

УДК 534.222.2

## НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГАЗА В ОТКРЫТОЙ ТРУБЕ

Р. Г. Зарипов

Приведены результаты экспериментальных исследований продольных нелинейных колебаний газа, возбуждаемых гармонически колеблющимся плоским поршнем в открытой трубе, в области линейных и нелинейных резонансов. Исследованы амплитуды и профили волн в различных точках вдоль трубы. Найдены условия, при которых в данном эксперименте в первом линейном резонансе образуются ударные волны. Проведено сравнение полученных данных с результатами для закрытой трубы. Обнаружены скачки давления вблизи второго нелинейного резонанса. При нелинейном резонансе наблюдалась тенденция к возрастанию амплитуд колебаний, которые достигают по величине амплитуд при линейном резонансе.

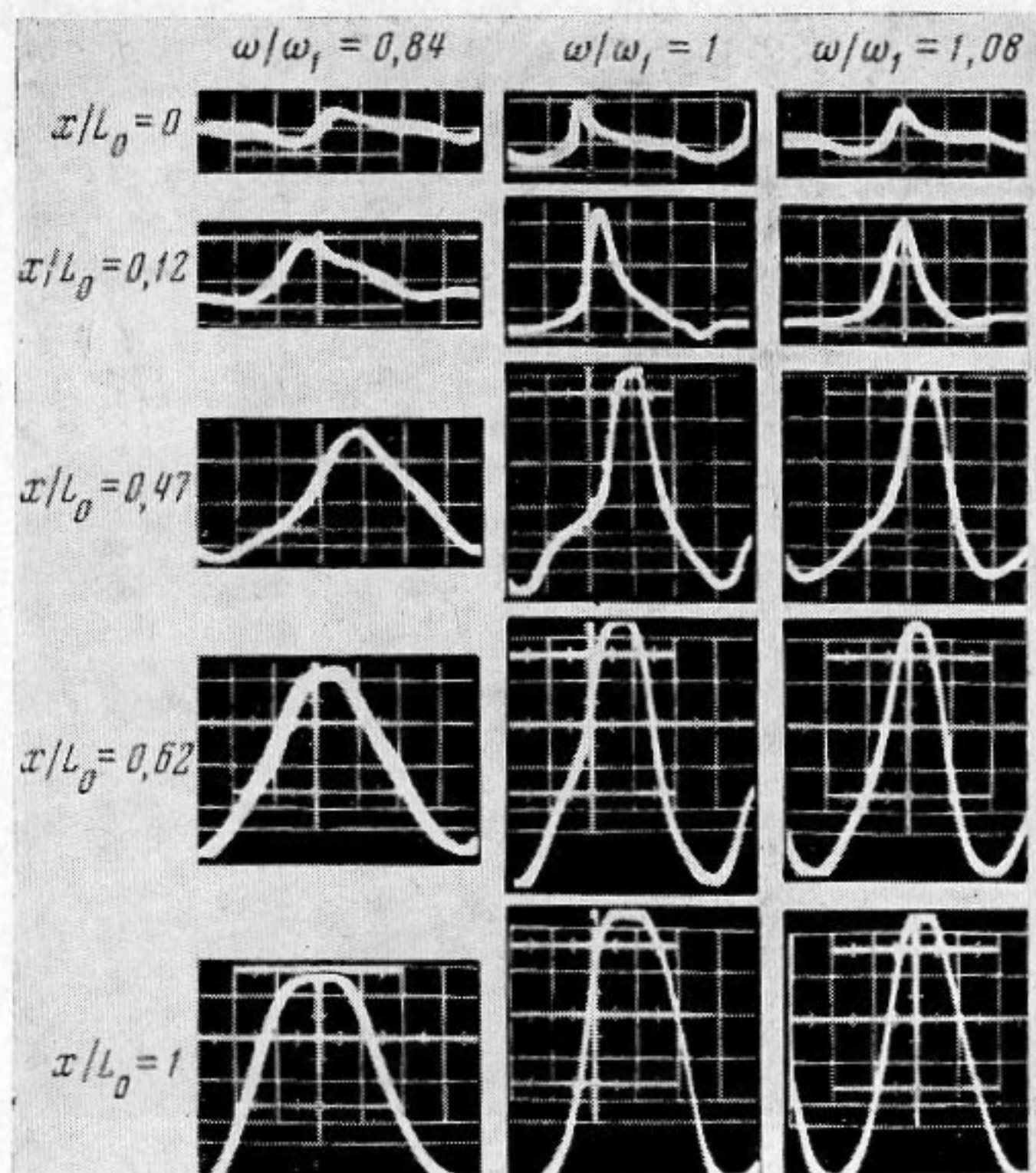
В работе приведены результаты экспериментальных исследований сильных нелинейных продольных колебаний газа, возбуждаемых в открытой трубе, в области линейных и нелинейных резонансов

