АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIV 1978 Вып. 6

УДК 534.2:532

ОБ ЭФФЕКТЕ ДОПЛЕРА В УСЛОВИЯХ ДИСПЕРСИИ ЗВУКА

Ю. П. Алексеев, Е. В. Стекольщиков

Показано, что при распространении волн, неотделимых от сред, в которых они распространяются, при некоторых условиях явление дисперсии приводит к гистерезису доплеровской частоты и вызывает частотно-избирательное «запирание» волновода.

Известно, что эффект Доплера возникает при взаимном перемещении источника и приемника волны. Среда, заполняющая пространство между источником и приемником, играет второстепенную роль, если в пространстве распространяются электромагнитные волны. В классической акустике потоков роль среды существенно возрастает. Именно от теплофизических свойств среды зависит скорость распространения звука, а скорость перемещения среды в пространстве полностью определяет эффект переноса фронтов звуковой волны в эйлеровой [1] системе координат, жестко связанной со стенкой канала. В отличие от классической [2] современная акустика потоков изучает закономерности распространения волн при наличии в среде релаксационных процессов, в условиях диссипации и дисперсии звука. Задачи «релаксационной» акустики потоков возникают, например, при создании таких объектов современной техники, как сопла реактивных и ракетных двигателей, газодинамические лазеры, проточные части турбин атомных электростанций, аппараты химической технологии и криогенной техники.

Ниже рассматриваются некоторые особенности эффекта Доплера применительно к среде, обладающей свойствами диссипации и дисперсии звука. Пусть эта среда (поток) движется в системе координат Эйлера со скоростью v. Волна излучается навстречу потоку неподвижным в системе координат Эйлера источником и воспринимается приемником, который жестко скреплен с подвижной лагранжевой системой координат. В том случае, когда среда не обладает дисперсионными свойствами и фазовая скорость распространения волны в ней $c=\text{const}$, доплеровское преобразование частоты гармоники определяется известным выражением [2] $\omega_\xi=A\omega$, где ω_ξ и ω — круговая частота гармоники соответственно в системах координат Лагранжа и Эйлера, коэффициент пропорциональности $A=\left(1-\frac{v}{c}\cos\theta\right)^{-1}$, θ — угол между направлением распространения волны и направлением движения среды, v — скорость потока, c — скорость звука.

При распространении волны в дисперсионной среде коэффициент $A\neq\text{const}$. Связь частот ω_ξ и ω становится нелинейной, существенно зависящей от структуры дисперсионного уравнения $c=c(\omega_\xi)$:

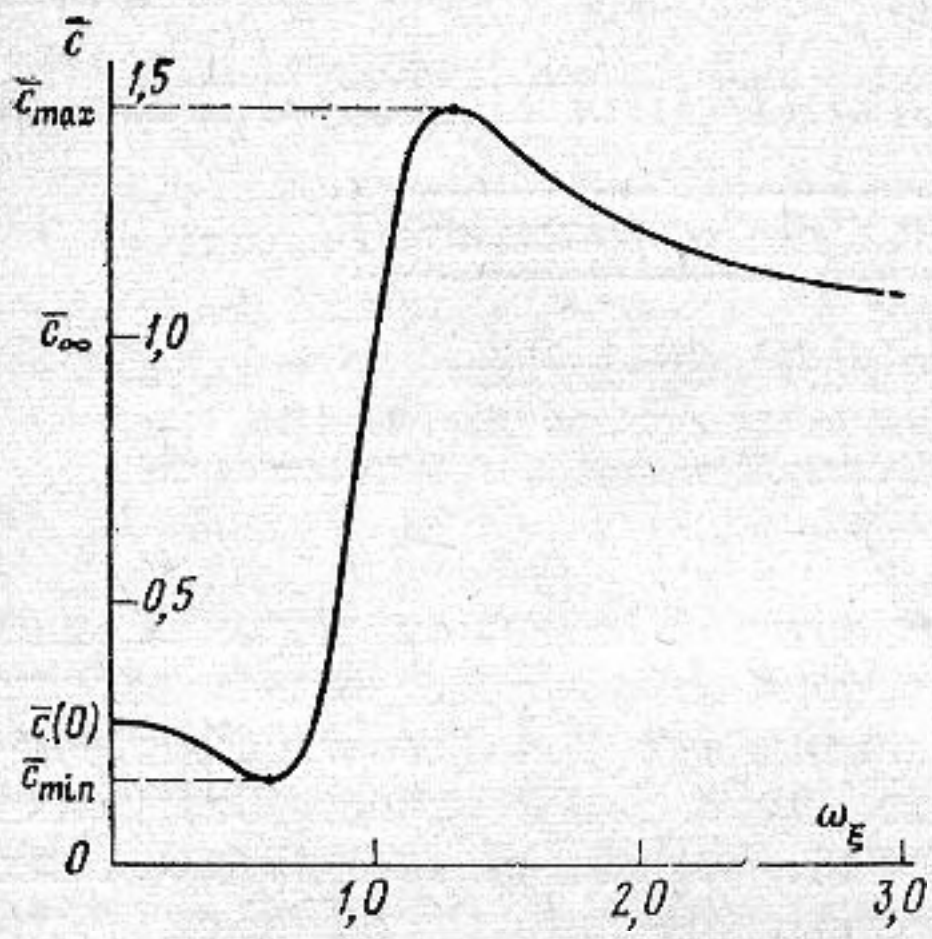
$$\omega_\xi=A(\omega_\xi)\omega, \text{ где}$$

