

УДК 534.211

## ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ СИНТЕЗА СЛОИСТЫХ СОГЛАСУЮЩИХ СИСТЕМ

*А. С. Прудников, В. В. Шегай*

Рассмотрен способ расчета слоистых акустических согласующих систем, основанный на постановке и решении задачи синтеза согласующих систем в рамках теории волн в одномерных дискретных структурах. Приведены примеры рассчитанных слоистых систем, согласующих электроакустический преобразователь с акустической нагрузкой и просветляющих границу раздела двух сред.

Под слоистой, или многослойной, системой обычно понимают набор некоторого числа однородных плоскопараллельных слоев. Возможности использования таких систем в акустике хорошо известны [1]: они применяются для просветления границ раздела двух сред, согласования электроакустических преобразователей, создания акустических интерференционных фильтров. Задачи просветления границ раздела сред и согласования преобразователей (в режимах излучения или приема) можно рассматривать как частные случаи акустического согласования комплексных импедансов [2].

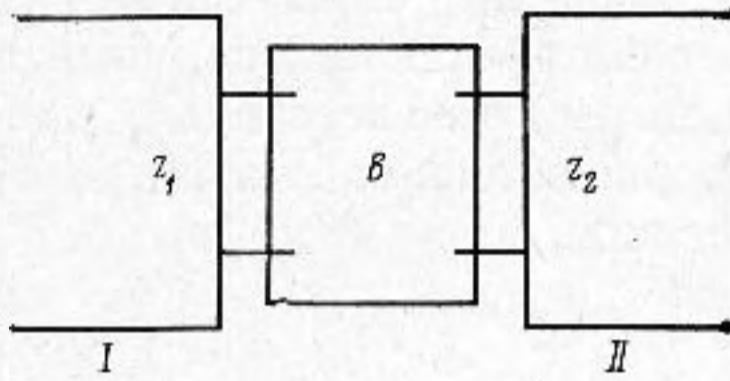
Задача синтеза многослойной системы формулируется следующим образом (см., например, работу [3]): требуется определить число слоев и волновые параметры каждого слоя системы, обеспечивающей осуществление некоторых заданных ее характеристик. Например, это может быть частотная зависимость коэффициента отражения звука от входной плоскости слоистой системы; активная мощность, передаваемая в нагрузку электроакустическим преобразователем с помощью этой системы и т. д.

Обычным в акустике методом синтеза многослойных систем является «синтез посредством анализа», сводящийся к анализу волновых свойств систем определенного типа и выбору на основе такого анализа системы с требуемой характеристикой. Например, в работе [4] на основе вычисления коэффициента отражения волны от системы  $N$  плоскопараллельных однородных слоев, ограниченных полубесконечными средами, рассчитаны параметры просветляющей системы для границы раздела двух сред. В работе [5] таким способом решена задача двухслойного одночастотного согласования в ее наиболее общей постановке. Аналогичным методом на качественно более высоком уровне исследована задача согласования приемных преобразователей с помощью многослойных систем в работе [6]. Следует указать, что такой подход к решению задачи синтеза акустических согласующих систем возможен лишь при небольшом числе слоев системы. Методы решения аналогичной оптической задачи — синтеза оптических пленочных покрытий — более многообразны, их подробное изложение можно найти, например, в работе [7]. Ниже мы рассматриваем численный метод синтеза многослойных согласующих систем, основанный на теории волн в одномерных дискретных структурах [8]. В постановке задачи синтеза слоистой системы, указанной выше, мы предполагаем выполнение следующих двух дополнительных условий:

