АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIV 1978 Вып. 6

УДК 534.26

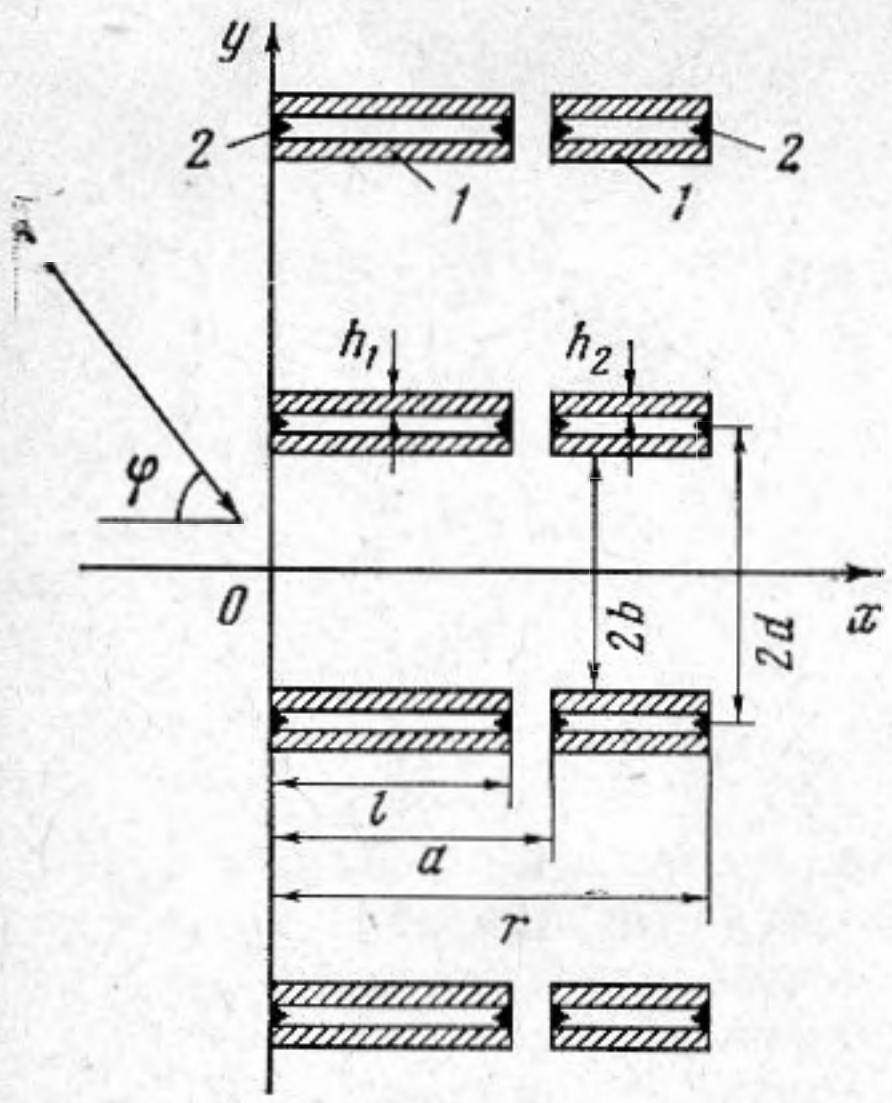
ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ДВУХСЛОЙНОЙ РЕШЕТКЕ ИЗ ПОЛЫХ УПРУГИХ БРУСЬЕВ

И. В. Вовк, В. Т. Гринченко

Проведен анализ звукоизоляции двухслойной решетки в области частот, включающей резонансные частоты упругих элементов решетки. Рассмотрены эффекты взаимодействия между слоями, их влияние на ширину полосы эффективной звукоизоляции и частотная зависимость входного импеданца решетки. Приведена эквивалентная схема, отражающая характерные особенности прохождения звука через двухслойную решетку.

