D_1 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\partial^3 P(x, 0)}{\partial x^2 \partial y} - D_2 \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\partial^3 P(0, y)}{\partial y^2 \partial x} = 0.$$

Искомая функция $P(x, y)$ считается непрерывной в начале координат и удовлетворяющей за вычетом падающего поля принципу предельного поглощения.

Выше были введены следующие обозначения: k — волновое число в жидкости, κ_s — волновое число изгибных волн в пластине ($s = 1, 2$; ин-

декс 1 относится к горизонтальной, 2 — к вертикальной пластине), $\nu_s = \rho\omega^2/D_s$, ρ — плотность жидкости, D_s — цилиндрическая жесткость пластины, ω — круговая частота. Множитель $\exp(-i\omega t)$, задающий зависимость процессов от времени t , всюду опущен.

Уравнения (2) — написанные в терминах давления уравнения изгибных колебаний горизонтальной и вертикальной пластин с учетом контакта с жидкостью.

Первые два из условий (3) означают отсутствие смещений пластин в начале координат. Это обстоятельство связано с тем, что каждая из пластин предполагается обладающей бесконечной жесткостью относительно продольных смещений. Последующие условия выражают неизменность угла между пластинами и отсутствие стороннего вращающего момента на стыке пластин*.

Представим искомое поле $P(x, y)$ в виде суммы трех слагаемых:

$$(4) \quad P(x, y) = P_0(x, y) + P_1(x, y) + Q(x, y),$$

$$P_0 = A \exp(-i\lambda_{10}x - \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2}y),$$

$$P_1 = -A \frac{m_2(-\lambda_{10})}{m_2(\lambda_{10})} \exp(i\lambda_{10}x - \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2}y),$$

$$m_2(\lambda) = i\lambda[(\lambda^2 - k^2)^2 - \kappa_2^4] + \nu_2.$$

Падающее поле $P_0(x, y)$ представляет собой поверхностную волну в системе пластина — жидкость, которая распространяется вдоль горизонтальной пластины в направлении убывания координаты x ; A — амплитуда этой волны, λ_{10} — ее волновое число, т. е. тот корень функции

$$(5) \quad l_1(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - k^2}(\lambda^4 - \kappa_1^4) - \nu_1,$$

который при отсутствии затухания в среде и пластине является вещественным и положительным. $P_1(x, y)$ — отраженная от места стыка пластин поверхностная волна, а $Q(x, y)$ — искомое отраженно-дифрагированное поле. Выделение отраженного поля P_1 продиктовано удобством построения решения. Учет поля Q приведет в дальнейшем к добавлению в коэффициент отражения $-m_2(-\lambda_{10})/m_2(\lambda_{10})$ некоторой дифракционной поправки.

Для дальнейшего полезно рассмотреть распределение энергии, переносимой поверхностной волной P_0 , между пластиной и жидкостью. Если обозначить линейные плотности средней (за период) мощности, переносимой по пластине и по жидкости, через W_1 и W_2 соответственно, то для них справедливы следующие выражения:

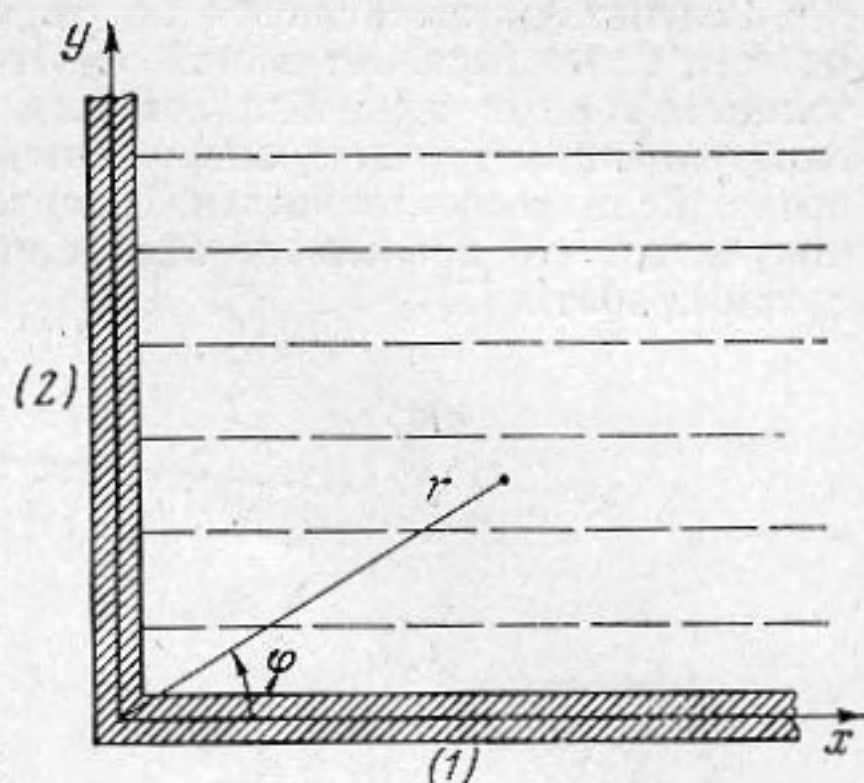
$$(6) \quad W_1 = \frac{D_1\omega}{2(\rho\omega^2)^2} \operatorname{Im} \left\{ \frac{\partial^4 P_0(x, 0)}{\partial x^3 \partial y} \overline{\frac{\partial P_0(x, 0)}{\partial y}} - \frac{\partial^3 P_0(x, 0)}{\partial x^2 \partial y} \overline{\frac{\partial^2 P_0(x, 0)}{\partial x \partial y}} \right\} =$$

$$= \frac{|A|^2 \lambda_{10}^3 (\lambda_{10}^2 - k^2)}{\nu_1 \rho \omega},$$

$$W_2 = \frac{1}{2\rho\omega} \operatorname{Im} \left\{ \int_0^{+\infty} P_0 \overline{\frac{\partial P_0}{\partial x}} dy \right\} = \frac{|A|^2 \lambda_{10} (\lambda_{10}^4 - \kappa_1^4)}{4\nu_1 \rho \omega}.$$