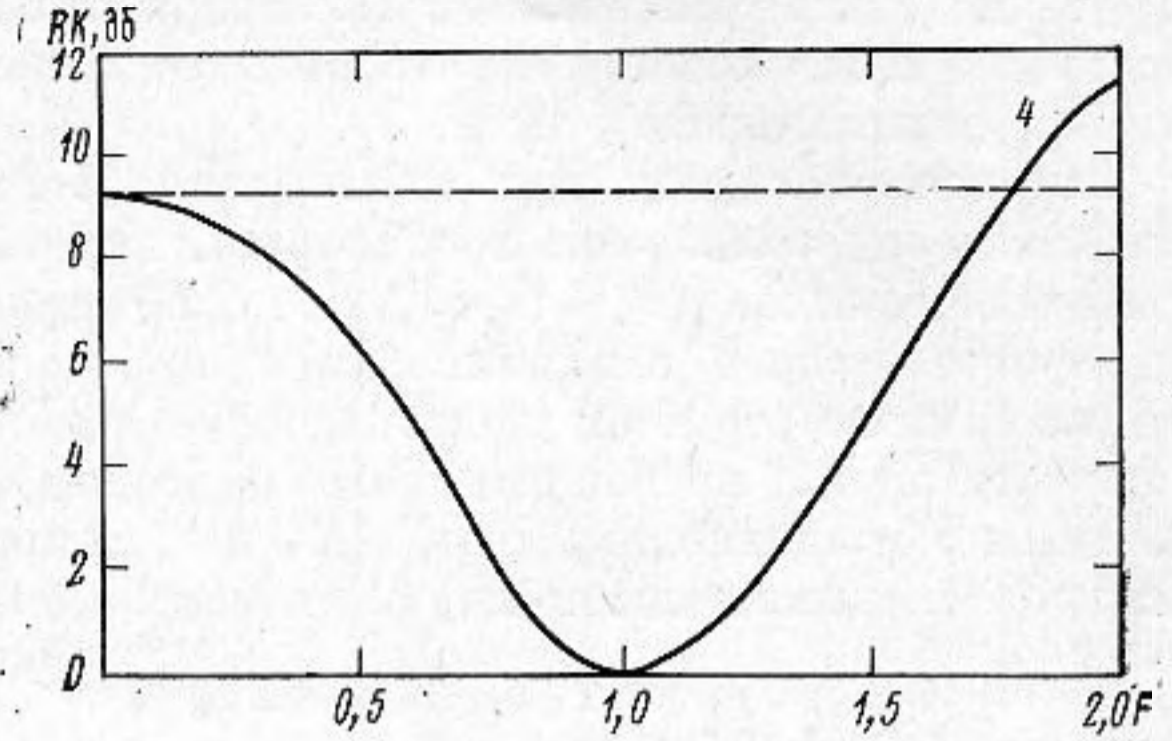
1) формирование многослойной системы осуществляется на основе заданных материалов (с известными параметрами);

2) толщина согласующей системы равна или не превосходит некоторой заданной величины.

Рассмотрим задачу согласования двух комплексных акустических импеданцев в рамках теории волн в одномерных дискретных структурах. Схема согласования изображена на фиг. 1. Например, при согласовании электроакустического преобразователя, работающего в режиме излучения,



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Схема согласования. Согласующая четырехполюсная ячейка  $B$  (например, слоистая система) помещена между структурами I и II, источник энергии содержится внутри структуры I. Структуры I и II характеризуются комплексными импедансами  $z_1 = x_1 + iy_1$ ,  $z_2 = x_2 + iy_2$ , зависящими от частоты

Фиг. 2. Частотная характеристика согласующей системы.  $F$  — нормированная частота; номер кривой соответствует номеру строки в табл. 2, горизонтальная штриховая линия определяет уровень прошедшей мощности для несогласованной границы ( $RK_0$ )

$z_1$  — это полное механическое сопротивление излучателя, а  $z_2$  — сопротивление механической нагрузки [9].

Будем считать целью согласования передачу максимального количества энергии: акустический четырехполюсник  $B$  требуется подобрать таким, чтобы активная мощность, переданная в структуру II, была максимальна в заданной полосе частот  $F_1 \leq F \leq F_2$ . Следуя работе [10], свойства согласующего устройства  $B$  как передающей системы будем описывать частотной зависимостью величины действующего затухания  $RK$ , равной по определению:  $RK = 10 \lg (W_n/W)$ , где  $W$  — переданная активная мощность,  $W_n$  — номинальная мощность источника энергии. Заметим, что если

$$(1) \quad RK = 0$$

в некотором частотном диапазоне, то в этом диапазоне частот в структуру II передается максимально возможная активная мощность, равная  $W_n$ . При согласовании границы раздела двух сред (без учета диссипации энергии) величина  $RK$  определяет коэффициент прохождения энергии (в децибелах).