$$(\omega_n = (2n-1)\pi a_0/2L, \omega_n^* = (2n-1)\pi a_0/4L, n=1, 2, \dots,$$

а  $a_0$  — скорость звука в невозмущенном газе,  $L$  — длина трубы). Исследованы амплитуды и профили волн в различных точках вдоль трубы. Дано сравнение со случаем закрытой трубы. Обнаружены скачки давления вблизи второго нелинейного резонанса (при  $\omega_2^* = 3\pi a_0/4L$ ).

Как известно, при возбуждении продольных колебаний газа в трубах вблизи резонансов появляются периодические ударные волны. Наиболее подробно рассматривались резонансные колебания газа в трубе с одним закрытым концом, на другом конце которой колеблется плоский поршень по гармоническому закону. Решения, позволяющие определить профили ударных волн с точностью до величин первого порядка малости относительно параметра  $\sqrt{\varepsilon} = [4\delta/(\kappa+1)]^{1/2}$  ( $\delta = l/L$ ,  $l$  — амплитуда смещения поршня,  $L$  — длина трубы,  $\kappa$  — показатель адиабаты), были получены в работах [1–5]. Эти результаты для слабых волн ( $\sqrt{\varepsilon} \sim 0,1$ ) согласуются с экспериментальными данными [2, 3, 6, 7]. В частности, в [3] были изучены ударные волны при частоте возбуждения вдвое меньшей первой собственной частоты (нелинейный резонанс). В работе [8] определены амплитуды интенсивных ударных волн ( $\sqrt{\varepsilon} \sim 0,3$ ) с точностью до величин второго порядка малости; они также сравнивались с экспериментальными значениями. Методы решений в упомянутых работах позволяют рассчитывать амплитуды и профили волн как при возбуждении на резонансных частотах, так и вблизи них в любом сечении трубы.

Теоретическое изучение колебаний в открытых трубах представляет значительные трудности [5, 9–19]. В работах [5, 12] теория удовлетворительно описывает лишь профили волн, наблюдаемые у поршня. Экспериментальные исследования [7, 9–12], проведенные в области линейных резонансов, выявили ряд особенностей образования ударных волн. В частности [9], наблюдались разрывные колебания вблизи высших собственных частот газового столба. Также было отмечено [7, 12], что профиль волн

