АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXIV 1978 Вып. 6

УДК 534.222

ФЛУКТУАЦИИ ЧАСТОТНО-РАЗНЕСЕННЫХ ВОЛН ПРИ ОТРАЖЕНИИ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

И. П. Лукин

Рассмотрены искажения частотно-разнесенных волн, отражаемых плоским зеркальным отражателем в случайно-неоднородной среде. В приближении метода плавных возмущений рассчитаны пространственно-временные корреляционные функции и временные спектры флуктуаций логарифма амплитуды и фазы частотно-разнесенных колебаний. Рассмотрены также взаимные корреляционные функции флуктуаций волны на прямой трассе с флуктуациями волны на трассе с отражателем. Отмечена сильная зависимость статистических характеристик от конфигурации трассы.

Статистические характеристики флуктуаций частотно-разнесенных волн, проходящих слой случайно-неоднородной среды, рассчитывались в приближении метода плавных возмущений (МПВ) в целом ряде работ (см., например, [1, 2]). Однако иногда необходимо рассмотреть флуктуации параметров волн, проходящих слой дважды, второй раз — после отражения от какой-нибудь поверхности [3]. Подобная ситуация возникает при локации и дальнометрировании, а также в системах компенсации, использующих отраженный сигнал.

В настоящей работе в приближении МПВ рассчитываются статистические характеристики флуктуаций логарифма амплитуды и фазы частотно-разнесенных волн, отраженных от бесконечного плоского зеркала. Рассматриваются также взаимные корреляционные функции флуктуаций характеристик поля на прямой трассе с флуктуациями поля на трассе с отражением.

Известно [2], что корреляционные функции флуктуаций логарифма амплитуды и фазы можно записать через корреляционные функции комплексной фазы. Для гауссовых пучков, прошедших неоднородный слой толщины L, отраженных от бесконечной зеркальной плоскости (т. е. такого отражателя, который обеспечивает полный «перехват» энергии волны) и повторно прошедших через тот же слой, корреляционные функции комплексной фазы, рассчитанные в приближении МПВ, имеют вид

$$\langle\psi_1(2L,\rho_1;k)\psi_1^*(2L,\rho_2;k')\rangle=\pi^2kk'\int\limits_0^L dx'\int\limits_0^\infty d\varkappa\Phi_\varepsilon(\varkappa)\varkappa\times \tag{1}$$

$$\times\left\{\exp\left[i\frac{(2L-x')(\gamma^*(k')k-\gamma(k)k')}{2kk'}\varkappa^2\right]\mathcal{J}_0(\varkappa|\gamma(k)\rho_1-\gamma^*(k')\rho_2|)+\right.$$

$$+\exp\left[i\frac{x'k\gamma^*(k')-k'\gamma(k)(2L-x')}{2kk'}\varkappa^2\right]\mathcal{J}_0(\varkappa|\gamma(k)\rho_1-\gamma^*(k')\rho_2|)+$$

$$+\exp\left[i\frac{(2L-x')k\gamma^*(k')-x'k'\gamma(k)}{2kk'}\varkappa^2\right]\mathcal{J}_0(\varkappa|\gamma(k)\rho_1-\gamma^*(k')\rho_2|)+$$

$$+\exp\left[i\frac{x'(\hat{\gamma}^*(k')k-\hat{\gamma}(k)k')}{2kk'}\varkappa^2\right]\mathcal{J}_0(\varkappa|\gamma(k)\rho_1-\gamma^*(k')\rho_2|)\Big\},$$

$$(2)\qquad \langle\psi_1(2L,\rho_1;k)\psi_1(2L,\rho_2;k')\rangle=-\pi^2kk'\int_0^L dx'\int_0^\infty d\varkappa\,\Phi_\varepsilon(\varkappa)\varkappa\times$$

$$\times\Big\{\exp\left[-i\frac{(2L-x')k'\gamma(k)+k\gamma(k')}{2kk'}\varkappa^2\right]\mathcal{J}_0(\varkappa|\gamma(k)\rho_1-\gamma(k')\rho_2|)+$$