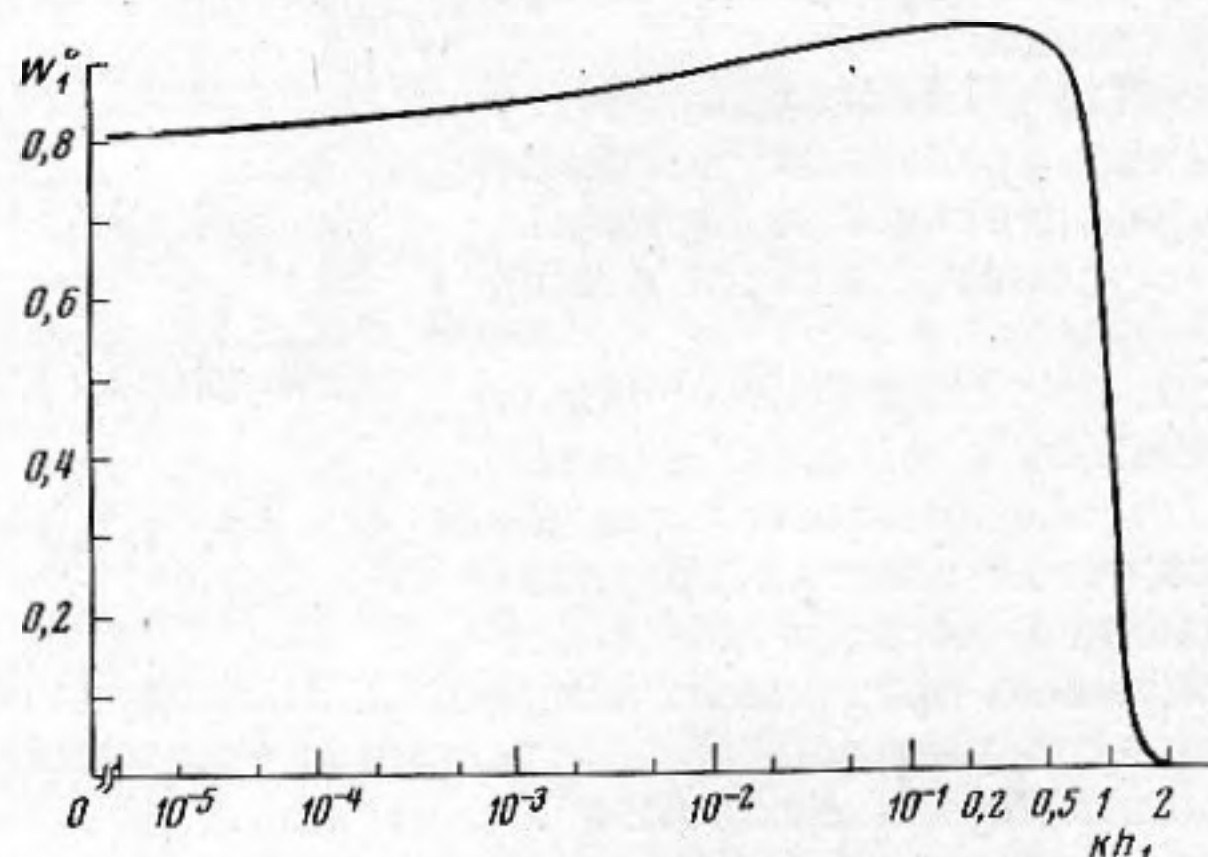
Черта здесь является знаком комплексного сопряжения.

* Отметим, что в работе [3] допущена опечатка в знаке в формуле (1.8).



Фиг. 1. Система координат

Результаты вычислений по формулам (6) для системы сталь — вода приведены на фиг. 2. По горизонтальной оси на ней отложен безразмерный параметр kh_1 (h_1 — толщина горизонтальной пластины), по вертикальной — параметр $W_1^0 = W_1 / (W_1 + W_2)$, определяющий ту часть энергии поверхностной волны, которая переносится по пластине. Если воспользоваться асимптотическим ($kh_1 \rightarrow 0$) значением корня λ_{10} [4], то получится, что предельное значение $W_1^0 = 0,8$ при $kh_1 \rightarrow 0$. Это согласуется с результатами работы [5].



Фиг. 2. Зависимость переносимой по пластине части энергии поверхностной волны W_1^0 от безразмерного параметра kh_1

На фиг. 2 выделяются две области: докритическая ($kh_1 < 0,8$) и окологритическая ($kh_1 \sim 1$). Для системы сталь — вода значение $kh_1 = 0,958$ соответствует критической частоте, т. е. частоте, при которой $k = \kappa_1$. В докритической области W_1^0 изменяется незначительно, достигая максимального значения 0,934 при $kh_1 = 0,22$. В этой области практически вся (больше 80%) энергия поверхностной волны распространяется по пластине. В окологритической области W_1^0 начинает быстро уменьшаться, т. е. происходит перераспределение энергии поверхностной волны между пластиной и жидкостью: все большая часть энергии переносится по жидкости.

Искомая функция $Q(x, y)$ должна удовлетворять однородному уравнению Гельмгольца, требованиям непрерывности в начале координат и затухания на бесконечности, а также следующим граничным условиям:

$$(7) \quad \left[\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} - \kappa_1^4 \right) \frac{\partial}{\partial y} + \nu_1 \right] Q(x, 0) = 0 \quad (x > 0),$$

$$\left[\left(\frac{\partial^4}{\partial y^4} - \kappa_2^4 \right) \frac{\partial}{\partial x} + \nu_2 \right] Q(0, y) = 0 \quad (y > 0).$$

Очевидно, что при этом для суммарного поля P будут выполнены условия (1), (2). Поле $Q(x, y)$ представим в виде разложения по плоским волнам

$$Q(x, y) = A \int_{\Lambda} q(\lambda) \exp(i\lambda x - \sqrt{\lambda^2 - k^2} y) d\lambda$$

при традиционном выборе ветви радикала [4]. Для выполнения условия на бесконечности контур интегрирования Λ должен обходить особенности подынтегральной функции, расположенные на отрицательной части вещественной оси, сверху, а на положительной — снизу. Если подчинить $q(\lambda)$ следующей оценке при $\lambda \rightarrow \infty$:

$$q(\lambda) = o(\lambda^{-1-\epsilon}) \quad (\epsilon > 0),$$

то $Q(x, y)$ автоматически будет удовлетворять однородному уравнению Гельмгольца и требованию непрерывности в начале координат.