$$A(\omega_\xi)=\left[1-\frac{v}{c(\omega_\xi)}\cos\theta\right]^{-1}. \tag{1}$$

Так как в реальных средах дисперсия скорости звука всегда сопровождается затуханием волны, то движущийся вместе с потоком приемник возмущения будет воспринимать не чистый тон, излучаемый источником $E_1=E_0\cos(\omega\tau)$, а фазо- и амплитудно-модулированный сигнал (при условии, что $\theta=0$):

$$E_2=E_0\exp\left[\alpha(\omega_\xi)(v\tau-l)\right]\cos\left[\omega_\xi\tau+\omega_\xi(v\tau-l)c^{-1}(\omega_\xi)\right],$$

где $v\tau\leqslant l$, τ — время, E_0 — амплитуда сигнала у источника (например, амплитуда колебания давления), $\alpha(\omega_\xi)$ — коэффициент затухания для среды, l — расстояние между источником и приемником плоской волны в момент времени $\tau=0$. Очевидно, что, говоря об эффекте Доплера в средах с диссипацией и дисперсией скорости звука, следует иметь в виду только несущую (ω_ξ) модулированного средой сигнала E_2. Остальные частотные компоненты принимаемого сигнала не подвержены доплеровскому преобразованию частоты.



Фиг. 1. Зависимость нормированной фазовой скорости звука $c=c/c(\infty)$ в водоглицериновом растворе плотностью $1{,}18\cdot10^3$ *кг/м*^{3}, содержащем пузырьки CO_2 диаметром 10^{-5} *м*; объемная концентрация газа 10^{-4}

Влияние различных законов дисперсии $c=c(\omega_\xi)$ на особенности распространения волн без учета эффекта Доплера обсуждалось в работе [3]. Математический аппарат этой работы, по-видимому, останется справедливым и в случае проявления эффекта Доплера, если, конечно, будет осуществлена коррекция закона дисперсии $c=c(\omega_\xi)=c[\omega_\xi(\omega,\ v)]=c_1(\omega,\ v)$ и коррекция закона затухания волны.