В работе [1] исследовались особенности прохождения звуковой волны через плоскую однослойную решетку, состоящую из полых упругих брусьев. Было показано, что в области частот, близких к первой собственной частоте упругих брусьев, такая решетка дает хорошую звукоизоляцию.

При практическом использовании такого типа решеток для звукоизоляции нередко возникает необходимость расширить полосу частот, в которой обеспечивается эффективная звукоизоляция. Естественным решением такой задачи является использование двух решеток, упругие брусья которых в общем случае имеют различные собственные частоты. Однако в такой двухслойной решетке заметную роль должны играть эффекты взаимодействия между слоями, которые в той или иной мере могут повлиять на степень расширения полосы звукоизоляции.



Фиг. 1. Двухслойная решетка: *1* – пластина; *2* – опора

Определим количественно звукоизоляцию двухслойной решетки, состоящей из полых упругих брусьев, и степень влияния на ее величину взаимодействия между слоями.

На фиг. 1 изображено сечение части плоской двухслойной периодической решетки. Каждый элемент решетки представляет собой полый брус, образованный двумя тонкими упругими пластинками *1*, шарнирно-закрепленными на недеформируемых опорах *2*. Вся решетка погружена в жидкость или газ с плотностью ρ и скоростью распространения звука C.

Поведение системы жидкость – упругие элементы решетки под воздействием падающей под углом φ плоской волны описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\Delta\Phi+k^2\Phi=0,$$

$$\frac{d^4 v_{iq}^{(\tau)}(x)}{dx^4}-k_i^4 v_{iq}^{(\tau)}(x)=-\frac{\omega^2\rho}{d}\Phi(x, y_{iq}). \tag{1}$$

Здесь приняты обозначения: Φ — потенциал скорости звукового поля; $v_{iq}^{(\tau)}$ — колебательная скорость пластинок, k_i — волновое число изгибных волн в пластинках, d_i — цилиндрическая жесткость пластинок, $\omega=2\pi f$, f — частота, i, q — номер слоя решетки и щели между брусьями соответственно, τ — номер пластинки в щели, $\tau=1$ соответствует верхней пластинке в щели, а $\tau=2$ — нижней.

Следуя подходу, использованному в работе [1] и основанному на методе частичных областей, с учетом теоремы Флоке [2] представим потенциал скорости Φ во всей области существования звукового поля через потенциалы скоростей в частичных областях:

$$\Phi_1=\exp[jk(x\cos\varphi-y\sin\varphi)]+$$

$$+\exp(-jk\sin\varphi)\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n\exp\left[-j\left(k_nx-\frac{n\pi}{d}y\right)\right],$$

$$(x\leqslant 0);$$

$$\Phi_2=\exp(2jkdq\sin\varphi)\left\{\sum_{p=1}^{\infty}\sin\frac{p\pi}{l}x\cos[k_p(y-2dq+b)-\alpha_p]+\right.$$

$$\left.+\sum_{s=0}^{\infty}C_s\cos(k_sx-\beta_s)\cos\frac{s\pi}{2b}(y-2dq+b)\right\},$$

$$(0\leqslant x\leqslant l,\ |y-2dq|\leqslant b);$$

$$\Phi_3=\exp(-jky\sin\varphi)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\{D_n\exp[-jk_n(x-l)]+ \tag{2}$$

$$+E_n\exp[jk_n(x-l)]\}\exp\left(j\frac{n\pi}{d}y\right),\qquad (l\leqslant x\leqslant a);$$

$$\Phi_4=\exp(2jkdq\sin\varphi)\left\{\sum_{t=1}^{\infty}F_t\sin\frac{\pi t(x-a)}{r-a}\cos[k_t(y-2dq+b)-\alpha_t]+\right.$$

