

## ОТРАЖЕНИЕ РЭЛЕЕВСКОЙ ВОЛНЫ ОТ ЛОКАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ

С. В. Бирюков, Л. Л. Горышник

Использование взаимодействия поверхностных волн с локальными неоднородностями поверхности позволяет управлять распространением поверхностных волн и разработать ряд приборов с новыми свойствами. Так, в работах [1, 2] описаны фильтры для сжатия сигналов, в которых для создания заданного закона дисперсии использованы системы канавок на поверхности звукопровода, расположенных под некоторым углом к направлению распространения поверхностной волны.

Для анализа отражения поверхностных волн от неоднородностей воспользуемся методом, предложенным в работе [3], где рассмотрено отражение рэлеевских волн от неоднородностей типа канавки или ступеньки при нормальном падении. Рассмотрим падение под углом  $\alpha$  рэлеевской волны на неоднородность поверхности, форма которой (фиг. 1) определяется выражением

$$S(x, z) = z - \varepsilon \lambda f(x) = 0,$$

где  $\lambda$  — длина рэлеевской волны,  $\varepsilon$  — малый параметр, связанный с глубиной неоднородности,  $f(x)$  — некоторая ограниченная функция  $x$ , удовлетворяющая условию  $f(x) \rightarrow 0$  при  $x \rightarrow -\infty$  и имеющая непрерывную первую производную.

Вектор смещений в твердой среде удовлетворяет обычным уравнениям теории упругости, а на свободной границе тела  $S(x, z) = 0$  выполняются условия отсутствия нормальных компонент тензора напряжений

$$(1) \quad \sigma_{ik} n_k = 0.$$

Значения компонент вектора  $\sigma_{ik} n_k$  на поверхности  $S(x, z) = 0$  можно выразить через их значения и значения их производных при  $z = 0$ , разложив выражение (1) в ряд Тейлора и используя малость  $\varepsilon$ . Чтобы можно было пользоваться методом возмущений, необходимо наложить условия не только на глубину неоднородности, но и на ее форму

$$(2) \quad \left| \lambda \varepsilon \frac{df}{dx} \right| \ll 1.$$

Представляя решение в виде ряда по степеням  $\varepsilon$  и выполняя обычную процедуру метода возмущений, получаем для поправок к полю падающей волны первого порядка малости задачу нахождения поля смещений, обусловленного заданным распределением напряжений на границе  $z = 0$ . Решение такой задачи можно представить в квадратурах, пользуясь методом двукратного преобразования Фурье. Отметим, что соответственные подынтегральные выражения содержат дельта-функцию, которая появляется вследствие того, что форма неоднородности не зависит от координаты  $y$ .

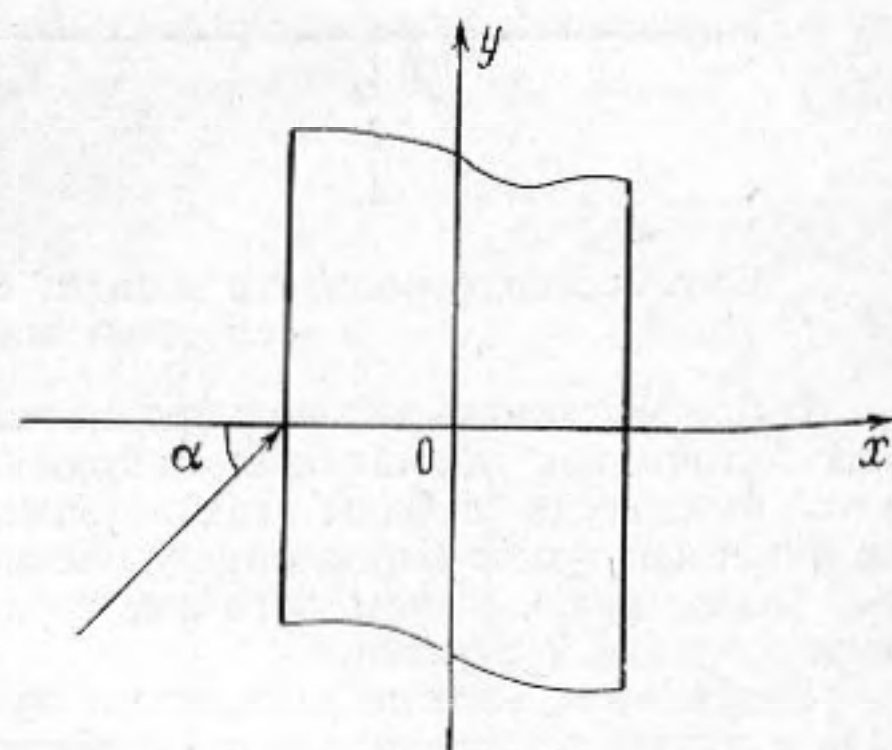
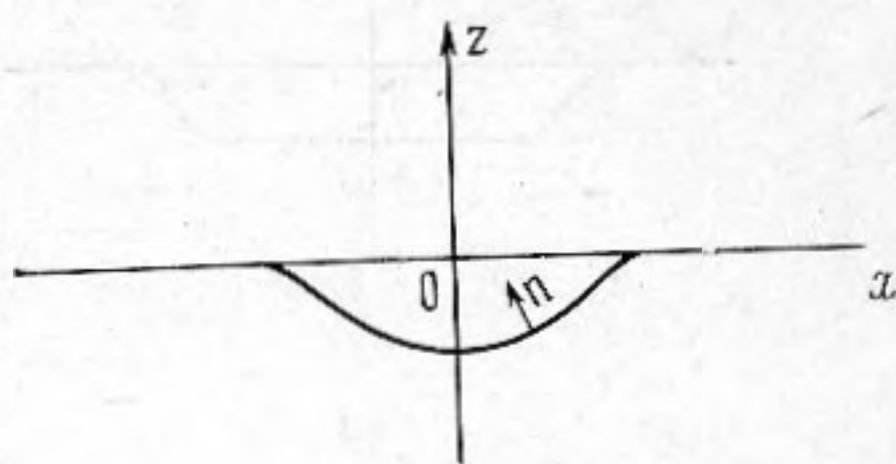
Выделяя из решения поле рассеянных поверхностных волн вдали от неоднородности (см., например, работу [4]), получаем, что в первом порядке теории возмущений коэффициент прохождения поверхностной волны равен единице, а коэффициент отражения  $R$ , определяемый как отношение амплитуд отраженной и падающей поверхностных волн, имеет вид