$$+\exp\left[-i\frac{k\hat{\gamma}(k')x'+(2L-x')k'\gamma(k)}{2kk'}\varkappa^2\right]\mathcal{J}_0(\varkappa|\gamma(k)\rho_1-\hat{\gamma}(k')\rho_2|)+$$

$$+\exp\left[-i\frac{k\gamma(k')(2L-x')+k'\hat{\gamma}(k)x'}{2kk'}\varkappa^2\right]\mathcal{J}_0(\varkappa|\hat{\gamma}(k)\rho_1-\gamma(k')\rho_2|)+$$

$$+\exp\left[-i\frac{x'(\hat{\gamma}(k')k+\hat{\gamma}(k)k')}{2kk'}\varkappa^2\right]\mathcal{J}_0(\varkappa|\gamma(k)\rho_1-\hat{\gamma}(k')\rho_2|)\Big\},$$

где L — расстояние от излучающих апертур до отражателя;

$$\gamma(k)=\frac{1+i\alpha x'}{1+2i\alpha L};\quad \hat{\gamma}(k)=\frac{1+i\alpha(2L-x')}{1+2i\alpha L};\quad k=\frac{2\pi}{\lambda},$$

λ — длина волны в свободном пространстве; $\alpha=2/(kW_0^2)+i/\mathcal{F}$; W_0 — эффективный радиус пучка в исходной плоскости; $\mathcal{F}$ — радиус кривизны фазового фронта в центре выходной апертуры; $\Phi_\varepsilon(\varkappa)$ — трехмерный спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости.

Дальнейшее рассмотрение проведем для предельных случаев плоской ($\gamma(k)=\hat{\gamma}(k)=1$) и сферической ($\gamma(k)=x'/(2L)$, $\hat{\gamma}(k)=(2L-x')/(2L)$) волн. При вычислении интегралов по $\varkappa$ в (1) и (2) будем использовать спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости с конечным внешним масштабом турбулентности [4]

$$(3)\qquad \Phi_\varepsilon(\varkappa)=0{,}033C_\varepsilon^2[1-\exp(-\varkappa^2/\varkappa_0^2)]\varkappa^{-11/3}\exp(-\varkappa^2/\varkappa_m^2),$$

где C_ε^2 — структурный параметр, характеризующий интенсивность атмосферной турбулентности; $\varkappa_0=2\pi/L_0$; $\varkappa_m=5{,}92/l_0$; l_0 и L_0 — внутренний и внешний масштабы турбулентности ($l_0\ll L_0$).

Рассмотрим корреляционные функции флуктуаций логарифма амплитуды и фазы двух сферических монохроматических волн с волновыми числами k_1 и k_2:

$$(4)\qquad \mathcal{B}_{\chi,S}(k_1,k_2)=\frac{36}{5}0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_m^{-5/3}L\int_0^1 d\xi\times$$

$$\times\operatorname{Re}\Big\{\left(1+\frac{\varkappa_m^2}{\varkappa_0^2}+i\frac{\xi(2-\xi)}{2}d\Omega\right)^{5/6}-\left(1+i\frac{\xi(2-\xi)}{2}d\Omega\right)^{5/6}\mp$$

$$\mp\left(1+\frac{\varkappa_m^2}{\varkappa_0^2}+i\frac{\xi(2-\xi)}{2}d\right)^{5/6}\pm\left(1+i\frac{\xi(2-\xi)}{2}d\right)^{5/6}\Big\},$$

где $d=L\varkappa_m^2/k$, $k=(k_1+k_2)/(2k_1k_2)$ — среднее волновое число; $\Omega=(k_1-k_2)/(k_1+k_2)$ — относительный разнос волновых чисел (для определенности будем считать, что $k_1\geqslant k_2$, т. е. $0\leqslant\Omega<1$). Нетрудно заметить, что выражение (4) отличается от соответствующих выражений для корреляций на прямой трассе длиной L [1] в двух аспектах: 1) коэффициент перед интегралом в 4 раза больше и 2) фильтрующая функция вида $\xi(1-\xi)$ [1]

заменяется на $\xi(2-\xi)/2$. Асимптотический анализ выражения (4) дает следующие результаты.