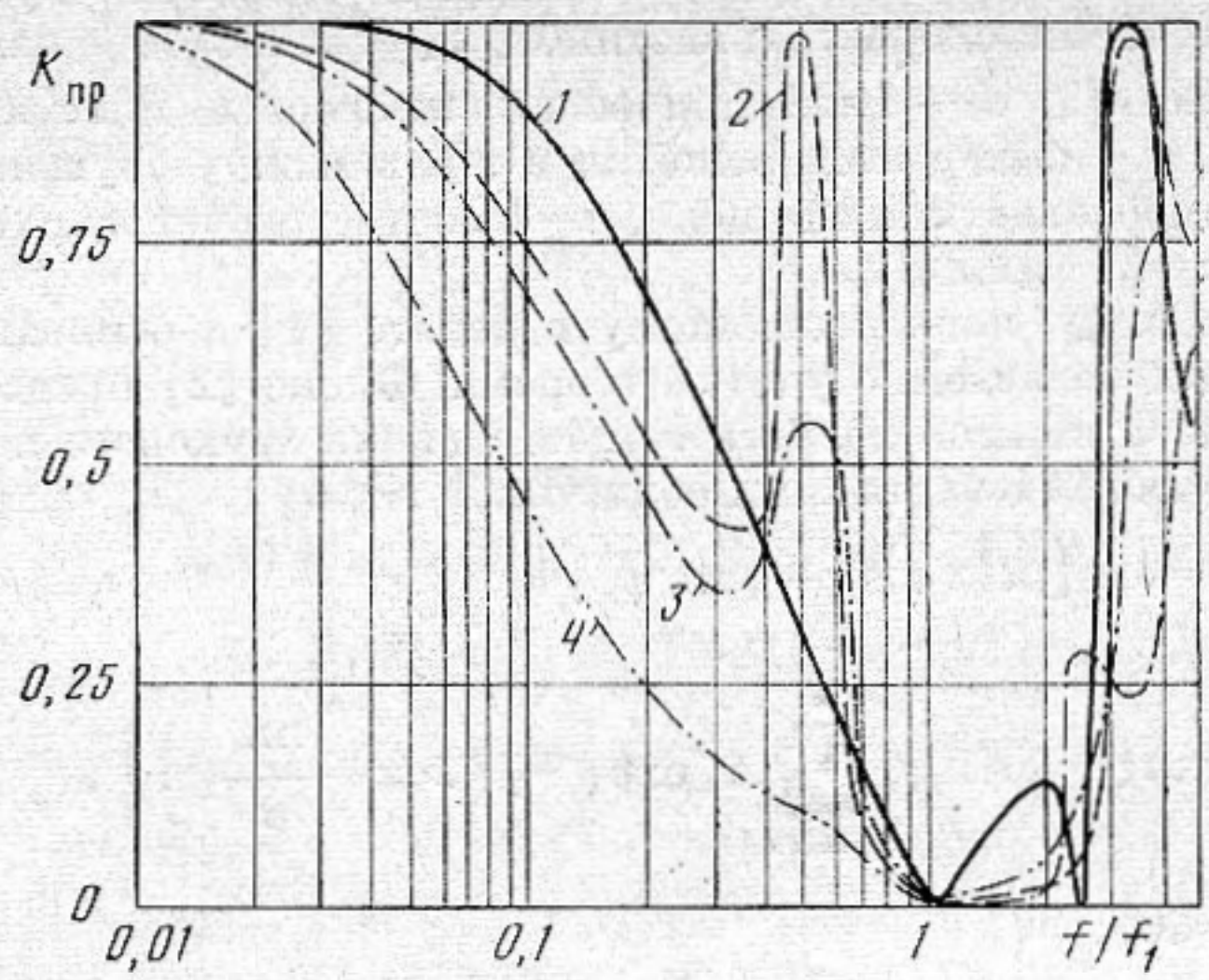
$$\left.+\sum_{s=0}^{\infty}G_s\cos[k_s(x-a)-\alpha_s]\cos\left[\frac{s\pi}{b}(y-2dq+b)\right]\right\},$$

$$(a\leqslant x\leqslant r,\ |y-2dq|\leqslant b);$$

$$\Phi_5=\exp(-jky\sin\varphi)\sum_{n=-\infty}T_n\exp\left\{j\left[k_n(x-r)+\frac{n\pi}{d}y\right]\right\},\qquad (x\geqslant r);$$

$$k_n^2=k^2-\left(\frac{n\pi}{d}-k\sin\varphi^2\right)^2,\qquad k_s^2=k^2-\left(\frac{\pi s}{b}\right)^2,$$

$$k_p^2=k^2-\left(\frac{p\pi}{l}\right)^2,\qquad k_t^2=k^2-\left(\frac{\pi t}{r-a}\right)^2.$$



