

поля, определяемых соотношением (3), компонента смещения u_y , вызванная магнитным полем, резко возрастает (при $\epsilon \sim h_{x,y}$ эта компонента становится того же порядка, что и «основные» смещения $u_{x,z}$ в рэлеевской волне); увеличивается также α -изменение волнового числа, т. е. фазовой скорости волны. Отметим, что того же порядка изменения фазовой скорости и структуры наблюдаются и у объемных волн в металле, находящемся в магнитном поле [3]. Однако резонансного воздействия магнитного поля там нет.

Существование особых направлений магнитного поля можно интерпретировать следующим образом. Магнитная анизотропия приводит к тому, что рэлеевская волна оказывается составленной не из двух (продольной l и поперечной t) парциальных волн, а из трех — продольной l и поперечных t_1 и t_2 . Если бы эти волны распространялись в бесконечном пространстве при $\mathbf{H}=0$ в направлении оси x , то компонентами смещений в них были бы $u_x(l)$, $u_z(t_1)$, $u_y(t_2)$, а фазовые скорости равнялись c_l и c_t . «Включение» в пространство магнитного поля добавляет в волнах другие компоненты смещений и делает различными скорости $c_t^{(1)}$ и $c_t^{(2)}$ двух поперечных волн t_1 и t_2 соответственно. При образовании из указанной комбинации рэлеевской волны каждая из трех волн становится неоднородной и затухает с глубиной соответственно как e^{qz} , $e^{s_1 z}$, $e^{s_2 z}$. При условии $h_x/h_y = H_x^2/H_y^2 = k_t^2/(k_R^2 - k_t^2)$ константы затухания двух парциальных поперечных волн t_1 и t_2 становятся равными с очень высокой степенью точности: $s_1 - s_2 = k_R O(h_x^3)$. Таким образом, у волн t_1 и t_2 пространственное распределение совпадает как по оси x (вдоль направления распространения все парциальные волны «припасованы»), так и по оси z (по глубине). В результате возникает сильная связь между волнами t_1 и t_2 и своеобразный пространственный резонанс. Вследствие этого устанавливается распределение смещений по глубине, отличное от случая системы двух парциальных волн, когда волна t_2 , которая в бесконечном пространстве имеет смещение только u_y , не входит в рэлеевскую волну.

Таким образом, магнитное поле резонансно воздействует на рэлеевскую волну. Поля, удовлетворяющие условию (3), можно использовать для управления структурой волны, что представляет интерес для технических применений.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Викторов. Упругие волны в твердом полупространстве с магнитным полем. Докл. АН СССР, 1975, 221, 5, 1069—1072.
2. Г. Кольский. Волны напряжения в твердых телах, М., Изд-во иностр. лит., 1955.
3. Физическая акустика, под ред. У. Мэсона, т. V, гл. I, М., «Мир», 1973.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
10 июня 1976 г.

УДК 534.222.23

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ВОЛНОЙ ТОЛМИНА—ШЛИХТИНГА

И. И. Долгова

В то время как излучению шумов областью развитой турбулентности посвящено значительное число работ, вопрос об излучении звуковых полей областью переходной от ламинарного течения к турбулентному рассматривался лишь в работе [1]. Так как физические явления, возникающие в зоне перехода, имеют характерные особенности, влияющие на характеристики звукового поля, этот вопрос представляет самостоятельный интерес.

Расчет кривых, разделяющих области устойчивости и неустойчивости ламинарного течения [2], показывает, что для ламинарного течения «опасны» только очень узкие интервалы как длины волны, так и частоты возмущения. Экспериментально были обнаружены нарастающие периодические колебания в зоне перехода, занимающие в некоторых случаях значительную часть этой зоны. Такие возмущения являются начальной стадией зарождения турбулентности и называются обычно волнами Толмина — Шлихтинга. Акустическое поле, излучаемое волнами Толмина — Шлихтинга, сильно отличается от звукового поля, излучаемого областью развитой турбулентности.