В области «геометрической оптики» ($d \ll 1$):

$$
(5)\qquad
\begin{aligned}
&\mathscr{B}_\chi(k_1, k_2) \simeq \frac{0{,}033\pi^2}{15}\Gamma\left(\frac{7}{6}\right) C_\varepsilon^2 \varkappa_m^{7/3} L^3 [1-O(d^2\Omega^2)],\\
&\mathscr{B}_S(k_1, k_2) \simeq \alpha_0 k_1 k_2 C_\varepsilon^2 \varkappa_0^{-5/3} L \left[1-\frac{1}{216}\left(\frac{\varkappa_0}{\varkappa_m}\right)^{5/3} d^2\Omega^2\right].
\end{aligned}
$$

В области «физической оптики» ($1 \ll d \ll \varkappa_m^2/\varkappa_0^2$) при $\Omega \ll (\varkappa_0/\varkappa_m)^2$:

$$
(6)\qquad
\begin{aligned}
&\mathscr{B}_\chi(k_1, k_2) \simeq \beta_0 k_1 k_2 C_\varepsilon^2 \varkappa_m^{-5/3} L d^{5/6} [1-O(d^{7/6}\Omega^2)],\\
&\mathscr{B}_S(k_1, k_2) \simeq \alpha_0 k_1 k_2 C_\varepsilon^2 \varkappa_0^{-5/3} L \left[1-\frac{1}{216}\left(\frac{\varkappa_0}{\varkappa_m}\right)^{5/3} d^2\Omega^2\right];
\end{aligned}
$$

при $(\varkappa_0/\varkappa_m)^2 \ll \Omega < 1$:

$$
(7)\qquad
\begin{aligned}
&\mathscr{B}_\chi(k_1, k_2) \simeq \beta_0 k_1 k_2 C_\varepsilon^2 \varkappa_m^{-5/3} L d^{5/6} (1-\Omega^{5/6}),\\
&\mathscr{B}_S(k_1, k_2) \simeq \alpha_0 \left[1-\beta_0\alpha_0^{-1}\left(\frac{\varkappa_0}{\varkappa_m}\right)^{5/3} d^{5/6}\Omega^{5/6}\right].
\end{aligned}
$$

Здесь $\alpha_0 = \frac{72}{5} 0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)$, $\beta_0 = 2^{-5/6}\frac{36}{5} 0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)$.

В области «геометрической оптики» флуктуации логарифма амплитуды и фазы на разных частотах (5) оказываются почти полностью скоррелированными, так как члены, содержащие Ω, малы по сравнению с главным членом $\sqrt{\mathscr{B}_{\chi,S}(k_1)\mathscr{B}_{\chi,S}(k_2)}$.

Флуктуации фазы и в области «физической оптики» (6), (7) остаются почти полностью когерентными. Что касается корреляционной функции флуктуаций логарифма амплитуды, то при малых частотных разносах она мало отличается от 1 (6), но затем начинает быстро спадать с ростом Ω почти по линейному закону (7). Нормированная корреляционная функция флуктуаций логарифма амплитуды $b\chi(d, \Omega) = \mathscr{B}_\chi(k_1, k_2)/\sqrt{\mathscr{B}_\chi(k_1)\mathscr{B}_\chi(k_2)}$ представлена на фиг. 1 для разных значений d (причем $d \ll \varkappa_m^2/\varkappa_0^2 = 10^6$). Сравнение этих кривых с результатами, полученными в [1], показывает, что графики для отраженной и прямой трасс оказываются близкими, когда для волновых параметров d выполняется соотношение 1 : 2. Поэтому при $d \to 0$ и $d \to \varkappa_m^2/\varkappa_0^2$, когда наблюдается сгущение кривых к предельным: $b_\chi(d \to 0, \Omega) \simeq 1$ и $b_\chi(d \to \varkappa_m^2/\varkappa_0^2, \Omega) \simeq (1-\Omega^{5/6})/(1-\Omega^2)^{5/12}$, нормированные корреляционные функции для обоих случаев совпадают.