Граничные условия (7) приводят к системе двух интегральных уравнений

$$(8) \quad \int_{\Lambda} q(\lambda) l_1(\lambda) \exp(i\lambda x) d\lambda = 0 \quad (x > 0),$$

$$\int_{\Lambda} q(\lambda) m_2(\lambda) \exp(-\sqrt{\lambda^2 - k^2} y) d\lambda = 0 \quad (y > 0).$$

Процедура решения системы (8) вполне аналогична описанной в работе [3] и поэтому не приводится. Решения имеют вид

$$(9) \quad P(x, y) = P_0(x, y) + P_1(x, y) + Q(x, y),$$

$$P_0 = A \exp(-i\lambda_{10}x - \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2}y),$$

$$P_1 = -A \frac{m_2(-\lambda_{10})}{m_2(\lambda_{10})} \exp(i\lambda_{10}x - \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2}y),$$

$$Q = A \int_{\Lambda_1} \frac{\lambda(a\lambda^6 + b\lambda^4 + c\lambda^2 + d)}{l_1(\lambda) m_2(\lambda)} \exp(i\lambda x - \sqrt{\lambda^2 - k^2}y) d\lambda =$$

$$= A \int_{\Lambda_2} \frac{\lambda[a(k^2 - \lambda^2)^3 + b(k^2 - \lambda^2)^2 + c(k^2 - \lambda^2) + d]}{l_2(\lambda) m_1(\lambda)} \exp(i\lambda y - \sqrt{\lambda^2 - k^2}x) d\lambda,$$

$$l_2(\lambda) = \sqrt{\lambda^2 - k^2}(\lambda^4 - \kappa_2^4) - \nu_2,$$

$$m_1(\lambda) = i\lambda[(\lambda^2 - k^2)^2 - \kappa_1^4] + \nu_1.$$

Контур интегрирования Λ_1 изображен на фиг. 3. Он симметричен относительно начала координат и, за исключением некоторой конечной области, проходит по действительной оси. Корни μ_{2j} полинома $m_2(\lambda)$ контур Λ_1 обходит сверху. Корни λ_{1j} алгебраической функции $l_1(\lambda)$, для которых $0 \leq \arg \lambda_{1j} < \pi$, располагаются выше контура, а прочие корни ($\pi \leq \arg \lambda_{1j} < 2\pi$) остаются ниже. Контур Λ_2 определяется сходным образом с взаимной заменой индексов 1 и 2.

На основании гранично-контактных равенств (3) получается линейная неоднородная система для нахождения констант a, b, c, d :

$$(10) \quad aT_{1,7} + bT_{1,5} + cT_{1,3} + dT_{1,1} = \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2} \frac{m_2(-\lambda_{10}) - m_2(\lambda_{10})}{m_2(\lambda_{10})},$$

$$a(k^6 T_{2,1} - 3k^4 T_{2,3} + 3k^2 T_{2,5} - T_{2,7}) + b(k^4 T_{2,1} - 2k^2 T_{2,3} + T_{2,5}) +$$

$$+ c(k^2 T_{2,1} - T_{2,3}) + dT_{2,1} = -i\lambda_{10} \frac{m_2(-\lambda_{10}) + m_2(\lambda_{10})}{m_2(\lambda_{10})},$$

$$a(T_{1,8} + k^6 T_{2,2} - 3k^4 T_{2,4} + 3k^2 T_{2,6} - T_{2,8}) + b(T_{1,6} + k^4 T_{2,2} - 2k^2 T_{2,4} + T_{2,6}) +$$

$$+ c(T_{1,4} + k^2 T_{2,2} - T_{2,4}) + d(T_{1,2} + T_{2,2}) =$$

$$= 2\lambda_{10} \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2} \frac{m_2(\lambda_{10}) + m_2(-\lambda_{10})}{m_2(\lambda_{10})},$$

$$a[D_1 T_{1,9} - D_2(k^6 T_{2,3} - 3k^4 T_{2,5} + 3k^2 T_{2,7} - T_{2,9})] +$$

$$+ b[D_1 T_{1,7} - D_2(k^4 T_{2,3} - 2k^2 T_{2,5} + T_{2,7})] + c[D_1 T_{1,5} - D_2(k^2 T_{2,3} - T_{2,5})] +$$

$$+ d(D_1 T_{1,3} - D_2 T_{2,3}) = D_1 \lambda_{10}^2 \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2} \frac{m_2(-\lambda_{10}) - m_2(\lambda_{10})}{m_2(\lambda_{10})} - \\ - i D_2 \lambda_{10} (\lambda_{10}^2 - k^2) \frac{m_2(-\lambda_{10}) + m_2(\lambda_{10})}{m_2(\lambda_{10})}.$$

Здесь введены следующие обозначения для интегралов [3]:

$$(11) \quad T_{1,n} = \int_{\Lambda_1} \frac{\lambda^n \sqrt{\lambda^2 - k^2} e^{i0\lambda} d\lambda}{l_1(\lambda) m_2(\lambda)}, \quad T_{2,n} = \int_{\Lambda_2} \frac{\lambda^n \sqrt{\lambda^2 - k^2} e^{i0\lambda} d\lambda}{l_2(\lambda) m_1(\lambda)} \\ (n=1, 2, 3, \dots, 8, 9).$$