Обычно удовлетворить условие (1) в точности невозможно и в качестве критерия согласования следует принять величину отклонения от нуля (в каком-либо смысле) функции  $RK(F)$  в заданном частотном диапазоне. Поскольку величина  $RK$  неотрицательна, критерием согласования можно считать величину

$$(2) \quad KR = \frac{1}{\Delta F} \int_{F_1}^{F_2} \rho(F) RK(F) dF,$$

где  $\Delta F = F_2 - F_1$ , а  $\rho(F) > 0$  — некоторая заданная весовая функция. При синтезе согласующего устройства будем предполагать, что:

1) формирование согласующего четырехполюсника  $B$  производится на основе заданной совокупности  $\{B_k\}$  ( $k=1, 2, \dots, K$ ) четырехполюсных ячеек, свойства которых известны;

2) согласующий четырехполюсник  $B$  образуется каскадным соединением  $N$  ячеек заданной совокупности;

3) избранный четырехполюсник  $B$  реализует минимальное значение критерия согласования  $KR$  (2). Разработанный нами алгоритм синтеза основан на полном переборе вариантов согласующих четырехполюсников и выборе оптимального (см. п. 3).

Предположим, что для согласования заданы  $M$  материалов, имеющих волновые сопротивления  $w_k$  и скорости звука  $c_k$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ). Набор четырехполюсников  $\{B_k\}$  ( $k=1, 2, \dots, K$ ) представляет собой совокупность однородных слоев с параметрами  $\langle w_k \rangle$ ,  $c_k$ ,  $L_k$  (здесь  $L_k$  — геометрическая толщина слоя), причем слои, имеющие равные волновые сопротивления и скорости звука, но разные геометрические толщины, соответствуют различным четырехполюсникам ( $K \geq M$ ). Характеристическая матрица  $B_k$  каждого четырехполюсника, как известно, имеет вид

$$(3) \quad B_k = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \Gamma_k & w_k \operatorname{sh} \Gamma_k \\ \frac{1}{w_k} \operatorname{sh} \Gamma_k & \operatorname{ch} \Gamma_k \end{pmatrix},$$

где  $\Gamma_k = 2\pi L_k F / c_k$ .

Рассмотрим, как осуществляется перебор вариантов согласующих конструкций. Каждой ячейке из  $K$  заданных присваивается определенный номер  $k=1, 2, \dots, K$ , а вариант многослойной согласующей системы (цепочки каскадно соединенных четырехполюсников) определяется последовательностью  $IT$   $N$  целых чисел, не превосходящих  $K$ . При реализации алгоритма на ЭВМ удобно использовать видоизмененную стандартную программу перебора, описанную в работе [11].

Для каждого из вариантов многослойной согласующей системы вычисляется характеристическая матрица  $B$  цепочки с использованием соотно-

шения [8]  $B = \prod_{n=1}^N B_k$ , где  $k = IT(n)$  —  $n$ -й элемент последовательности

$IT$ , а порядок умножения матриц совпадает с порядком следования элементов последовательности (с порядком следования ячеек в цепочке или слоев слоистой системы). После нахождения матрицы  $B$  можно вычислить значение действующего затухания  $RK$  [12]

$$RK = 10 \lg (|b_{11}z_2 + b_{12} + b_{21}z_1z_2 + b_{22}z_1|^2 / 4x_1x_2),$$

а затем и значение критерия согласования  $KR$  по формуле (2). При расчете определяются и сохраняются минимальное (на данный момент счета) значение критерия и соответствующая ему последовательность  $IT$ . В результате расчета (после полного перебора) определяется оптимальная конструкция слоистой системы и соответствующее ей значение критерия согласования  $KR$ .

Перебор вариантов многослойных систем — прием, часто используемый при их синтезе (см., например, [13]). Обычно такой перебор достигается путем варьирования параметров многослойных систем; рассматриваемая схема расчета, хотя и основана на переборе вариантов, не использует варьирования параметров слоя. Существенным при этом является формулировка задачи согласования в рамках теории волн в одномерных дискретных структурах.

Одним из основных требований, предъявляемых к слоистой согласующей системе, является ограничение ее толщины. Пусть требуется найти согласующую систему заданной толщины  $L$  для некоторого преобразователя или границы раздела двух каких-либо сред. Зададим некоторое число ячеек  $N$  и будем считать геометрические толщины слоев одинаковыми ( $L_k=L/N$ ). Ясно, что можно применить рассмотренную выше схему расчета, определив  $B_k$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ) из соотношений (3) и полагая  $\Gamma_k = 2\pi L F / N c_k$ .