Фиг. 2. Частотные зависимости коэффициента прохождения звука через решетку

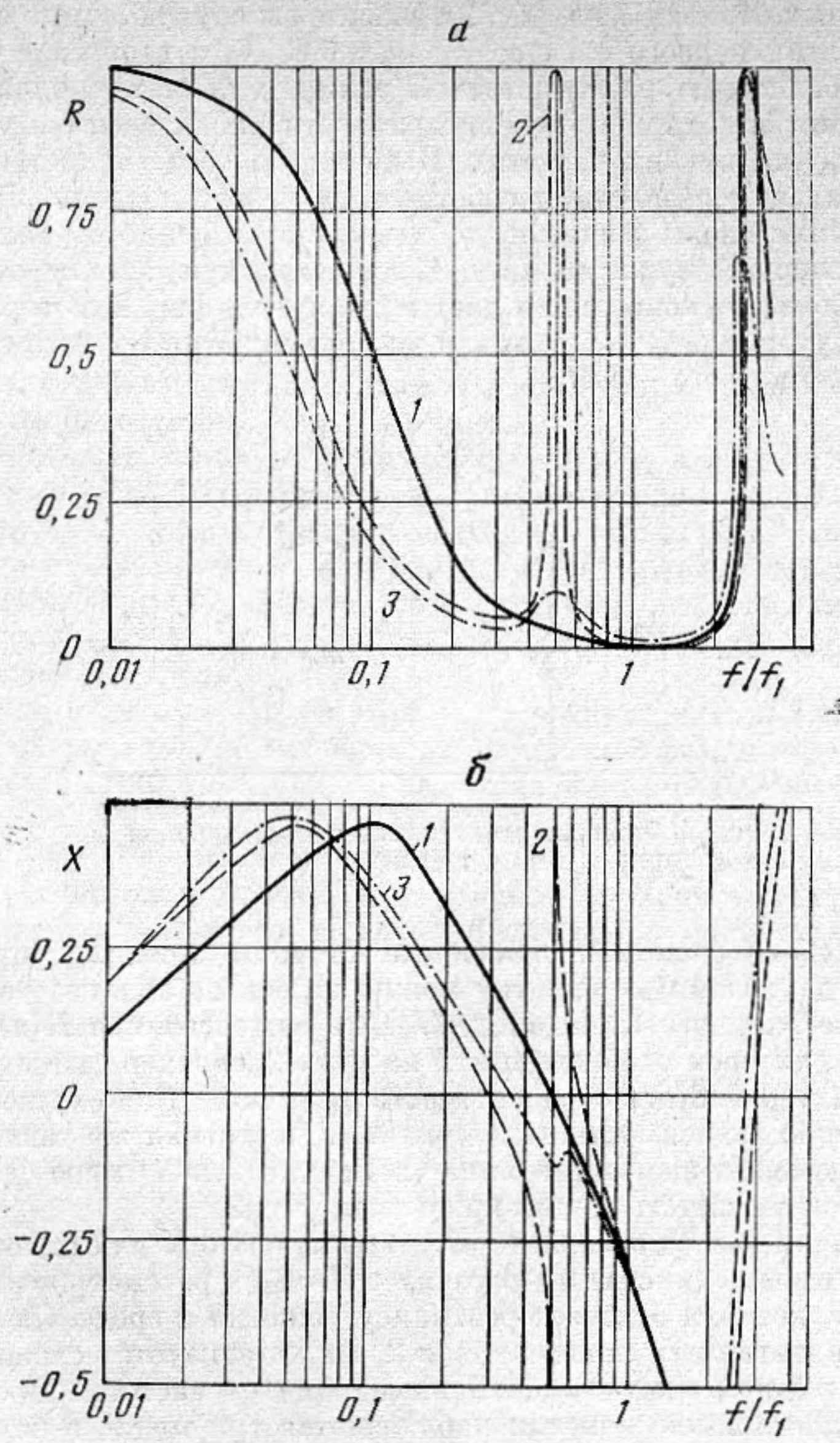
Для отыскания колебательных скоростей $v_{iq}^{(\tau)}(x)$ пластин используются представления их в виде рядов по собственным формам колебаний пластин в вакууме:

$$v_{iq}^{(\tau)}(x)=\sum_{p=1}^{\infty} V_{iqp}^{(\tau)} \sin\frac{p\pi}{l}x. \tag{3}$$

Содержащиеся в формулах (2) и (3) комплексные постоянные должны быть определены из граничных условий, на поверхностях брусьев и условий сопряжения на границах раздела частичных областей, указанных в (2). Эти условия достаточно просто [1] преобразуются в бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода, численное решение которой осуществляется методом редукции. Поскольку в данном случае мы будем интересоваться такими характеристиками решетки как звукоизоляция и входной импеданц, то число вовлекаемых в рассмотрение уравнений невелико. Ограничиваясь рассмотрением случая нормального падения плоской волны на решетку, ее звукоизоляцию можно характеризовать коэффициентом прохождения звука $k_{пр}$, значение которого в области частот $f<C/2d$ определяется величиной T_0 в формуле (2), а входной импеданц периода решетки следующим выражением [3]:

$$Z=-j\omega\rho\int_{-d}^{d}\Phi_1(x=0)\,dy \Big/ \left(\frac{1}{2d}\int_{-d}^{d}\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}(x=0)\,dy\right).$$

Перейдем к анализу зависимостей величин $k_{пр}$ и Z от частоты, параметров решеток и брусьев. Расчеты проводились для случая, когда решетка погружена в воду ($\rho=1$ *г/см*^{3}, $C=1{,}5\cdot10^5$ *см/сек*), а пластинки обоих слоев решетки выполнены из металла с плотностью 4,5 *г/см*^{3}, модулем Юнга $1{,}16\cdot10^{12}$ *дин/см*^{2} и коэффициентом Пуассона 0,3. Как показал анализ большого объема расчетных данных, особенности прохождения звука через двухслойную решетку могут быть охарактеризованы несколькими типичными зависимостями коэффициента прохождения от частоты, которые изображены на фиг. 2. Кривая *2* на этой фигуре соответствует случаю, когда оба слоя решетки идентичны и характеризуются следующими значениями параметров: $l=r-a=0{,}1\ C/f_1$, $h_1=h_2=0{,}06l$, $a=1{,}01l$, $b=0{,}5l$, $d=0{,}57l$,