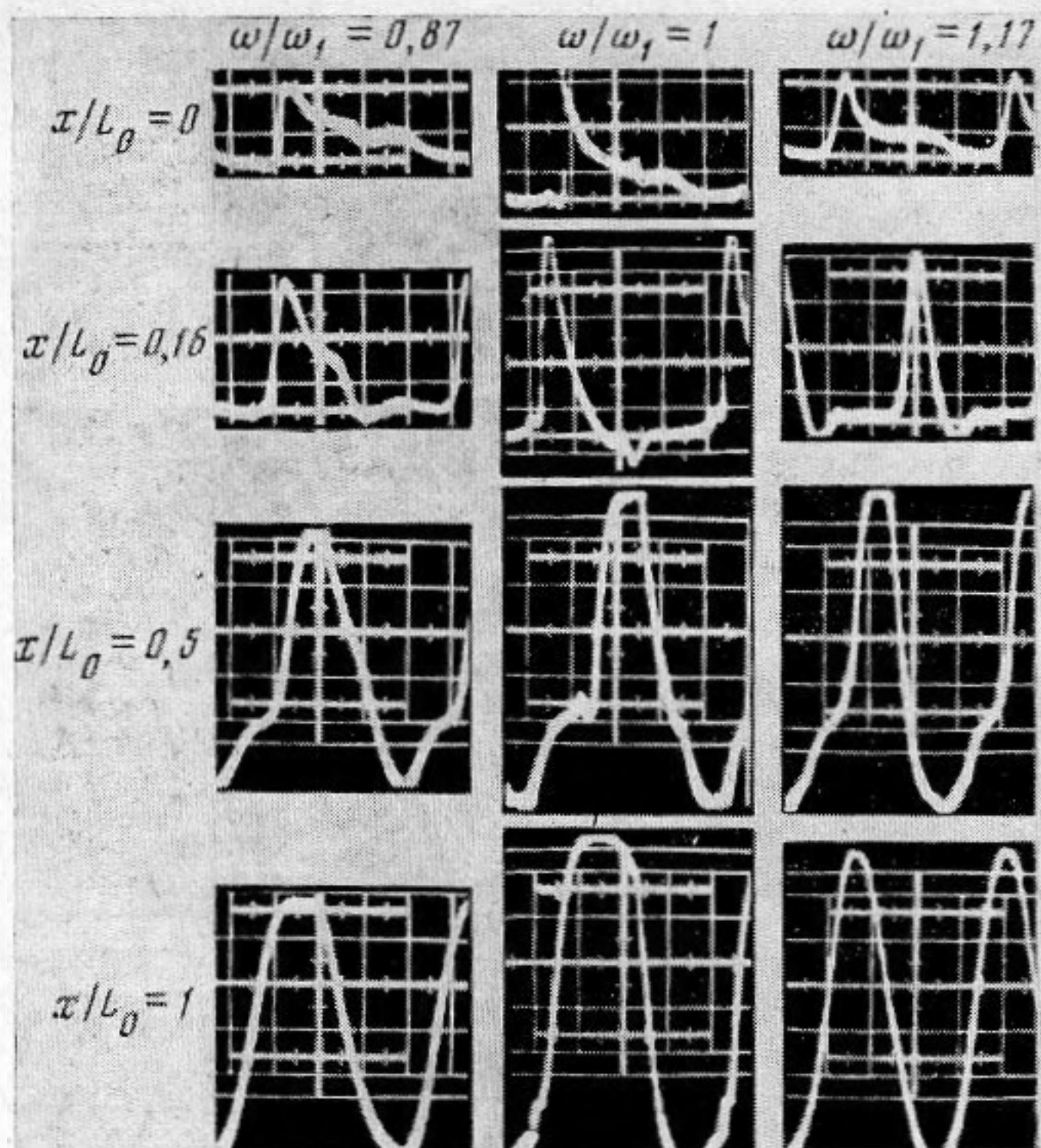


Фиг. 1. Осциллограммы с показаниями пьезодатчиков давления, расположенных на различных расстояниях  $x$  от открытого конца трубы ( $x/L_0=0$ ; 0,12; 0,47; 0,62; 1,0;  $L_0=2388$  мм,  $\omega_1/2\pi=31,5$  гц) до резонанса ( $\omega/\omega_1=0,84$ ), в резонансе ( $\omega/\omega_1=1$ ) и после резонанса ( $\omega/\omega_1=1,08$ )

около поршня при первом резонансе имеет непрерывный характер, а у открытого конца трубы обнаруживаются ударные волны [7] и вихревые кольца [10]. Найдено, что акустический импеданс выходного отверстия трубы растет с увеличением амплитуды колебаний [7, 11]. Максимальные амплитуды давления в экспериментах равнялись: в работе [7] —  $4,1$  н/см<sup>2</sup>, в [10] —  $2,0$  н/см<sup>2</sup>, в [12] —  $0,5$  н/см<sup>2</sup>.

Для более тщательного изучения профилей и амплитуд волн в различных сечениях трубы в широком диапазоне частот возбуждения были проведены настоящие эксперименты и получены нелинейные колебания газа с большей амплитудой (до  $6,0$  н/см<sup>2</sup>), чем в прежних исследованиях.

Продольные колебания столба газа создавались поршнем мотоциклетного двигателя. Диаметр его равнялся  $2R_0=62$  мм, а ход составлял  $2l_0=66$  мм. Движение коленчатого вала осуществлялось через ременную передачу от электродвигателя постоянного тока, что обеспечивало плавное регулирование числа оборотов. Труба из нержавеющей стали внутренним диаметром  $2R=28$  мм и длиной  $L_0=6567$  мм состояла из 11 частей, каждая из которых имела длину  $l_1=597$  мм; это позволяло проводить эксперименты с различными длинами системы. Труба присоединялась к цилиндру двигателя с помощью расширяющегося конусного переходника высотой  $h=90$  мм. Переходник служит для получения более сильных колебаний газа по сравнению с однородной трубой. Эта установка была использована ранее для исследования резонансных колебаний в закрытой трубе [8]. Давление измерялось пьезодатчиками, установленными в различных точках вдоль трубы. Их показания снимались при помощи электронного осциллографа С1-54. Измерение числа оборотов производилось электродинамическим датчиком, электрические импульсы которого подавались на ча-