Рассмотрим воображаемую границу в плоском потоке жидкости, совпадающую с осью x , направленной вдоль потока, и зададим на некотором расстоянии вдоль оси возмущение границы. Пусть амплитуда этой волны давления нарастает экспоненциально вдоль оси x и волна распространяется в направлении потока со скоростью c

$$(1) \quad p|_{y=0} = A \exp i\alpha(x-ct);$$

$x \in [a, b]$

здесь $c\alpha = \beta_1 + i\beta_2$, β_1 — частота колебаний, β_2 — коэффициент нарастания волны. Искомое поле удовлетворяет волновому уравнению, граничным условиям (1) и условию затухания на бесконечности. Параметры α , β зависят от скорости потока, т. е. числа Рейнольдса [2]. Применяя преобразование Фурье по оси x и времени, найдем пространственно-временной спектр волны возмущения

$$(2) \quad p(\xi, \omega) = A\tilde{p}(\omega) [\alpha + \xi]^{-1} [\exp\{i(\alpha + \xi)b\} - \exp\{i(\alpha + \xi)a\}],$$

где

$$\tilde{p}(\omega) = \left[\exp\left\{i(\omega - \alpha c) \frac{\alpha}{\beta_1} b\right\} - \exp\left\{i(\alpha c - \omega) \frac{\alpha}{\beta_1} a\right\} \right] (\omega - \alpha c)^{-1}.$$

Акустическое поле, излученное волной Толмина — Шлихтинга, найдем обычным образом, задавая компоненты плоской волны по оси y волновым числом $\sqrt{k^2 - \xi^2}$. Выполняя обратное преобразование Фурье по координате x , получим

$$(3) \quad p(x, y) = \frac{A}{2\pi} \tilde{p}(\omega) \left\{ \exp(i\alpha b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i(b-x)\xi + i\sqrt{k^2 - \xi^2}y]}{\alpha + \xi} d\xi - \exp(i\alpha a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i(\alpha-x)\xi + i\sqrt{k^2 - \xi^2}y]}{\alpha + \xi} d\xi \right\}.$$

Для вычисления интегралов в формуле (3) воспользуемся интегральным представлением функции Ханкеля [3]

$$(4) \quad H_0^{(1)}(k\sqrt{x^2 + y^2}) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\xi x - |y|\sqrt{\xi^2 - k^2}} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 - k^2}}.$$

Интегрируя последнее выражение по x в конечных пределах, имеем

$$(5) \quad \int_a^b \exp(ix\alpha) H_0^{(1)}(k\sqrt{x^2 + y^2}) dx = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-|y|\sqrt{\xi^2 - k^2}] \{ \exp[ib(\xi + \alpha)] - \exp[ia(\xi + \alpha)] \}}{(\xi + \alpha)\sqrt{\xi^2 - k^2}} d\xi.$$

Продифференцируем обе части равенства (5) по y . Сравнивая полученное таким образом выражение с формулой (2), получим после некоторых упрощений выражение для поля звукового давления в следующем виде:

$$p = 2\sqrt{2} \pi A \tilde{p}(\omega) g(\varphi) \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}},$$

где

$$g(\varphi) = \sin \varphi \frac{\sin l(\alpha - k \cos \varphi)}{(\alpha/k - \cos \varphi)},$$

$2l = b - a$ — протяженность переходной области.

Характеристика направленности звукового поля $g(\varphi)$ имеет главный максимум под углом φ_0 к направлению потока. φ_0 определяется из условия $\cos \varphi_0 = \alpha/k$ при $\alpha/k < 1$. Последнее условие определяет нижнюю частоту, при которой излучение имеет главный максимум в диаграмме направленности. На низких частотах, таких, где $kl \ll 1$, излучение носит дипольный характер $g(\varphi) = \sin \varphi$ (штриховая линия на фигуре).

Кроме направленности, следует отметить еще одну особенность акустического поля волны Толмина — Шлихтинга. В отличие от излучения звука областью развитой турбулентности в этом случае коэффициент трансформации энергии ближнего поля в звуковую не зависит непосредственно от $M = u/c$ (где u — скорость потока, c — скорость звука).

Автор благодарит Л. М. Лямшева за внимание к работе.