Для оценки влияния дисперсии волны на эффект Доплера вводится функция

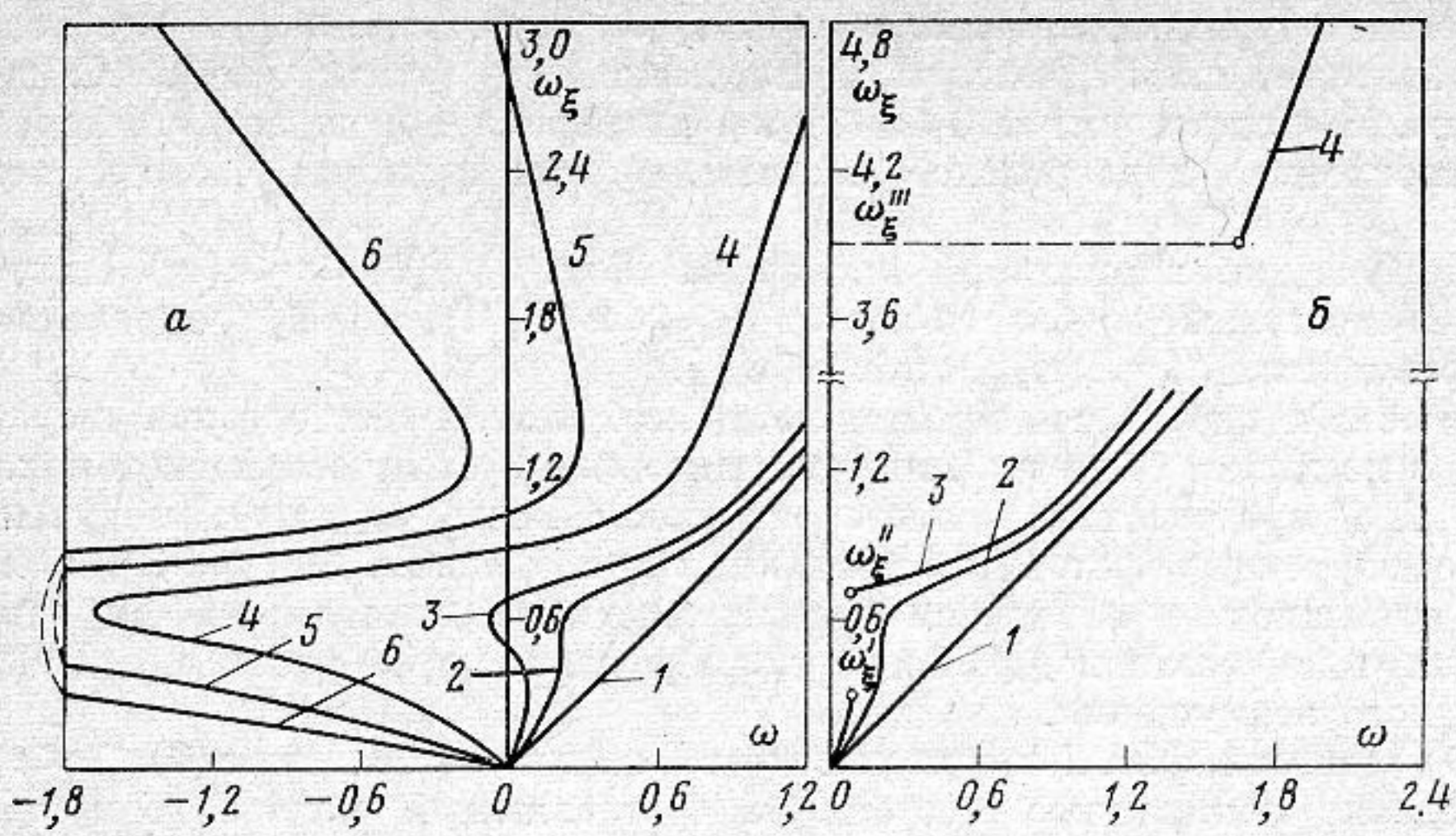
$$\Omega(\omega_\xi,v)=(\omega_\xi-\omega_\xi^*)(\omega_\xi^*)^{-1}, \tag{2}$$

где ω_ξ — частота гармоники в потоке с учетом дисперсии: ω_ξ^* — то же, но без учета дисперсии, для $c(\infty)$.