Фиг. 2. Осциллограммы с показаниями пьезодатчиков давления, расположенных в различных точках вдоль трубы длиной  $L_0=1791$  мм ( $\omega_1/2\pi=40,5$  гц)

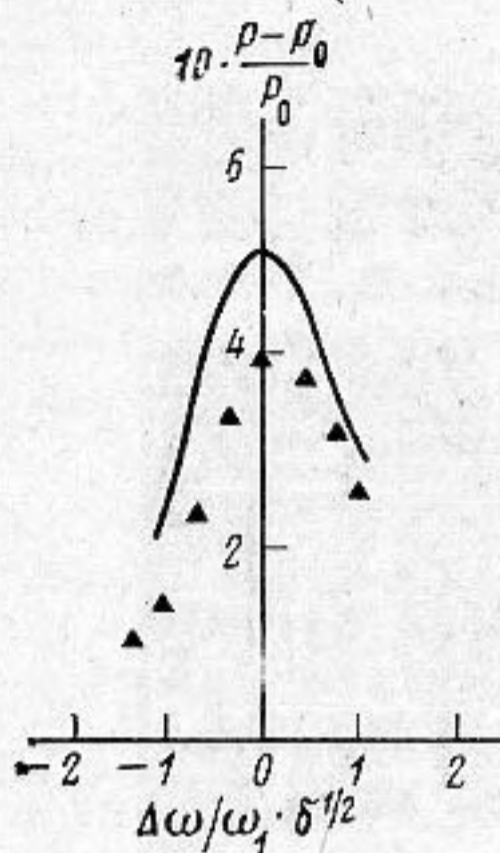
стотомер Ф552А. Частота возбуждения  $\omega/2\pi$  изменялась в пределах от 18 до 90 гц.

Рассмотрим сначала результаты, относящиеся к линейным резонансам. Для сравнительно длинных труб (2388—6567 мм) вблизи первой собственной частоты газового столба ударные волны не наблюдались. На фиг. 1 представлены типичные осциллограммы с показаниями пьезодатчиков, расположенных на различных расстояниях  $x$  от открытого конца трубы ( $x/L_0=0; 0,12; 0,47; 0,62; L_0=2388$  мм,  $\omega_1/2\pi=31,5$  гц). Первый и третий столбцы относятся к дорезонансному ( $\omega/\omega_1=0,84$ ) и зарезонансному ( $\omega/\omega_1=1,08$ ) режимам, а второй — резонансному ( $\omega/\omega_1=1$ ). Как видно, вблизи переходника волна имеет непрерывную и симметричную форму. Около середины трубы ( $x/L_0=0,47$ ) происходит заострение профиля в области сжатия. Ближе к открытому концу трубы ( $x/L_0=0,12; 0$ ) профиль не меняется.