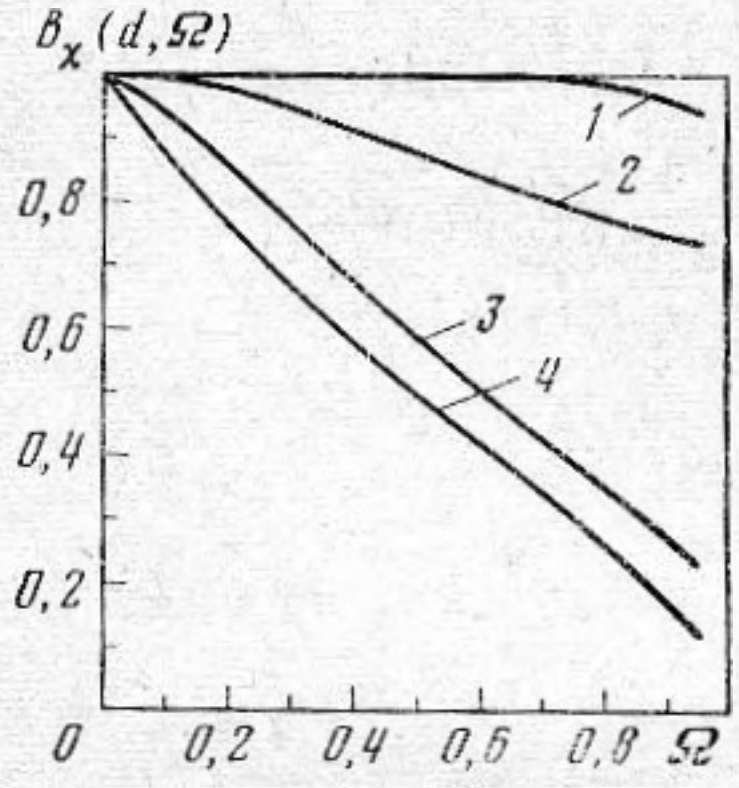
Было показано [3], что статистические характеристики волны, отраженной в случайно-неоднородной среде, существенно зависят не только от длины трассы L, как это было при прямом распространении [1, 2], но и от конфигурации трассы распространения. В случае сферических волн геометрия распространения определяется только расстоянием между источниками и приемником R. Корреляция принимает максимальное значение при отражении строго назад, т. е. когда $R=0$. При увеличении R она монотонно спадает к предельному значению, равному $0{,}5\mathscr{B}_{\chi,S}(k_1, k_2; R=0)$. Отметим, что характерными масштабами, на которых происходит существенное изменение $\mathscr{B}_{\chi,S}(k_1, k_2; R)$, являются L_0 для фазы и $\sqrt{L/k}$ для логарифма амплитуды.

При выборе параметров регистрирующей аппаратуры необходимо знать ширину спектра принимаемого сигнала. Для этого рассчитывался временной спектр флуктуаций частотно-разнесенных волн. Временной частотный