Если воспользоваться способом, указанным в работе [4], и условиями $m_s(\lambda) = -l_s [i(\lambda^2 - k^2)^{1/2}]$ ($s=1, 2$), то интегралы (11) можно свести к суммам вычетов в корнях функций $l_s(\lambda)$:

$$(12) \quad T_{1,n} = \sum_{j=0}^4 \left\{ U_1(\lambda_{1j}) [R_{1,n}(-\lambda_{1j}) - R_{1,n}(\lambda_{1j})] + \right. \\ \left. + i\pi R_{1,n}(\lambda_{1j}) + 2v_1 S_{2,n}(\lambda_{2j}) \left[U_2(\lambda_{2j}) - \frac{\pi i}{2} \right] \right\}, \\ R_{1,n}(\lambda) = \frac{\lambda^{n-1} (\lambda^2 - k^2)}{\Psi_1(\lambda) m_2(\lambda)}, \\ S_{2,n}(\lambda) = i^n \left(\frac{v_2}{\lambda^4 - \kappa_2^4} \right)^n \frac{\lambda}{\Psi_2(\lambda) m_1(\lambda) m_1(-\lambda)}, \\ \Psi_s(\lambda) = 5\lambda^4 - 4\lambda^2 k^2 - \kappa_s^4 \quad (s=1, 2), \\ U_s(\lambda) = \ln \left| \frac{\lambda(\lambda^4 - \kappa_s^4) + v_s}{k(\lambda^4 - \kappa_s^4)} \right| + i \arg \left\{ \frac{\lambda(\lambda^4 - \kappa_s^4) + v_s}{k(\lambda^4 - \kappa_s^4)} \right\}, \\ 0 \leq \arg z < 2\pi.$$

На низких частотах ($\omega, k \rightarrow 0$) имеют место следующие асимптотические формулы, полученные на основании тейлоровских разложений λ_{sj} по степеням малого параметра $k^{2/5}$ [4]:

$$(13) \quad \lambda_{sj} \approx v_s^{1/5} \exp(i2\pi j/5) \quad (s=1, 2; j=0, 1, 2, 3, 4), \\ T_{1,n} \approx \frac{\pi \exp[-\pi i(n-3)/5]}{5(v_1^2 + v_2^2) \sin[\pi(n-3)/5]} \{ 2i^n v_1 v_2^{(n-3)/5} + \\ + v_1^{(n-3)/5} [(iv_1 - v_2) + (-1)^{n+1} (iv_1 + v_2)] \} \\ (n=1, 2, 4, 5, 6, 7, 9), \\ T_{1,3} \approx \frac{2iv_1}{5(v_1^2 + v_2^2)} \ln \frac{v_1}{v_2} + \frac{i\pi v_2}{v_1^2 + v_2^2}, \\ T_{1,8} \approx \frac{2v_1 v_2}{5(v_1^2 + v_2^2)} \ln \frac{v_2}{v_1} + \frac{\pi v_1^2}{v_1^2 + v_2^2}.$$

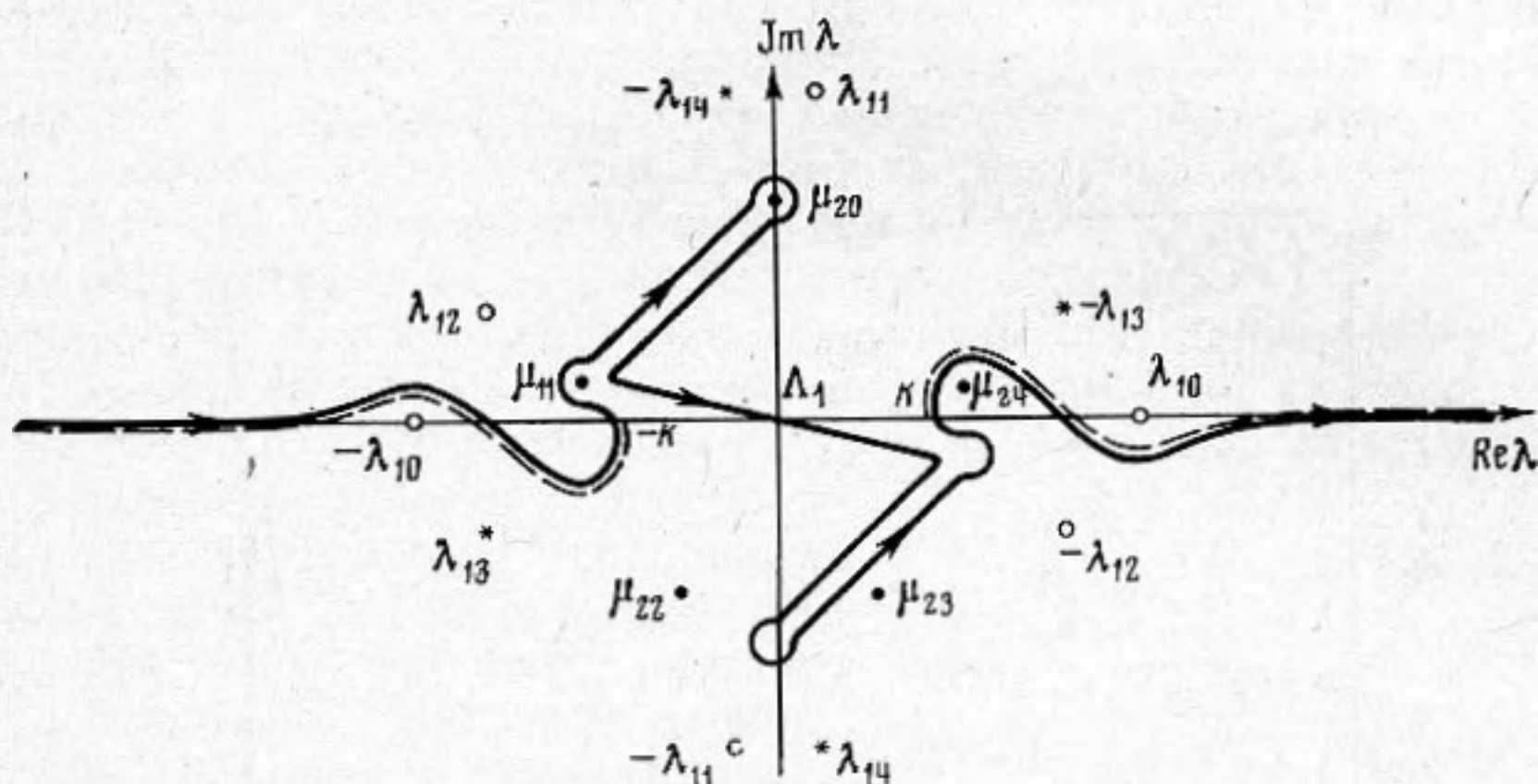
Точные и асимптотические формулы для $T_{2,n}$ получаются из соответственных формул для $T_{1,n}$ взаимной заменой индексов 1 и 2.