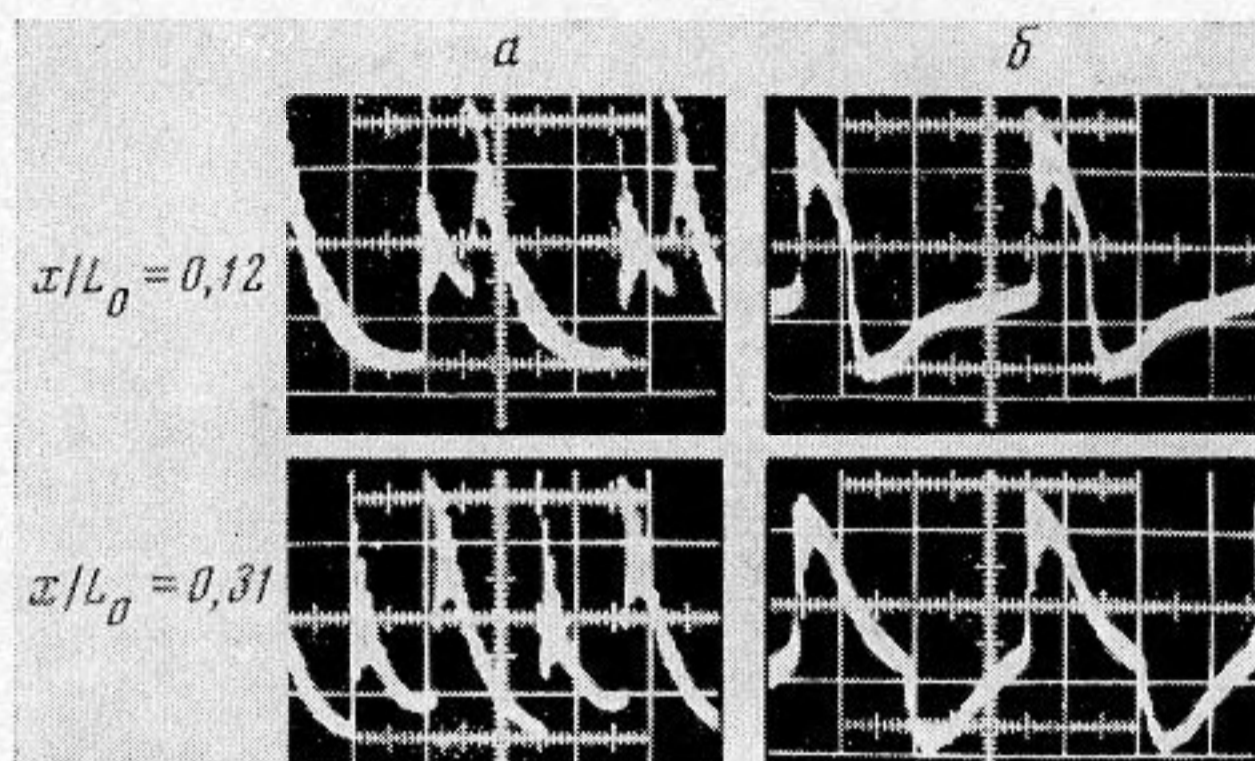
При дальнейшем уменьшении длины трубы (1194—2388 мм) профиль волн в верхних сечениях искажается быстрее. Так, из фиг. 2 ( $L_0=1791$  мм,  $\omega_1/2\pi=40,5$  гц) видно, что уже в середине трубы ( $x/L_0=0,5$ ) изломы имеются и на гребне волны и в области разрежения. Вблизи открытого конца фронт становится крутым и образуется ударная волна ( $x/L_0=0,16, \omega/\omega_1=1$ ). При этом амплитуды ударных волн ( $x/L_0=0, \omega/\omega_1=1$ ) меньше амплитуды колебаний у поршня, в то время как в [7] они были почти одинаковыми. Это связано, видимо, с разными уровнями излучения из открытого конца и вязких пристеночных потерь для труб различного диаметра. В работе [7]  $2R_0=76$  мм, в настоящей работе  $2R_0=28$  мм. Влияние диаметра для закрытых труб описано в статьях [1, 8]. Для открытых же труб в упомянутых работах вязкие пристеночные потери не учтены. Анализ осциллограмм давления приводит к выводу, что существует критиче-

ское значение параметра  $\delta = \delta_*$ , при котором в резонансном режиме образуются ударные волны. В области  $\delta > \delta_*$  с увеличением  $\delta$  ударные волны формируются все дальше от открытого конца трубы. Для наших экспериментов  $\delta_* = 0,064$ . Уровень давления излучаемого звука в помещении доходил до 110 дб.

Для области изменения параметра  $\delta < \delta_*$  имеется качественное согласие теоретических расчетов работы [12] с нашими экспериментальными данными, хотя амплитуды колебаний газа у поршня были на порядок выше, чем в [12]. На фиг. 3 построена зависимость амплитуды давления



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Сравнение экспериментальных значений амплитуд давления у переходника вблизи первого линейного резонанса для трубы длиной  $L_0 = 3283$  мм ( $\omega_1/2\pi = 23$  гц,  $\Delta\omega = \omega - \omega_1$ ) с теоретическими расчетами работы [12] (сплошная линия)

Фиг. 4. Кадры с колебаниями давления для закрытой (а) и открытой (б) трубы в сечениях  $x/L_0 = 0,12$  и  $0,31$  ( $L_0 = 4771$  мм,  $n = 2$ ) во втором линейном резонансе

у переходника от частоты (в безразмерном виде) для трубы длиной  $L_0 = 3285$  мм ( $\omega_1/2\pi = 23$  гц,  $\Delta\omega = \omega - \omega_1$ ). Сплошная линия соответствует расчетной, а точки — экспериментальным значениям амплитуд. Ввиду того, что  $h$  и  $l_0 \ll L_0$ , вычисления проводились с приведенными длиной и амплитудой смещения поршня:

$$L = L_0 + m^2 l_0 + (m^2 + m + 1) h / 3, \quad l = m^2 l_0 \quad (m = R_0 / R).$$

Несомненно, более точное граничное условие на открытом конце трубы с учетом вихреобразования [10, 13] и учет пристеночных потерь приведет к дальнейшему сближению результатов теории и эксперимента.