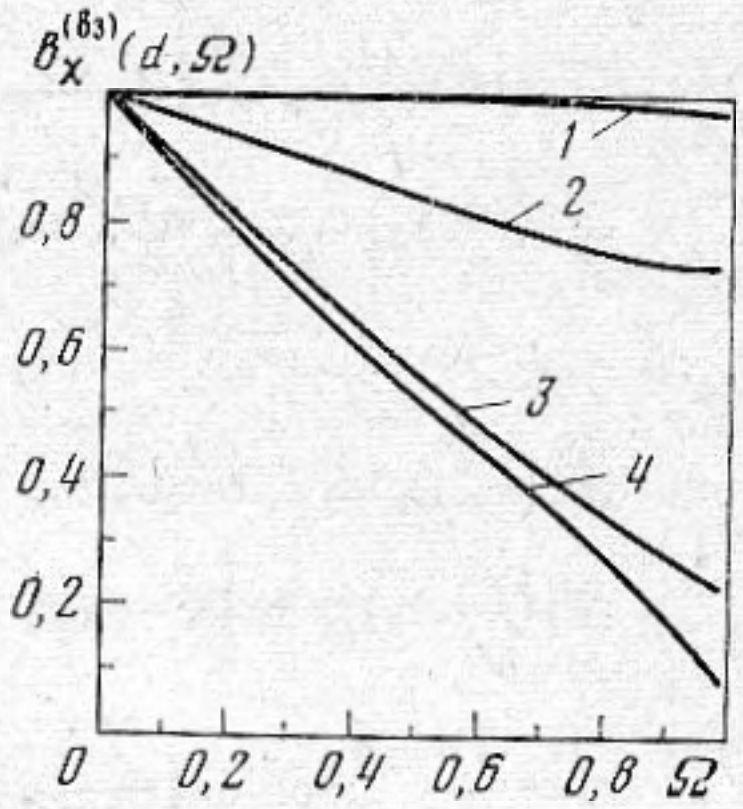
спектр — фурье-преобразование временной корреляционной функции

$$W_{\chi,S}(f)=4\int_0^\infty d\tau\mathscr{B}_{\chi,S}(\tau)\cos(2\pi f\tau),$$

где $\mathscr{B}_{\chi,S}(\tau)$ — временна́я корреляционная функция флуктуаций логарифма амплитуды или фазы. При выполнении гипотезы «замороженности» временна́я корреляционная функция получается из пространственной заменой ρ на $v\tau$, где v — поперечная к направлению распространения скорость ветра.



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Нормированная корреляционная функция флуктуаций логарифма амплитуды сферических волн, отраженных в рассеивающей среде: *1* — $d=5\cdot10^{-3}$, *2* — $d=5$, *3* — $d=50$, *4* — $d=5\cdot10^3$

Фиг. 2. Нормированная функция взаимной корреляции флуктуаций логарифма амплитуды сферической волны на трассе с отражением с флуктуациями сферической волны на прямой трассе: *1* — $d=0{,}5$, *2* — $d=5$, *3* — $d=50$, *4* — $d=500$

Пространственные корреляционные функции флуктуаций частотно-разнесенных волн, распространяющихся по параллельным трассам, отстоящих друг от друга на расстояние ρ, в области «физической оптики» при малых частотных разносах $(\Omega\ll\varkappa_0^2/\varkappa_m^2)$ имеют вид:
при $\rho\ll l_0$

$$\mathscr{B}_\chi(d,\Omega;\rho)\simeq\beta_0k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_m^{-5/3}Ld^{5/6}-\beta_1k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_m^{1/3}L\rho^2, \tag{8}$$

$$\mathscr{B}_S(d,\Omega;\rho)\simeq\alpha_0k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_0^{-5/3}L-\beta_1k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_m^{1/3}L\rho^2;$$

при $l_0\ll\rho\ll\sqrt{L/k}$

$$\mathscr{B}_\chi(d,\Omega;\rho)\simeq\beta_0k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_m^{-5/3}Ld^{5/6}-\beta_1k_1k_2C_\varepsilon^2L\rho^{5/3}, \tag{9}$$

$$\mathscr{B}_S(d,\Omega;\rho)\simeq\alpha_0k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_0^{-5/3}L-\beta_2k_1k_2C_\varepsilon^2L\rho^{5/3};$$