Приближенное выражение для звукового поля в дальней зоне ($kr \gg 1$) можно получить, если применить метод стационарной фазы к интегралу в формуле (9). При стягивании контура интегрирования Λ_1 или Λ_2 в стационарный контур следует учесть вычеты в пересекаемых полюсах подынтегрального выражения.

Вычет в полюсе $\lambda = \lambda_{10}$ (фиг. 3) в сумме с $P_1(x, y)$ определяет отраженную поверхностную волну, распространяющуюся вдоль горизонтальной

пластины. Вычет в полюсе $\lambda = \lambda_{20}$ соответствует поверхностной волне, распространяющейся от места стыка вдоль вертикальной пластины. Вычетами в других полюсах можно пренебречь в силу того, что неоднородные волны, которые им отвечают, экспоненциально убывают по обеим координатам x и y .

Вклад от точки стационарной фазы представляет собой расходящуюся от места сочленения пластин цилиндрическую волну с изменяющейся в функции угла амплитудой.



Фиг. 3. Расположение разрывов для радикала $(\lambda^2 - k^2)^{1/2}$ (штриховые линии), контура интегрирования Λ_1 (сплошная линия), корней $\pm \lambda_{1j}$ ($j = 0, 1, 2, 3, 4$) функции $l_1(\lambda)$ (звездочкой отмечены корни, лежащие на основном листе римановой поверхности, кружочком — лежащие на дополнительном листе) и корней μ_{2j} полинома $m_2(\lambda)$

Таким образом, при рассмотрении поля в дальней зоне удобно выделить три области: вблизи горизонтальной пластины, вблизи вертикальной пластины и вдали от обеих пластин. Вдали от пластин следует учитывать только цилиндрическую волну

$$(14) \quad P(x, y) = P(r \cos \varphi, r \sin \varphi) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \exp \left[i \left(kr - \frac{\pi}{4} \right) \right] \Phi(\varphi),$$

$$\Phi(\varphi) = A \pi k^2 \sin \varphi \cos \varphi \frac{ak^6 \cos^6 \varphi + bk^4 \cos^4 \varphi + ck^2 \cos^2 \varphi + d}{l_1(k \cos \varphi) m_2(k \cos \varphi)},$$

$$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}.$$

Угол φ отсчитывается от положительного направления оси x против хода часовой стрелки (фиг. 1). С увеличением расстояния от места стыка пластин амплитуда этой волны спадает по закону $r^{-1/2}$.

Вблизи горизонтальной пластины следует учитывать только падающую и отраженную поверхностные волны

$$(15) \quad P(x, y) \approx A [\exp(-i\lambda_{10}x - \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2}y) + \alpha \exp(i\lambda_{10}x - \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2}y)].$$

Амплитуды этих волн экспоненциально убывают с увеличением расстояния от горизонтальной пластины y и периодически зависят от координаты x . Для коэффициента отражения α справедливо выражение

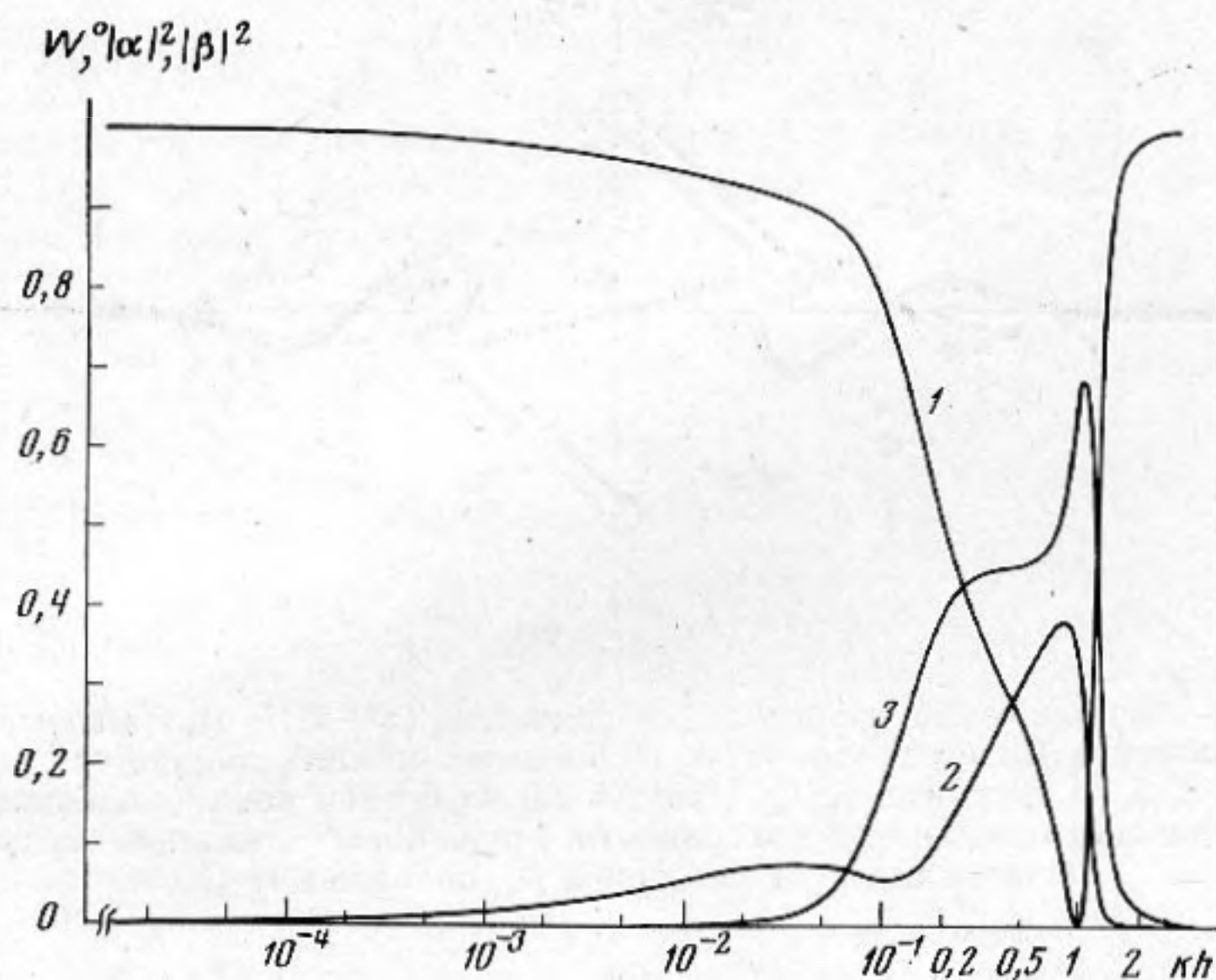
$$(16) \quad \alpha = -\frac{m_2(-\lambda_{10})}{m_2(\lambda_{10})} + 2\pi i \sqrt{\lambda_{10}^2 - k^2} \frac{a\lambda_{10}^6 + b\lambda_{10}^4 + c\lambda_{10}^2 + d}{m_2(\lambda_{10}) \Psi_1(\lambda_{10})}.$$