$$(3) \quad R = -2\lambda \varepsilon \frac{k_t^2 (k^2 - k_t^2)^{1/2}}{\Delta'(k)} \left( \frac{k_t^2}{k^2} - 4 \sin^2 \alpha \right) G,$$

где  $\Delta'(k)$  — производная определителя Рэлея

$$\Delta(k) = (2k^2 - k_t^2)^2 - 4k^2 (k^2 - k_t^2)^{1/2} (k^2 - k_l^2)^{1/2},$$

а  $k$ ,  $k_t$  и  $k_l$  — волновые числа рэлеевской, поперечной и продольной волн соответственно.

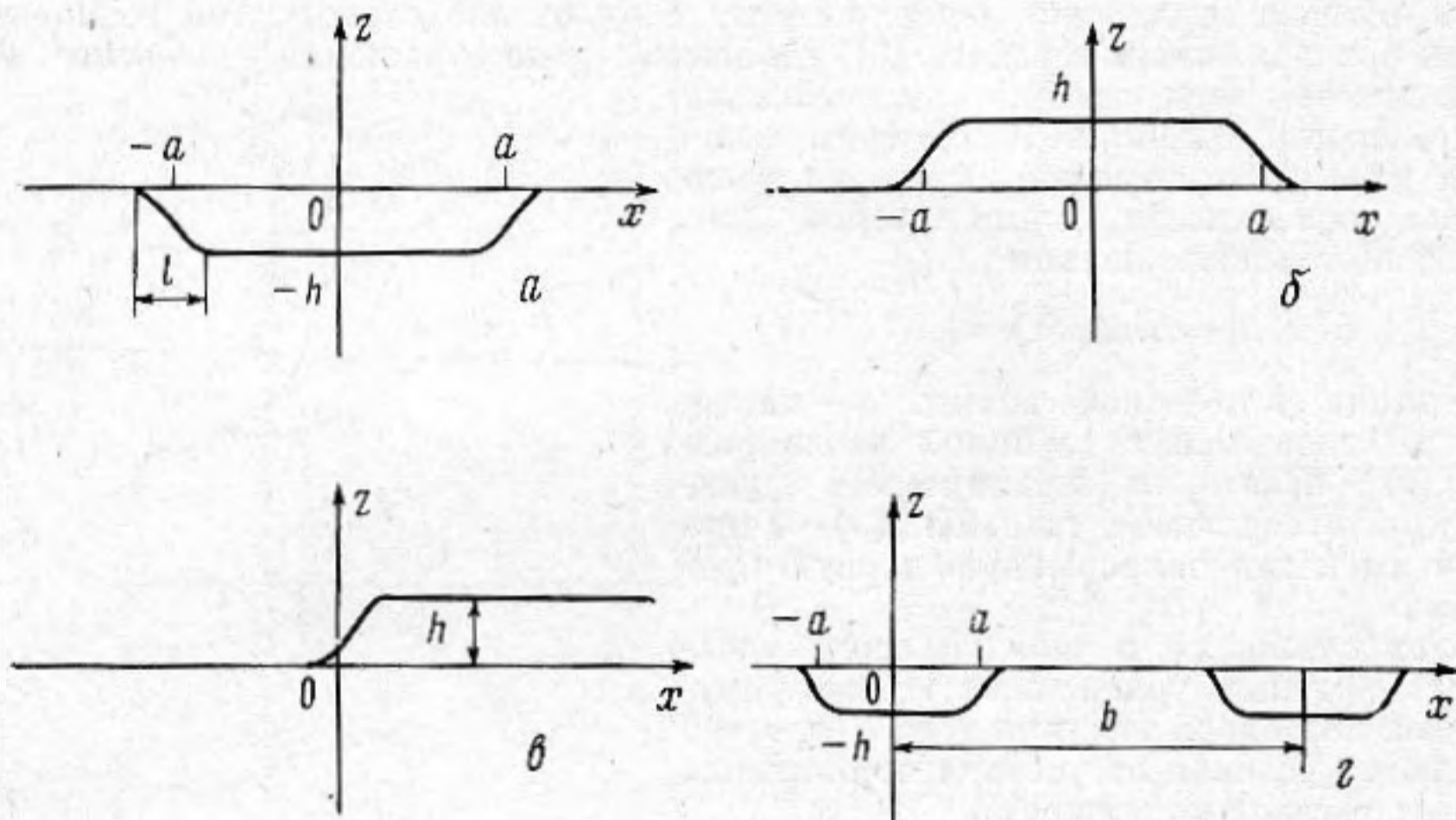


Фиг. 1. Наклонное падение рэлеевской волны на неоднородность поверхности

Влияние формы и размеров неоднородности учитывается в этом выражении множителями  $\epsilon$  и величиной

$$G = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{dx} \exp(2ixk \cos \alpha) dx,$$

а остальные множители описывают зависимость коэффициента отражения от параметров среды и угла падения. При  $\alpha=0$  формула (3) переходит в выражение, полученное авторами работы [3]. Легко видеть, что вне зависимости от формы неоднородности существует угол падения поверхностной волны  $\alpha^* = \arcsin \frac{k_t}{2k}$ , при котором  $R$  обращается в нуль.



Фиг. 2. Неоднородности в виде: а — канавки, б — выступа, в — ступеньки, г — системы эквидистантных канавок

Выше мы заменили неоднородность поверхности распределением трех эффективных источников нормальных напряжений  $\sigma_{iz}$  на границе  $z=0$ . Для угла падения  $\alpha=\alpha^*$  амплитуды и фазы этих источников в каждой точке поверхности таковы, что их линейная комбинация, определяющая амплитуду отраженной поверхностной волны, равна нулю. Таким образом, угол  $\alpha^*$  аналогичен углу Брюстера для плоских волн в оптике и акустике.