при $\sqrt{L/k}\ll\rho\ll L_0$

$$\mathscr{B}_\chi(d,\Omega;\rho)\simeq O(\rho^{-7/3}), \tag{10}$$

$$\mathscr{B}_S(d,\Omega;\rho)\simeq\alpha_0k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_0^{-5/3}L-2\beta_2k_1k_2C_\varepsilon^2L\rho^{5/3};$$

при $\rho\gg L_0$

$$\mathscr{B}_S(d,\Omega;\rho)\simeq\alpha_1k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_0^{-2}L\rho^{-1/3}, \tag{11}$$

где $$\beta_1=\frac{3}{2}0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right),$$

$$\beta_2=2^{-5/3}\frac{36}{5}0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)\Gamma^{-1}\left(\frac{11}{6}\right),$$

$$\alpha_1=2^{4/3}\cdot 5\cdot 0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)\Gamma^{-1}\left(\frac{11}{6}\right).$$

В области больших частотных разносов $\varkappa_0^2/\varkappa_m^2\ll\Omega<1$ корреляции отличаются от (8) — (11) только при малых ρ:
при $\rho\ll\sqrt{L\Omega/k}$

$$\mathscr{B}_\chi(d,\Omega;\rho)\simeq\beta_0k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_m^{-5/3}Ld^{5/6}(1-\Omega^{5/6})-$$
$$-\beta_3k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_m^{1/3}Ld^{-1/6}(\Omega^{-1/6}-1)\rho^2, \tag{12}$$
$$\mathscr{B}_S(d,\Omega;\rho)\simeq\alpha_0k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_0^{-5/3}L-\beta_3k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_m^{1/3}Ld^{-1/6}(1+\Omega^{-1/6})\rho^2;$$

при $\sqrt{L\Omega/k}\ll\rho\ll\sqrt{L/k}$

$$\mathscr{B}_\chi(d,\Omega;\rho)\simeq\beta_0k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_m^{-5/3}Ld^{5/6}\left(1-\frac{1}{2}\Omega^{5/6}\right)-\beta_2k_1k_2C_\varepsilon^2L\rho^{5/3}, \tag{13}$$

где $\beta_3=2^{1/6}\frac{3}{2}0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\int\limits_0^1 d\xi(2-\xi)^{-1/6}\xi^{-1/6}$. В остальном поведение $\mathscr{B}_\chi(d,\Omega;\rho)$ и $\mathscr{B}_S(d,\Omega;\rho)$ совпадает с (9), (10) и (11). Масштаб корреляции для фазы $\sim L_0$, а для логарифма амплитуды $\sim\sqrt{L/k}$.

Временной спектр флуктуаций фазы при $f\ll\varkappa_0v$ ведет себя как $f^{-2/3}$, в области $\varkappa_0v\ll f\ll\varkappa_mv$ (или $\sqrt{k/(L\Omega)}v$) — спадает как $f^{-8/3}$, а при $f\gg\varkappa_mv$ (или $\sqrt{k/(L\Omega)}v$) — как $f^{-11/3}\exp\left(-\frac{4\pi^2}{\varkappa_m^2v^2}f^2\right)$. Временной спектр флуктуаций логарифма амплитуды имеет вид одновершинной кривой: рост в области $f\ll\sqrt{k/L}v$ и спад при $f\gg\sqrt{k/L}v$. Полоса частот $\sim v/L_0$ для фазы и $\sim v/\sqrt{L/k}$ для логарифма амплитуды.

В ряде случаев расширение возможностей систем, работающих в неоднородной среде, возможно при помощи систем компенсации амплитудно-фазовых искажений. Компенсацию искажений можно проводить на основе измерения флуктуаций в отраженной волне. Чтобы оценить эффективность компенсации искажений, необходимо знать взаимную корреляцию флуктуаций волны на трассе с отражением с флуктуациями волны на прямой трассе.