При возбуждении газа с частотой, близкой к частоте высших мод  $\omega_n$ , в трубе возникают  $n$  ударных волн, которые распространяются вдоль нее, отражаясь друг от друга и от концов трубы. На фиг. 4 для сравнения представлены записи колебаний давления для закрытой (а) и открытой (б) трубы в сечениях  $x/L_0 = 0,12$  и  $0,31$  ( $L_0 = 4771$  мм,  $n = 2$ ). Собственные частоты равны соответственно для (а) — 67 гц, для (б) — 51 гц. Несмотря на различия в профилях ударных волн, максимальные амплитуды их близки. Скачки давления на фиг. 4 имеют величину  $9,6$  н/см<sup>2</sup> (масштаб в два раза меньше, чем на фиг. 1, 2). Заметим, что формирование ударных волн при  $n = 2$  происходит уже около переходника и распространение их носит характер такой же, как и в случае закрытого конца трубы.

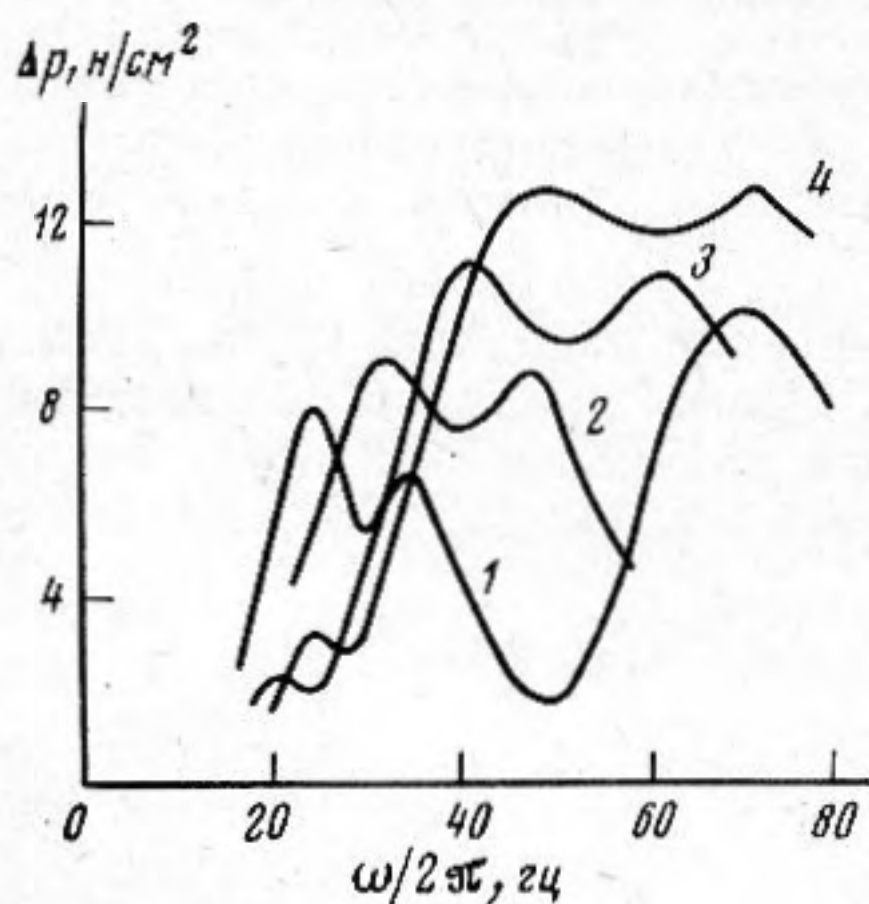
Количественные результаты приведены на фиг. 5, где иллюстрируется зависимость размаха колебаний  $\Delta p = p_2 - p_1$  ( $p_2, p_1$  — максимальное и минимальное значение давления за ход поршня) от частоты возбуждения для показаний пьезодатчика, находящегося у переходника. Кривые 1—4 соответствуют следующим длинам труб: 3284, 2388, 1791, 1492 мм. Рассмотрим

кривую 1. Амплитуда колебаний при втором резонансе ( $\omega_2/2\pi=69$  гц) выше, чем при первом ( $\omega_1/2\pi=23$  гц), тогда как в закрытой трубе они почти равны [8]. Во всех случаях ход поршня оставался постоянным.