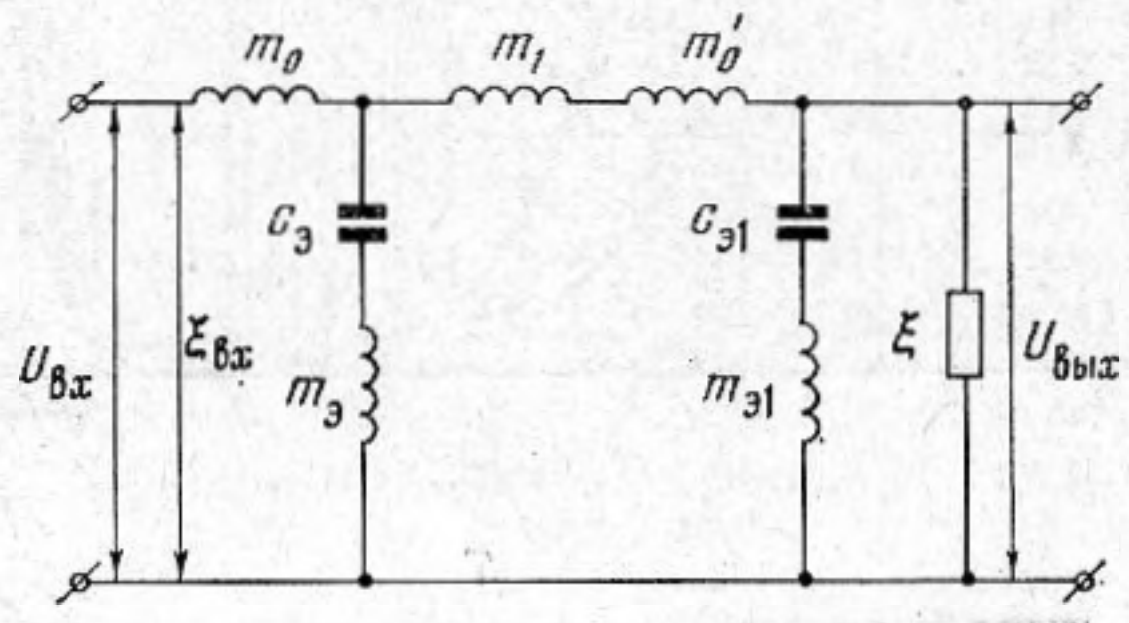
Фиг. 3. Частотные зависимости входного импеданца решетки: *а* — активная составляющая; *б* — реактивная составляющая

f_1 — первая собственная частота пластинок в вакууме. Для сравнения на этой же фигуре проведена частотная зависимость величины $k_{пр}$ (кривая *1*) для решетки, состоящей из одного слоя.

Случай двух идентичных слоев в решетке интересен прежде всего тем, что здесь наиболее сильно должно проявляться взаимодействие между слоями. В связи с этим сравнение кривых *1* и *2* на фиг. 2 дает наглядную картину количественного и качественного влияния взаимодействия между слоями на звукоизоляцию решетки. В области относительно низких частот наличие второго слоя уменьшает величину $k_{пр}$, а для частоты $f \approx 0{,}5 f_1$ как следствие сильного взаимодействия между слоями наблюдается резкое увеличение звукопрозрачности.

Естественно, что при разнесении собственных частот пластинок в слоях решетки связь между ними ослабляется и пик прозрачности в области частот $f \approx 0{,}5 f_1$ снижается. Такая тенденция четко прослеживается в рас-

четных данных. Кривая *3* на фиг. 2 относится к случаю, когда собственная частота пластин первого слоя составляет $0{,}833f_1$, а второго — $1{,}2f_1$. Более важной особенностью разночастотной решетки является, однако, то, что вместе со снижением пика звукопрозрачности наблюдается и уменьшение величины $k_{пр}$ на низких частотах. Именно это обстоятельство позволяет при рациональном разнесении собственных частот пластин, принадлежащих различным слоям решетки, добиться существенного увеличения полосы эффективной звукоизоляции. Количественную оценку степени расширения полосы звукоизоляции дает кривая *4* на фиг. 2, которая относится к тому случаю, когда собственная частота пластин первого слоя составляет $0{,}625\ f_1$, а второго — $1{,}6f_1$.



Фиг. 4. Эквивалентная схема одного периода решетки

Более глубоко раскрыть некоторые стороны процесса прохождения звука через двухслойную решетку можно на основе анализа частотной зависимости ее входного импеданца Z. Его вещественная $R(a)$ и мнимая $X(б)$ части для трех отображенных на фиг. 2 случаев даны на фиг. 3. Общий характер частотной зависимости величины R по существу повторяет частотную зависимость величины $k_{пр}$. Частотная же зависимость реактивной составляющей импеданца в значительной мере дополняет и объясняет ход соответствующих кривых на фиг. 2.