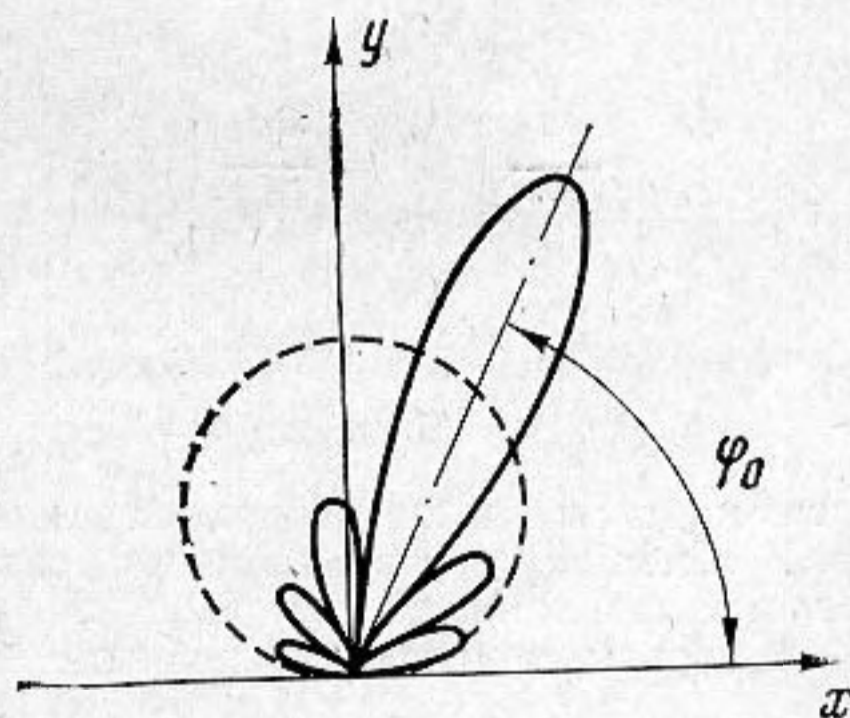


Диаграмма направленности акустического поля, излученного волной Толмина — Шлихтинга

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Фокс-Вильямс. Гидродинамические шумы. В кн.: Подводная акустика. М., «Мир», 1970, 131—150.
2. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
3. Х. Хёня, А. Мауэ, К. Вестпфаль. Теория дифракции. М., «Мир», 1964.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
19 июля 1976 г.

УДК 534.222

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ПУЧКА

Л. К. Зарембо, И. П. Чунгузов

В последнее время возник большой интерес к поведению ограниченных нелинейных звуковых пучков. В этом направлении выполнен ряд работ [1—3], основанных на приближенном решении уравнения Хохлова — Заболотской. Ранее рассматривалась также линейная задача о звуковом поле вблизи твердой границы [4]. «Жидкая» граница звукового пучка в вязкой среде, насколько нам известно, ранее не рассматривалась.

В данной работе в приближении Прандтля с точностью до величин второго порядка малости найдено поле вблизи плоской границы звуковой волны в несжимаемом «жидком» пограничном слое, причем дифракционные эффекты не учитывались. Показано, что даже в линейном приближении возникающие на границе вязкие волны приводят к значительной диссипации энергии, особенно на низких частотах. Имеется слабое боковое излучение второй гармоники.

Уравнения Прандтля имеют вид

$$(1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

где u и v , x и y — компоненты скорости соответственно, $\nu = \mu/\rho_0$, μ — сдвиговая вязкость, ρ_0 — плотность, $U(x, t)$ — скорость вдали от границы. По условию задачи $U(x, t) = U_0 \cos(\omega t - kx)$ при $y > 0$, «жидкая» граница звукового поля находится при $y = 0$. Уравнения (1) решаются с условиями непрерывности скоростей и вязких напряжений при $y = 0$:

$$(2) \quad u_1|_{y=0} = u_2|_{y=0}; \quad v_1|_{y=0} = v_2|_{y=0},$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial u_2}{\partial y} \Big|_{y=0}; \quad \frac{\partial v_1}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial v_2}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

и

$$(3) \quad u_1 \rightarrow U(x, t) \quad \text{при } y \rightarrow +\infty,$$

$$u_2, v_2 \rightarrow 0 \quad \text{при } y \rightarrow -\infty.$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся к компонентам скорости при $y > 0$ и $y < 0$ соответственно. Уравнения (1) с граничными условиями (2) и (3) решались методом последовательных приближений.

В первом приближении решение имеет вид

$$(4) \quad u_1'/U_0 = \cos(\omega t - kx) - 0,5 \exp(-y/\delta) \cos(\omega t - kx - y/\delta),$$

$$u_2'/U_0 = 0,5 \exp(y/\delta) \cos(\omega t - kx + y/\delta),$$

$$v_1'/kU = -y \sin(\omega t - kx) - 0,25\delta \exp(-y/\delta) \sqrt{2} \sin\left(\omega t - kx - y/\delta - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$v_2'/kU_0 = 0,25\delta \exp(y/\delta) \sqrt{2} \cos\left(\omega t - kx + y/\delta + \frac{\pi}{4}\right),$$

где $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$ — толщина акустического пограничного слоя. Из (4) следует, что звуковое поле проникает в невозмущенную среду на расстоянии $\sim \delta$, траектории частиц