Аналогично для поля вблизи вертикальной пластины имеем

$$(17) \quad P(x, y) \approx A\beta \exp(-i\lambda_{20}y - \sqrt{\lambda_{20}^2 - k^2}x),$$

$$\beta = 2\pi i \sqrt{\lambda_{20}^2 - k^2} \frac{a(k^2 - \lambda_{20}^2)^3 + b(k^2 - \lambda_{20}^2)^2 + c(k^2 - \lambda_{20}^2) + d}{m_1(\lambda_{20}) \Psi_2(\lambda_{20})}.$$

Здесь β — коэффициент трансформации падающей поверхностной волны в поверхностную волну, распространяющуюся вдоль вертикальной пластины.



Фиг. 4. Зависимость $|\alpha|^2$ (кривая 1), $|\beta|^2$ (2) и W^0 (3) от безразмерного волнового числа kh

Используя формулу (14), можно получить для W — линейной плотности средней мощности, которая излучается от места стыка пластин в жидкость, выражение

$$W = \int_0^{\pi/2} w d\varphi, \quad w = -\frac{r}{2\rho\omega} \operatorname{Im} \left(P \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} \right) = \frac{|\Phi|^2}{\pi\rho\omega}.$$

Численные расчеты проводились для случая сталь — вода. Обе пластины предполагались одинаковыми: $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$, $D_1 = D_2 = D$, $h_1 = h_2 = h$. В таблице указаны значения корней η_j и интегралов I_n , связанных с корнями (5) и интегралами (11) соотношениями

$$\lambda_j = (kh)^{2/5} h^{-1} \eta_j, \quad T_n = (kh)^{2(n-8)/5} h^{8-n} I_n \\ (j=0, 1, 2, 3, 4) \quad (n=1, 2, 3, \dots, 8, 9).$$

В первой строке таблицы ($kh=0$) приведены асимптотические ($kh \rightarrow 0$) значения корней и интегралов, вычисленные по формулам (13). Остальные значения являются точными, рассчитанными по формулам (12).

Следует отметить, что в диапазоне $0,07146 < kh < 0,5673$ функция $l(\lambda)$ имеет шесть вещественных корней: $\pm\lambda_0$, $\pm\lambda_2$, $\pm\lambda_3$ и четыре комплексных: $\pm\lambda_1$ и $\pm\lambda_4$, причем $\lambda_4 = \overline{\lambda_1}$. Для остальных значений kh функция $l(\lambda)$ имеет два вещественных корня: $\pm\lambda_0$ и восемь комплексных корней: $\pm\lambda_1$, $\pm\lambda_2$, $\pm\lambda_3$, $\pm\lambda_4$, причем $\lambda_3 = \overline{\lambda_2}$ и $\lambda_4 = \overline{\lambda_1}$ (см. фиг. 3).

Поэтому в таблице для трех значений kh на месте $-\text{Re } \eta_2$ и $\text{Im } \eta_2$ указаны величины $-\eta_2$ и $-\eta_3$ соответственно (отмечены звездочкой).

Таблица корней функции $L(\lambda) = (\lambda^2 - k^2)^{1/2} (\lambda^4 - \kappa^4) - 2\nu$, возникающей в случае, когда жидкость располагается по обе стороны от пластины, имеется в работе [6]. Функция $L(\lambda)$ во всем диапазоне $10^{-6} \leq kh \leq 1$ имела два вещественных корня и восемь комплексных.