Кривая *1* на фиг. 3, *б* характеризует изменение X для однослойной решетки. Она имеет единственную точку с $X=0$ (в рассматриваемом диапазоне частот), которая отвечает резонансу решетки в среде. Случай решетки из двух идентичных слоев, кривая *2*, характеризуется сложной зависимостью реактивной составляющей импеданца от частоты. В окрестности резонанса однослойной решетки наблюдаются три точки, в которых $X=0$, а именно $f_1^*\approx0{,}3f_1$, $f_2^*\approx0{,}5f_1$ и $f_3^*\approx0{,}63f_1$. Если теперь обратиться к кривой *2* на фиг. 2, то легко установить, что частотам f_1^* и f_3^* соответствуют относительные минимумы величины $k_{пр}$, а частоте f_2^* — максимум этой величины.

Разнесение собственных частот пластинок в слоях существенно изменяет частотную зависимость мнимой части импеданца. Даже при сравнительно небольшой расстройке, отвечающей кривой *3* на фиг. 2, остается только один резонанс решетки на частоте $f\approx0{,}35f_1$.

Причину возникновения указанных выше трех резонансных частот можно в известной степени объяснить в рамках метода электромеханических аналогий. Учитывая, что в рассматриваемой области частот выполняются неравенства $l=r-a\ll\lambda$ и $2d\ll\lambda$, двухслойную решетку можно представить как механическую колебательную систему с сосредоточенными параметрами [4]. На фиг. 4 изображена эквивалентная схема двухслойной решетки; здесь m_0 и m_0' — присоединенная масса воды к пластинкам первого и второго слоя соответственно, m_1 — масса воды в зазоре между слоями, приходящаяся на период решетки, $c_э$, $c_{э1}$, $m_э$, $m_{э1}$ — эквивалентные гибкости и массы пластинок первого и второго слоя соответственно, ξ — входной импеданц полубесконечного пространства за решеткой.

В соответствии с теоремой Фостера [4] входной импеданц такой схемы будет характеризоваться максимально тремя резонансными частотами. Две крайние частоты обусловлены наличием двух последовательных резонансных контуров, а средняя частота — параллельным резонансным контуром, образованным последовательными контурами и массами m_1 и m_0'. Нетрудно заметить, что при резонансе последовательных контуров ξ в значительной мере шунтируется ими и коэффициент передачи по напряжению (аналогом которого является величина $k_{пр}$) такого четырехполюсника мал. Иначе обстоит дело, когда частота возбуждения четырехполюсника совпадает с частотой параллельного резонанса (антирезонанса). В этом случае ξ практически не шунтируется и коэффициент передачи четырехполюсника становится близким к единице.

Таким образом, взаимодействие между слоями в рамках приведенной эквивалентной схемы выражается в существовании параллельного резонанса, частота которого находится между частотами двух возможных последовательных резонансов. Если рассмотреть движение пластин и столба жидкости $2b \times r$ (фиг. 1), то на частоте антирезонанса пластины колеблются строго противофазно, а указанный столб жидкости совершает осциллирующие колебания вдоль оси $0x$.

Интересно отметить, что на этой частоте двухслойную решетку можно также рассматривать как своеобразный открытый резонатор, практически беспрепятственно передающий энергию падающей волны из области $x<0$ в область $x>r$.

Проведенный анализ свойств двухслойной решетки показывает возможность расширения полосы эффективной звукоизоляции и позволяет правильно выбрать геометрические и физические параметры элементов слоев.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вовк И. В., Гринченко В. Т., Кононученко Л. А.* Дифракция звуковой волны на плоской решетке, состоящей из полых упругих брусьев. Акуст. ж., 1976, *22*, 2, 201–205.
2. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.
3. *Шендеров Е. Л.* Волновые задачи гидроакустики. Л., «Судостроение», 1972.
4. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. М., «Мир», 1971.

Поступила
6 декабря 1977 г.