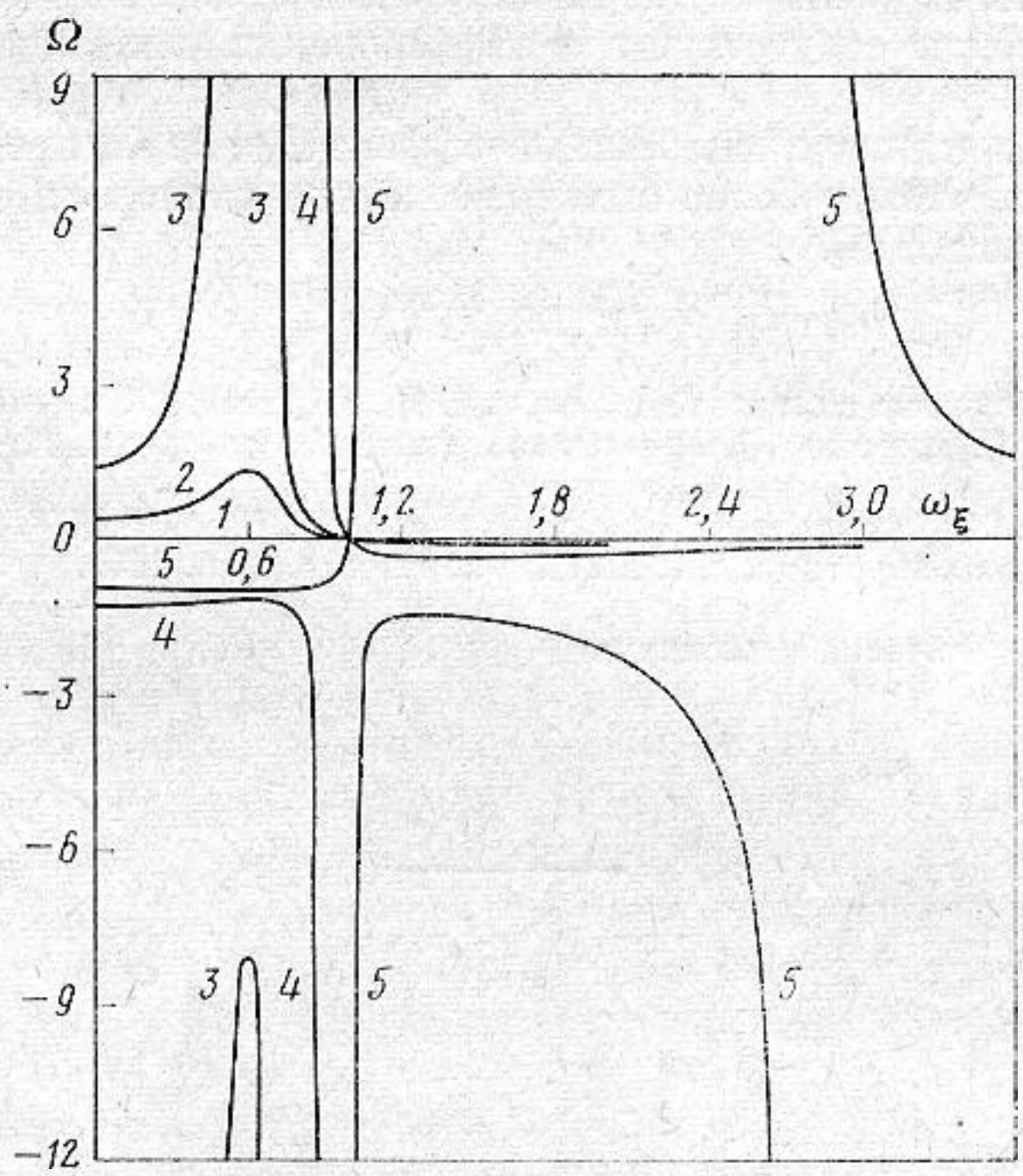
Так как для продолжения анализа требуется конкретизировать дисперсионные соотношения, то ниже будет рассмотрен вариант достаточно сложной, нормально-аномальной дисперсии. Случай смешанной дисперсии экспериментально наблюдается, например, при распространении акустической волны в капельной жидкости, содержащей пузырьки газа. Некоторые свойства такой среды и характер распространения возмущений в ней обсуждались в работе [4]. Дисперсионная зависимость для газожидкостной смеси представлена на фиг. 1.

Результаты расчета доплеровской частоты $\omega_\xi(\omega,v)$, регистрируемой выше по течению, и функции относительного влияния дисперсии на эффект Доплера $\Omega(\omega_\xi,v)$ в случае распространения плоских волн, т. е. при $\theta=0$, представлены соответственно на фиг. 2 и 3. В области отрицательных значений частоты ω (фиг. 2, *а*) гармоники не распространяются против течения, так как они полностью «сносятся» потоком. Для механики жидкости и газа результат $\omega<0$ означает существование кризиса течения. В этом и состоит физический смысл отрицательной частоты.