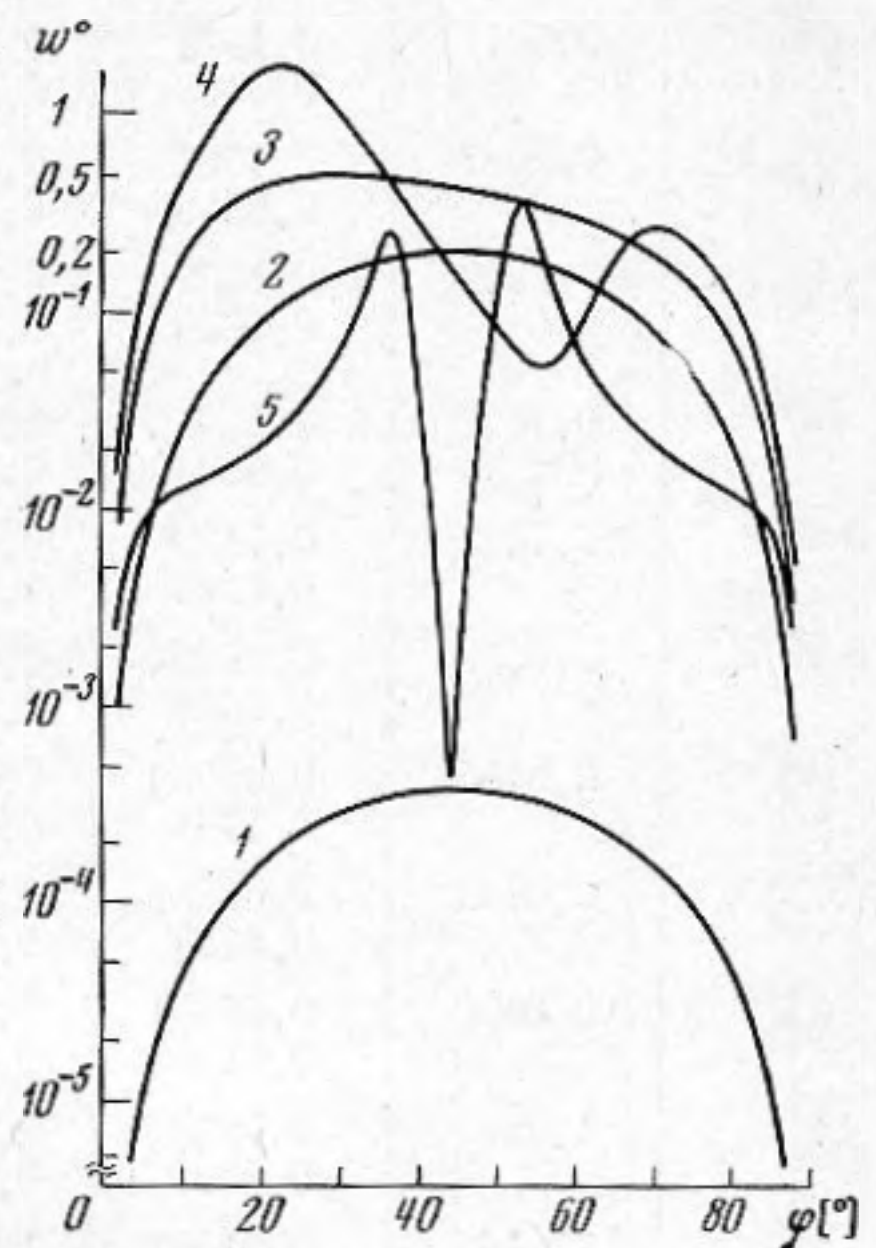
На фиг. 4 приведены зависимости от безразмерного параметра следующих величин: кривая 1 — квадрата модуля коэффициента отражения $|\alpha|^2$, отвечающего той части энергии падающего поля, которая отражается от места стыка пластин и распространяется вдоль горизонтальной пластины; кривая 2 — квадрата модуля $|\beta|^2$, указывающего ту часть энергии, которая распространяется вдоль вертикальной пластины; кривая 3 — отношения $W^0 = W / (W_1 + W_2)$, соответствующего той части энергии падающего поля, которая излучается от места стыка пластин в жидкость.

Вычисления по асимптотическим формулам (13) дают: $|\alpha|^2 \rightarrow 1$, $|\beta|^2 \rightarrow 0$, $W^0 \rightarrow 0$ при $kh \rightarrow 0$. На низких частотах ($kh < 0,1$) и на очень высоких ($kh > 1,4$) основная часть (больше 80%) падающей энергии отражается от места сочленения пластин в виде энергии поверхностной волны, распространяющейся вдоль горизонтальной пластины. При $kh = 0,985$ $|\alpha|^2$ достигает своего минимального значения, равного 0,0035. На этой частоте практически не наблюдается отраженной поверхностной волны.

Доля энергии, распространяющаяся в виде энергии поверхностной волны вдоль вертикальной пластины, сравнительно невелика. Максимальное значение $|\beta|^2 = 0,381$ наблюдается при $kh = 0,854$. На этой частоте 38% энергии падающего поля распространяется вдоль вертикальной пластины. Малость $|\beta|^2$ на низких частотах объясняется тем, что при малых kh основная часть энергии падающего поля распространяется по пластине (см. фиг. 2) и толщина соколеблющегося с ней слоя жидкости мала по сравнению с длиной изгибной волны в пластине. На высоких частотах ($kh > 1,2$) основная часть энергии падающей поверхностной волны распространяется по жидкости, толщина соколеблющегося с пластиной слоя жидкости очень велика по сравнению с длиной изгибной волны в пластине, поэтому вертикальная пластина опять возбуждается слабо и величина $|\beta|^2$ мала.

Коэффициенты $|\alpha|^2$ и $|\beta|^2$ полезно сопоставить с соответствующими коэффициентами $|\alpha|^2 = 0,5$ и $|\beta|^2 = 0,5$ в случае отсутствия жидкости. Из фиг. 4 видно, что наличие жидкости приводит к существенному уменьшению коэффициента трансформации.

Наиболее интенсивное излучение в жидкость происходит в диапазоне $0,2 < kh < 1,2$. При $kh = 1,049$ W^0 достигает своего максимального значения, равного 0,685. Напомним, что значение $kh = 0,958$ соответствует частоте совпадения ($k = \kappa$). При $kh = 0,465$ кривая 3 имеет ярко выраженную точку перегиба. На этих частотах изменяется характер диаграммы направленности излучения в жидкость (см. фиг. 5).



Фиг. 5. Угловые характеристики излучения в жидкость при различных значениях kh : 1 — 0,01; 2 — 0,1; 3 — 0,465; 4 — 1,049; 5 — 1,5

kh	η_0	$\text{Re}\eta_1$ $\text{Im}\eta_1$	$-\text{Re}\eta_2$ $\text{Im}\eta_2$	$\text{Re}I_1$ $-\text{Im}I_1$	$\text{Re}I_2$ $\text{Im}I_2$	$-\text{Re}I_3$ $\text{Im}I_3$
0	0,6518	0,2014 0,6199	0,5273 0,3831	25,15 8,171	22,56 16,39	0 13,35
10^{-5}	0,6583	0,1961 0,6238	0,5253 0,3767	24,89 7,830	22,30 16,39	0,000014 13,35
$2 \cdot 10^{-5}$	0,6604	0,1944 0,6251	0,5246 0,3747	24,81 7,724	22,22 16,39	0,000032 13,35
$5 \cdot 10^{-5}$	0,6642	0,1914 0,6274	0,5235 0,3709	24,66 7,537	22,07 16,38	0,000102 13,35
10^{-4}	0,6680	0,1883 0,6299	0,5223 0,3669	24,51 7,349	21,92 16,37	0,000245 13,35
$2 \cdot 10^{-4}$	0,6730	0,1842 0,6332	0,5208 0,3615	24,31 7,109	21,73 16,36	0,000597 13,35
$5 \cdot 10^{-4}$	0,6820	0,1770 0,6393	0,5181 0,3514	23,95 6,697	21,39 16,33	0,001975 13,36
10^{-3}	0,6911	0,1698 0,6458	0,5154 0,3407	23,58 6,298	21,06 16,30	0,004977 13,36
$2 \cdot 10^{-3}$	0,7027	0,1607 0,6546	0,5121 0,3259	23,16 5,812	20,64 16,26	0,01276 13,36
$5 \cdot 10^{-3}$	0,7229	0,1452 0,6710	0,5070 0,2973	22,35 5,006	19,95 16,22	0,04570 13,39
10^{-2}	0,7427	0,1306 0,6884	0,5032 0,2651	21,69 4,224	19,30 16,28	0,1233 13,46
$2 \cdot 10^{-2}$	0,7672	0,1139 0,7115	0,5012 0,2183	21,09 3,156	18,53 16,63	0,3446 13,65
$5 \cdot 10^{-2}$	0,8077	0,08958 0,7528	0,5090 0,1135	20,96 0,3983	16,98 18,84	1,505 14,46
0,1	0,8455	0,07098 0,7931	0,4372 0,6365*	21,40 -6,076	12,41 24,84	5,529 15,59
0,2	0,8902	0,05357 0,8413	0,4672 0,7374*	7,582 -18,01	-9,492 23,01	14,07 6,473
0,5	0,9638	0,03394 0,9159	0,7124 0,8212*	-2,777 -3,838	-5,665 1,856	3,846 -1,065
1	1,059	0,02235 0,9797	0,9510 0,07367	-1,646 -1,057	-2,304 0,4574	1,773 -0,2464
2	1,516	0,01381 1,049	1,049 0,02326	3,111 -3,116	3,046 3,212	-3,261 3,295