Такой способ расчета дает возможность решать задачу согласования не только при фиксированной толщине  $L$  системы, но и при условии, что толщина ее не превышает заданной величины  $L$ . Для этого достаточно произвести расчет, добавив к заданным материалам фиктивный материал с постоянной распространения  $\Gamma_0=0$  и волновым сопротивлением  $w_0=1$ . В этом случае полученное значение критерия  $KR$  будет не больше (а согласование не хуже), чем при фиксированной величине  $L$ .

Для проверки разработанного метода синтеза были проведены расчеты нескольких согласующих систем с помощью ЭВМ БЭСМ-6. При реализации синтеза был использован одночастотный критерий согласования — значение действующего затухания  $RK$  на фиксированной частоте. Это условие, с одной стороны, не является существенным при реализации приведенной расчетной схемы, а с другой — избавляет от необходимости обсуждать в данной работе интегральные критерии согласования (они рассмотрены, например, в работах [7, 10, 14]).

При конструировании систем были заданы пять материалов (табл. 1). Их волновые сопротивления и скорости звука, взятые из [15], были нормированы на соответствующие параметры воды. Волновое сопротивление воды предполагалось чисто действительным и равным  $1,55 \times 10^5$  *ак·ом*, а скорость звука в воде —  $1,5 \times 10^5$  *см/сек*. Число ячеек  $N$  полагалось равным девяти, толщины слоев нормировались на длину звуковой волны в воде.

Результаты расчета сведены в табл. 2. Каждая строка таблицы соответствует одной многослойной согласующей системе. Второй столбец содержит девять элементов последовательности  $IT$  и определяет согласующую систему (передача энергии происходит слева направо). Третий столбец содержит значения действующего затухания несогласованной границы, определяемые равенством  $RK_0 = 10 \lg (|z_1 + z_2|^2 / 4x_1x_2)$ , в четвертом — содержатся значения действующего затухания, полученные в результате расчета и соответствующие указанной в строке слоистой системе. В последнем столбце таблицы приводятся нормированные толщины согласующей системы. При расчете слоистой системы заданной толщины используется обозначение, равно  $L$ , а при расчете системы толщины, не превышающей заданной, используется обозначение, равно или меньше  $L$ .

Были рассчитаны две согласующие системы для возбуждаемого достаточно мощным электрическим генератором плоского пьезовибратора из титаната бария, излучающего в воду. Оценки, проведенные для заторможенной на одной стороне пластины толщиной 2,74 *см* на первой резонансной частоте (равной 50 *кГц*), позволяют заключить, что полное механическое сопротивление преобразователя  $z_1 = 0,20 + i1,30$  (единицей измерения импеданцев является волновое сопротивление воды). Сопротивление излучения преобразователя в воде положим равным  $z_2 = 1$ . Была задана норми-

Таблица 1

№	Материалы	$w$	$c$
1	Плексиглас	1,93	1,70
2	Алюминий	11,10	4,27
3	Свинец	17,48	1,60
4	Латунь	23,30	2,83
5	Сталь	30,60	4,07
6	Резиноподобный материал	0,0432	0,0467

Таблица 2

№	IT	РК <sub>0</sub> , dB	РК, dB	L
1	124142352	5,89	0,00	=2,50
2	311111333	5,89	0,22	=0,33
3	231242213	9,12	0,00	=1,00
4	221434400	9,12	0,00	≤1,00
5	333311111	9,12	5,87	≤0,10
6	636344646	9,12	0,15	≤0,10
7	636344646	9,12	2,22	≤0,10

рованная толщина системы  $L=2,50$ ; в результате расчета (строка 1) получена многослойная система, полностью согласующая преобразователь с нагрузкой. Уменьшение толщины до  $L=0,33$  дает совокупность однородных слоев (строка 2), почти полностью согласующих преобразователь.

Аналогично были рассчитаны просветляющие системы для границы вода — сталь. В этом случае  $z_1=1$ ,  $z_2=30,6$ . Была рассчитана просветляющая многослойная система с  $L=1,00$ . В результате расчета (строка 3) получена система, полностью просветляющая границу вода — сталь. Вариант расчета при условии  $L \leq 1,00$  позволил найти (строка 4) полностью просветляющую систему нормированной толщины 0,78. На фиг. 2 представлена частотная зависимость действующего затухания  $РК$  в полосе  $0 \leq F \leq 2$  для этой слоистой системы. Приведенные примеры позволяют сделать заключение о пригодности разработанного метода синтеза для практического конструирования согласующих систем.