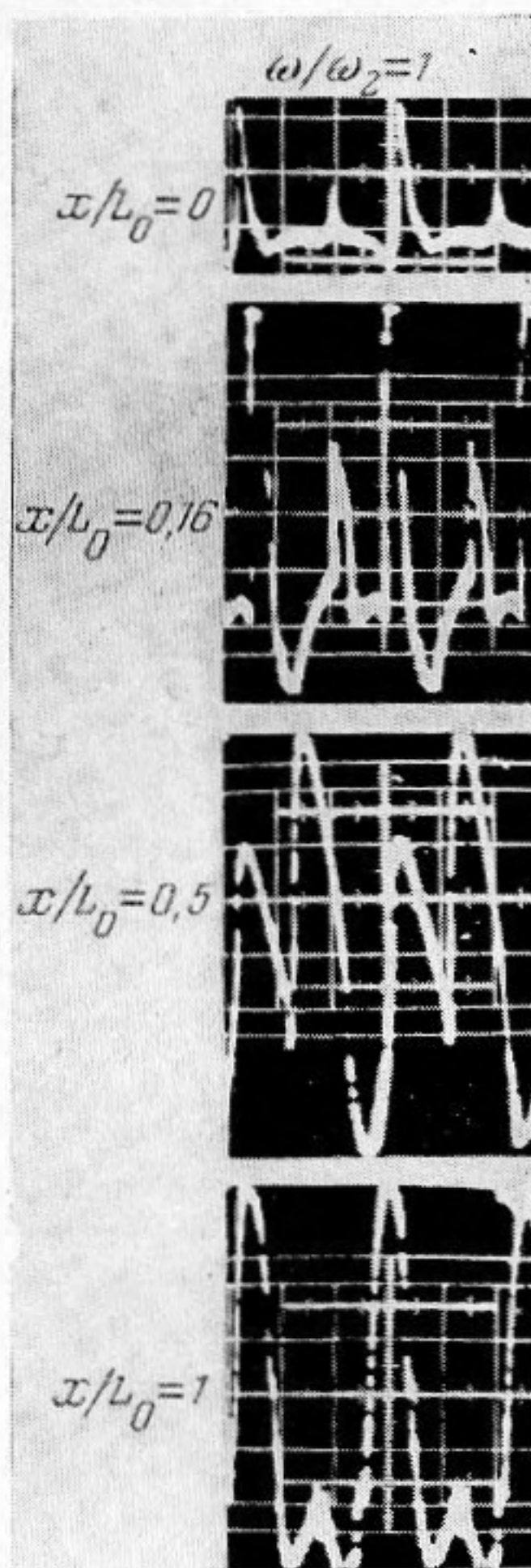
Исследования велись также в области нелинейных резонансов, теоретически рассмотренных в работах [18, 19]. Описания соответствующих экспериментальных работ в литературе не имеется. Анализ осциллограмм показал, что профиль волн на частоте  $\omega_1^*=3\pi a_0/4L$  меняется непрерывно,

Фиг. 5. Зависимость размаха колебаний  $\Delta p=p_2-p_1$  в н/см<sup>2</sup> от частоты возбуждения  $\omega/2\pi$  в гц для показаний пьезодатчика, находящегося у переходника; 1 —  $L_0=3284$  мм; 2 — 2388 мм; 3 — 1791 мм; 4 —  $L_0=1492$  мм

Фиг. 6. Осциллограммы давления при нелинейном резонансе (при  $\omega_2^*=3\pi a_0/4L$ ) в различных сечениях трубы длиной  $L_0=1791$  мм



Фиг. 5



Фиг. 6

а амплитуда их оказывается значительно меньшей, чем на остальных резонансных частотах. Это наглядно представлено кривыми 3 и 4 на фиг. 5, где в области частот  $\omega_1^*/2\pi=20,5$  и 24 гц показан переход через резонанс.

Заслуживает внимания анализ колебаний с частотой  $\omega_2^*=3\pi a_0/4L$ . С уменьшением длины трубы (увеличением интенсивности колебаний) наблюдается тенденция к возрастанию резонансных амплитуд, которые достигают по величине амплитуд при первом линейном резонансе. Это видно из фиг. 5, в которой второй нелинейный резонанс соответствует максимальному значению  $\Delta p$  на частотах 34, 48, 61, 70 гц для кривых 1—4.