Пусть одна сферическая волна с волновым числом k_1 распространяется из точки $(0,\rho_{0j})$ по трассе с отражением длиной $2L$ в точку $(0,\rho_l)$, а вторая (k_2) — из точки $(0,\rho_{0j'})$ в точку $(L,\rho_{l'})$. Тогда корреляционные функции взаимной когерентности логарифма амплитуды и фазы можно будет записать в виде

$$\mathscr{B}_{\chi,S}^{(\text{вз})}(k_1,k_2;\rho_{0j},\rho_{0j'};\rho_l,\rho_{l'})=\frac{\pi^2k_1k_2L}{2}\int\limits_0^1 d\xi\int\limits_0^\infty d\varkappa\Phi_\varepsilon(\varkappa)\varkappa\times \tag{14}$$
$$\times\left\{\cos\left[\frac{\xi[2(1-\xi)k_1-(2-\xi)k_2]}{4k_1k_2}L\varkappa^2\right]\mp\right.$$
$$\left.\mp\cos\left[\frac{\xi[2(1-\xi)k_1+(2-\xi)k_2]}{4k_1k_2}L\varkappa^2\right]\right\}\left\{\mathscr{J}_0\left(\varkappa\left|(\rho_{0j}-\rho_{0j'})+\right.\right.\right.$$

$$+\frac{1}{2}\xi(\rho_l-\rho_{0j})-\xi(\rho_{l'}-\rho_{0j'})\Big|\Big)+\mathscr{I}_0\Big(\varkappa\Big|(\rho_{0j}-\rho_{0j'})+$$

$$+\frac{2-\xi}{2}(\rho_l-\rho_{0j})-\xi(\rho_{l'}-\rho_{0j'})\Big|\Big)\Big\}.$$

Расчеты показывают, что в случае отражения строго назад, и когда трассы для прямой и отраженных волн совмещены ($\rho_{0j}=\rho_{0j'}=\rho_l=\rho_{l'}$), взаимная корреляция флуктуаций фазы при $d\ll\varkappa_m^2/\varkappa_0^2$ равна

$$\mathscr{B}_S^{(\text{вз})}(k_1,k_2)\simeq\frac{36}{5}0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)k_1k_2C_\varepsilon^2\varkappa_0^{-5/3}L.$$

Флуктуации фазы на разных частотах хорошо коррелируют друг с другом. Взаимная корреляция логарифма амплитуды имеет следующий вид: при $d\ll1$

$$\mathscr{B}_\chi^{(\text{вз})}(k_1,k_2)\simeq\frac{7}{480}0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)C_\varepsilon^2\varkappa_m^{7/3}L^3,$$

при $1\ll d\ll(\varkappa_m/\varkappa_0)^2$

$$\mathscr{B}_\chi^{(\text{вз})}(k_1,k_2)\simeq2^{-5/3}\frac{18}{5}0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)(k_1k_2)^{1/6}C_\varepsilon^2L^{11/6}\times$$