По горизонтальной оси на фиг. 5 отложен полярный угол φ в градусах, а по вертикальной — параметр

$$w^0 = \frac{w}{W_1 + W_2} = \frac{4\pi\nu k^4 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi [ak^6 \cos^6 \varphi + bk^4 \cos^4 \varphi + ck^2 \cos^2 \varphi + d]^2}{\lambda_0 \Psi(\lambda_0) [l(k \cos \varphi) m(k \cos \varphi)]^2}$$

характеризующий угловое распределение энергии, излучаемой в жидкость от места сочленения пластин. На низких частотах диаграмма излучения в жидкость имеет однолепестковый характер, максимум излучения наблюдается под углом $\varphi = 45^\circ$. На высоких частотах у диаграммы имеется два лепестка. При этом для углов, под которыми наблюдаются максимумы излучения, справедливы соотношения

$$\varphi_1 \approx \arcsin \frac{\kappa}{k}, \quad \varphi_2 \approx 90^\circ - \arcsin \frac{\kappa}{k} = \arccos \frac{\kappa}{k}.$$

ReI_4 ImI_4	ReI_5 ImI_5	ReI_6 ImI_6	ReI_7 ImI_7	ReI_8 ImI_8	ReI_9 ImI_9
0	4,539	0,9611	0	1,571	0,8190
0	1,475	2,958	0	0	1,127
0,000011	4,676	1,126	0,000002	1,571	0,8783
0,000008	1,431	3,078	0,1225	0,000005	1,146
0,000026	4,720	1,178	0,000005	1,571	0,8977
0,000019	1,418	3,117	0,1617	0,000011	1,152
0,000076	4,799	1,272	0,000013	1,571	0,9337
0,000057	1,394	3,187	0,2332	0,000033	1,162
0,000174	4,880	1,370	0,000029	1,571	0,9718
0,000130	1,370	3,260	0,3078	0,000078	1,173
0,000396	4,987	1,497	0,000059	1,571	1,023
0,000298	1,339	3,357	0,4061	0,000183	1,187
0,001170	5,180	1,726	0,000139	1,571	1,120
0,000893	1,288	3,533	0,5860	0,000579	1,211
0,002645	5,376	1,960	0,000216	1,572	1,226
0,002048	1,241	3,717	0,7735	0,001401	1,236
0,005956	5,630	2,260	0,000140	1,573	1,371
0,004692	1,188	3,961	1,021	0,003429	1,269
0,01728	6,085	2,787	-0,001898	1,578	1,657
0,01405	1,123	4,416	1,477	0,01148	1,329
0,03842	6,553	3,303	-0,01116	1,591	1,980
0,03240	1,111	4,918	1,960	0,02937	1,404
0,08474	7,191	3,926	-0,05174	1,625	2,452
0,07607	1,221	5,673	2,626	0,07782	1,545
0,2332	8,523	4,748	-0,3792	1,766	3,464
0,2588	2,119	7,682	4,032	0,3164	2,139
0,3916	9,717	3,820	-1,959	1,932	4,403
0,7836	5,410	11,59	5,794	1,095	4,088
-0,6879	2,134	-6,692	-6,890	0,1229	0,09842
1,668	11,54	11,98	3,328	2,588	7,621
-1,233	-2,609	-4,391	-2,822	-1,179	-2,402
0,4039	2,498	0,9638	-0,7776	0,5910	1,948
-1,152	-1,675	-2,238	-1,709	-1,210	-1,786
0,2287	0,7802	0,2261	-0,3207	0,2248	0,7430
3,499	3,422	3,321	3,553	3,781	3,605
3,690	4,125	4,255	4,394	4,924	5,499

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Романов. Излучение Т-образного соединения пластин при наличии диффузного поля изгибных волн. Акуст. ж., 1969, 15, 2, 275-283.
2. В. Н. Романов. Влияние реакции жидкости на излучение Т-образного соединения пластин. Акуст. ж., 1971, 17, 2, 325-326.
3. Б. П. Белинский, Д. П. Коузов, В. Д. Чельцова. О дифракции акустических волн на пластинах, сочлененных под прямым углом. ПММ, 1973, 37, 2, 291-299.
4. Д. П. Коузов. Дифракция плоской гидроакустической волны на трещине в упругой пластине. ПММ, 1963, 27, 6, 1037-1043.
5. В. Н. Красильников. Влияние тонкого упругого слоя на распространение звука в жидком полупространстве. Акуст. ж., 1960, 6, 2, 220-228.
6. В. А. Вешев, Д. П. Коузов, В. А. Пачин. Отражение изгибной волны в пластине от места входа пластины в жидкость. Акуст. ж., 1975, 21, 2, 181-186.

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова, физический факультет
Научно-исследовательский физический
институт

Поступила
24 мая 1976 г.