Если в области $\omega<0$ оказывается не вся кривая $\omega_\xi(\omega,\ v)$ при $v=\text{const}$, а только ее часть, то в этом случае возникает эффект не полного, а частичного «запирания» трубки тока (волновода), запирания по отношению к некоторым волновым пакетам.



Фиг. 2. Зависимость частоты гармоник, регистрируемых в системе координат Лагранжа, от частоты гармоник, генерируемых в системе координат Эйлера, для $\theta=0$. *а* – результат расчета по формуле (1); *б* – для реальной, физической системы. Номера кривых означают: *1* – $v/c(\infty)=0$; *2* – 0,1, *3* – 0,18, *4* – 0,6; *5* – 1,1; *6* – 1,6



Фиг. 3. Функция влияния дисперсии звука на эффект Доплера, возникающий в двухфазной среде позырьковой структуры. Номера кривых соответствуют отношению скоростей $v/c(\infty)$ на фиг. 2

В области аномальной дисперсии (фиг. 1) $c_{\min}<v<c(0)$ постоянная составляющая $\omega=0$, генерируемая в системе координат Эйлера, переходит в постоянную составляющую $\omega_\xi=0$, регистрируемую в системе координат Лагранжа. С увеличением частоты ω частота ω_ξ монотонно возрастает только до значения ω_ξ', соответствующего первому экстремуму функции $\omega_{(\omega_\xi)}$. Далее частота ω_ξ изменяется скачком до значения ω_ξ'', которое находится из уравнения $\omega_\xi''=\omega_\xi' A(\omega_\xi'')A^{-1}(\omega_\xi')$, и затем снова монотонно

возрастает. При движении по кривой $\omega_\xi(\omega)$ из бесконечности (в обратном направлении) скачок частоты ω_ξ перемещается в точку $\omega=0$. Следовательно, в области частот $0\leqslant\omega\leqslant\omega_{(\omega'_\xi)}$ дисперсия порождает «гистерезис» (расщепление) доплеровской частоты ω_ξ как функции частоты источника ω.

На участке нормальной дисперсии (фиг. 1) $c(0)<v<c(\infty)$ «гистерезис» ω_ξ возникает в области частот $0\leqslant\omega\leqslant\omega(\omega_\xi''')$, где ω_ξ''' определяется из уравнения $\omega_\xi'''=A(\omega_\xi''')\,|\min\omega(\omega_\xi)|$.

Можно показать, что верхняя ветвь всех петель «гистерезиса» неустойчива и не может быть стабильно реализована в физических системах. На фиг. 2, *б* представлена уточненная зависимость $\omega_\xi(\omega, v)$, полученная после коррекции фиг. 2, *а* в указанном направлении. Фигура 2, *б* с большей наглядностью объясняет эффекты частичного и полного «запирания» трубки тока (волновода) после доплеровского преобразования спектра исходного возмущения.

В частности, фиг. 2 свидетельствует о том, что в области $c(0)<v<c(\infty)$ благодаря «запиранию» постоянной составляющей малого возмущения становится невозможным переход с одного стационарного режима работы канала на другой, хотя высокочастотная часть возмущения (так называемый динамический сигнал) свободно распространяется вверх по течению.

При этом критической, т. е. предельной скоростью потока, при достижении которой заканчивается увеличение «стационарного расхода массы», следует считать скорость звука на нижней частотной границе дисперсии. Подобные эффекты отсутствуют в приближении классической акустики потоков.

Из оценки влияния дисперсии на эффект Доплера, представленной на фиг. 3, следует, что наиболее сильное влияние дисперсия оказывает в области низких частот ω_ξ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1976.
2. *Блохинцев Д. И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.– Л., Гостехиздат, 1946.
3. *Вайнштейн Л. А.* Распространение импульсов. УФН, 1976, *118*, 2, 339–367.
4. *Скучик Е.* Основы акустики, т. 2. М., Изд-во иностр. лит., 1959.

Московский энергетический институт

Поступила
18 января 1978 г.