Рассмотренная схема расчета пригодна также для исследования общих свойств многослойных согласующих систем. Рассмотрим, например, согласующие слои малой толщины. Расчет, выполненный для  $L \leq 0,10$  (строка 5), показывает, что при этом выигрыш в прошедшей мощности далек от максимально возможного, слоистая система, его реализующая, является двухслойной. Физически факт сильных отражений довольно очевиден: просветление границы раздела двух сред многослойной системой обусловлено интерференционными эффектами, которые малы при малой волновой толщине системы. Это утверждение справедливо, если фиксирована совокупность материалов, заданных для согласования. Эффект согласования можно существенно увеличить, если использовать материалы с резко отличающимися волновыми сопротивлениями. Для проверки этого заключения добавим к исходным материалам некий гипотетический материал типа мягкой резины (строка 6 табл. 1). Проведенный расчет (строка 6 табл. 2) позволил найти слоистую систему толщиной  $L=0,10$ , практически идеально согласующую границу раздела вода — сталь.

При использовании материалов с резко отличающимися волновыми сопротивлениями возрастает роль диссипативных потерь энергии, которые могут существенно изменить эффект согласования. Потери на внутреннее трение могут быть учтены введением комплексных постоянных распространения и комплексных волновых сопротивлений в характеристические матрицы слоев (3), алгоритм синтеза при этом не изменяется. Учтем потери, например, при введении резиноподобного материала (строка 6 табл. 2). Для этого предположим, что скорость звука в этом материале является комплексной величиной  $\tilde{c}_6 = c_6(1+i\alpha)$ , где  $\alpha=10^{-3}$ , и повторим расчет. Результат его приведен в строке 7 табл. 2. Заметим, что введение малых потерь не изменило состава согласующей системы, хотя согласование заметно ухудшилось. Сравнивая системы (строка 5 и 7 табл. 2), заключаем, что, как и раньше, использование материалов с резко отличными волновыми сопротивлениями увеличило эффект согласования.

В заключение авторы благодарят К. В. Чернышева и В. Б. Гласко за полезные замечания при обсуждении результатов этой работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Б. Д. Тартаковский*. О распространении волн в слоисто-неоднородных средах. Тр. Акуст. ин-та, 1971, 14, 183—194.
2. *В. А. Пирогов, Б. Д. Тартаковский*. О согласующих слоях для границ с комплексным входным импедансом. Акуст. ж., 1969, 15, 3, 407—413.
3. *В. Б. Гласко, А. Н. Тихонов, А. В. Тихонравов*. О синтезе многослойных покрытий. ЖВМ и МФ, 1974, 14, 1, 135—143.
4. *Б. Д. Тартаковский*. Звуковые переходные слои. Докл. АН СССР, 1950, 75, 1, 23—32.
5. *В. В. Шегай*. Об одном случае двухслойного согласования. Вестн. МГУ. Сер. Физика, астрономия, 1974, 4, 419—423.
6. *В. А. Пирогов, Е. С. Рейзин, Б. Д. Тартаковский*. Согласующие слои для приемных электроакустических преобразователей. Акуст. ж., 1973, 19, 5, 754—760.
7. *E. Delano, R. J. Pegis*. Methods of synthesis for dielectric multilayer filters. Progress in Optics, vol. VII, North — Holland, Amsterdam, 1969.
8. *Л. Бриллюэн, М. Пароди*. Распространение волн в периодических структурах. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
9. *К. В. Чернышев*. О согласовании электроакустического преобразователя с нагрузкой. Вестн. МГУ. Сер. Физика, астрономия, 1969, 4, 83—85.
10. *А. В. Егорычев, А. С. Прудников, К. В. Чернышев*. Узкополосное согласование электроакустического преобразователя с генератором. Акуст. ж., 1975, 21, 4, 544—550.
11. *С. С. Лавров*. Универсальный язык программирования (Алгол-60). М., «Наука», 1972.
12. *Г. И. Атабеков*. Основы теории цепей. М., «Энергия», 1969.
13. *J. A. Dobrovolsky*. Completely automatic synthesis of optical thin film systems. J. Appl. Optics, 1965, 8, 4, 937—946.
14. *Р. Фано*. Теоретические ограничения полосы согласования произвольных импедансов. М., «Сов. радио», 1965.
15. *Дж. Кэй, Т. Лэби*. Таблицы физических и химических постоянных. М., Физматгиз, 1962.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра акустики

Поступила  
12 июня 1974 г.  
После окончательной переработки  
13 января 1977 г.