На фиг. 6 представлены кадры с профилями волн, наблюдаемых в резонансе, в различных сечениях трубы длиной  $L_0=1791$  мм. Существенное отличие от линейных резонансов состоит в том, что между основными сильными разрывами располагается промежуточный разрыв с меньшим

скачком давления. Образование его вдоль трубы происходит постепенно: сначала появляется маленькое возмущение давления ( $x/L_0=1$ ), потом оно интенсивно возрастает ( $x/L_0=0,5$ ) и ближе к открытому концу трубы формируется ударная волна ( $x/L_0=0,16$ ). Далее амплитуды основных и промежуточных ударных волн уменьшаются, происходит излучение из открытого конца ( $x/L_0=0$ ). Поясним физический смысл появления промежуточной ударной волны. За три периода колебания поршня при линейном резонансе ( $\omega \approx \omega_2$ ) волна дважды отражается от открытого конца трубы, в то время как при нелинейном резонансе ( $\omega \approx \omega_2^*$ ) отражение происходит четыре раза. После второго отражения для  $\omega \approx \omega_2^*$  волна доходит до поршня, когда он движется по направлению распространения ее, поэтому промежуточная (отраженная от поршня) ударная волна является ослабленной.

В заключение отметим, что полученные выше экспериментальные результаты могут оказаться полезными при теоретическом рассмотрении нелинейных колебаний.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. W. Chester. Resonant oscillations in closed tubes. J. Fluid Mech., 1964, 18, 1, 44–64.
2. A. B. Coppens, J. V. Sanders. Finite-amplitude standing waves in rigidwalled tubes. J. Acoust. Soc. America, 1968, 43, 3, 516–529.
3. Ш. У. Галиев, М. А. Ильгамов, А. В. Садыков. О периодических ударных волнах в газе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2, 57–66.
4. B. R. Seymour, M. P. Mortell. Resonant acoustic oscillations with damping: small rate theory. J. Fluid Mech., 1973, 58, 2, 353–373.
5. B. J. Jimenez. Non-linear gas oscillations in pipes. Part 1. Theory. J. Fluid Mech., 1973, 59, 1, 23–46.
6. D. B. Cruikshank. Experimental investigation of finite — amplitude acoustic oscillations in closed tubes. J. Acoust. Soc. America, 1972, 52, 3, 1024–1034.
7. B. B. Sturtevant. Non-linear gas oscillations in pipes. Part 2. Experiment. J. Fluid Mech., 1974, 63, 1, 97–120.
8. R. G. Zaripov, M. A. Ilhamov. Non-linear gas oscillations in a pipe. J. Sound and Vibr., 1976, 46, 2, 245–257.
9. E. Lettau. Messungen an Schwingungen von Gassäulen mit steilen Fronten in Rohrleitungen. Dtsch. Kraftfahrforsch., 1939, 31, 1, 1–17.
10. G. E. Hudson. Thrust on a piston driven half-open tube. J. Acoust. Soc. America, 1955, 27, 3, 406–416.
11. U. Ingard, H. Ising. Acoustic nonlinearity of a orifice. J. Acoust. Soc. America, 1967, 42, 1, 6–17.
12. L. van Wijngaarden. On oscillations near and at resonance in open pipes. J. Engng Math., 1968, 2, 3, 225–240.
13. L. van Wijngaarden, J. W. van Wormgoor. Investigations on resonant acoustic waves in open pipes. Finite-Amplitude Wave Eff.—Fluid Proc. Symp., Copenhagen, 1973, Guildford, 1974, 75–80.
14. M. P. Mortell. Resonant thermally-acoustic oscillations. Int. J. Engng Sci., 1971, 9, 175–192.
15. W. D. Collins. Forced oscillations of systems governed by one-dimensional nonlinear wave equations. Quart. J. Mech. Appl. Math., 1971, 24, 2, 129–153.
16. B. R. Seymour, M. P. Mortell. Non-linear resonant oscillations in open tubes. J. Fluid Mech., 1973, 60, 4, 733–749.
17. M. P. Mortell, B. R. Seymour. Standing waves in a open pipe: a nonlinear initial-boundary value problem. ZAMP, 1973, 24, 4, 473–487.
18. Л. К. Зарембо. К вопросу о вынужденных колебаниях конечной амплитуды в трубе. Акуст. ж., 1967, 13, 2, 298–299.
19. Л. С. Воронина, Л. К. Зарембо. О вынужденных конечных колебаниях слоя с комплексными граничными импедансами. Акуст. ж., 1975, 21, 3, 378–381.

Казанский физико-технический  
институт  
Академии наук СССР

Поступила  
17 июня 1975 г.  
После третьей доработки  
27 сентября 1976 г.