Разумеется, помимо указанного нулевого значения  $R$  при  $\alpha=\alpha^*$  могут существовать и другие нулевые значения, обусловленные интерференцией волн, испускаемых вторичными источниками, и связанные с формой неоднородности, которые учитываются фактором  $G$ .

Для неоднородностей, изображенных на фиг. 2,  $\epsilon=h/\lambda$ , где  $h$  — глубина неоднородности. Если при выполнении условия (2) длина переходной области  $l$  мала по сравнению с длиной волны, то факторы  $G$  для различных форм неоднородностей определяются следующими выражениями: для канавки  $G^k=2i \sin(2ak \cos \alpha)$ , для выступа  $G^b=-G^k$ , для ступеньки  $G^c=1$ , для системы  $N$  эквидистантных канавок

$$G^{ak} = G^k \frac{\sin(bkN \cos \alpha)}{\sin(bk \cos \alpha)} \exp[2ibk(N-1) \cos \alpha],$$

где  $a$  и  $b$  показаны на фиг. 2.

Авторы благодарны С. М. Рытову и С. Н. Кондратьеву за полезные дискуссии и внимание к работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R. J. Purdy. A survey of radar signal processing techniques. IEEE NEREM 73, Part 2, Signal processing, N. Y., 1973, 199—208.
2. R. C. Williamson, A. I. Smith. The use of elastic wave reflection gratings in large time-bandwidth pulse compression filters. IEEE Trans., MTT, 1973, 21, 4, 195—206.
3. H.-S. Tuan, R. C. M. Li. Rayleigh-wave reflection from groove and step discontinuities. J. Acoust. Soc. Amer., 1974, 55, 6, 1212—1217.
4. И. А. Викторов. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М., «Наука», 1966.

Радиотехнический институт  
Академии наук СССР

Поступила  
23 февраля 1976 г.  
После вторичной доработки  
15 октября 1976 г.