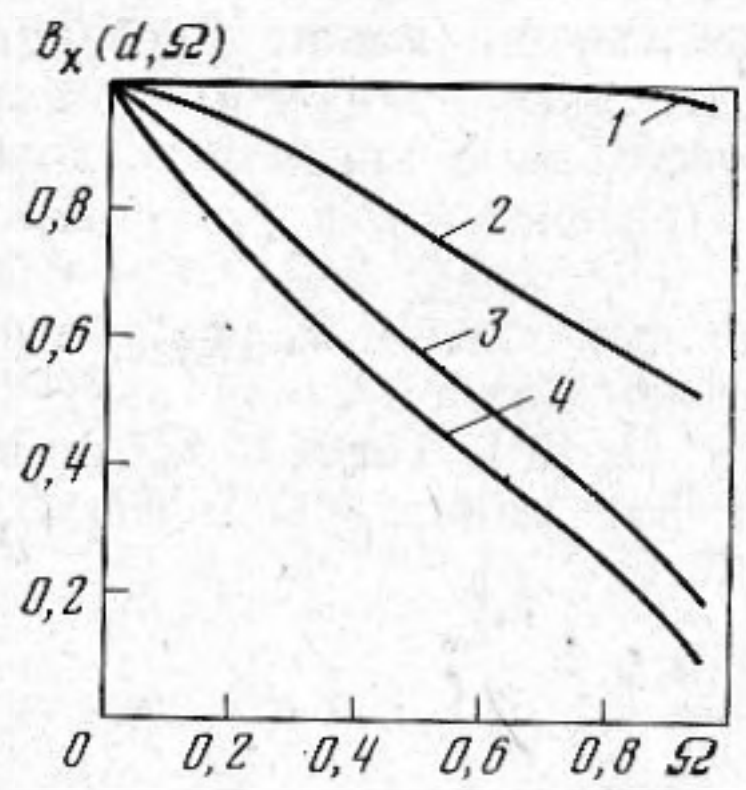
$$\times\int_0^1 d\xi\{[2(1-\xi)k_1+(2-\xi)k_2]^{5/6}-|2(1-\xi)k_1-(2-\xi)k_2|^{5/6}\}\xi^{5/6}.$$

На фиг. 2 изображено изменение коэффициента взаимной корреляции флуктуаций логарифма амплитуды

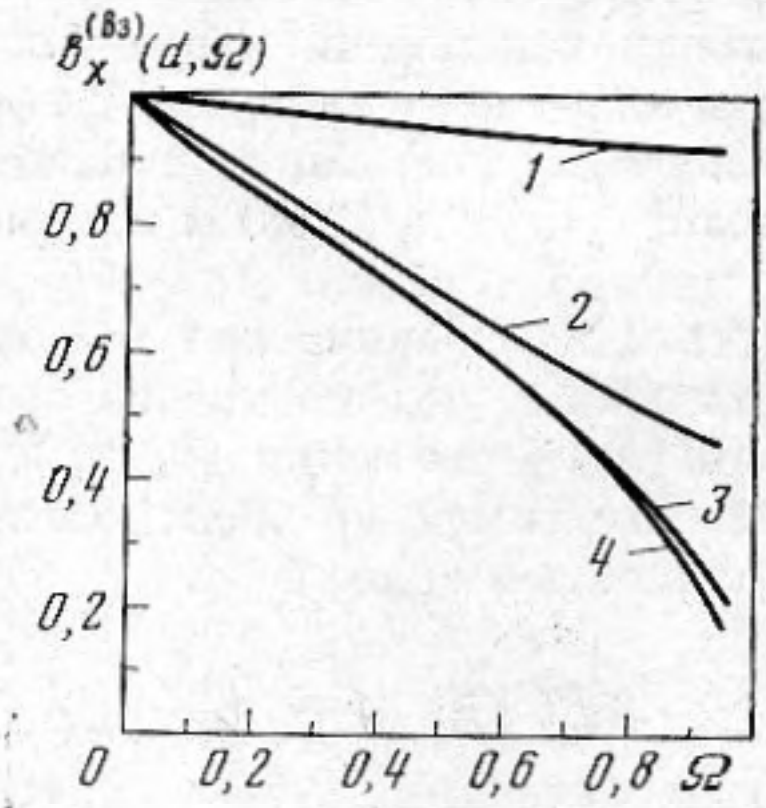
$$b_\chi^{(\text{вз})}(d,\Omega)=\mathscr{B}_\chi^{(\text{вз})}(k_1,k_2)\Big/\sqrt{\mathscr{B}_\chi^{(\text{вз})}(k_1)\mathscr{B}_\chi^{(\text{вз})}(k_2)}$$

от Ω при разных d. Поведение корреляций (14) при разнесении трасс ($\rho_{0j}=\rho_l$, $\rho_{0j'}=\rho_{l'}$, $\rho_{0j}-\rho_{0j'}=\rho$) аналогично поведению $\mathscr{B}_{\chi,s}(d,\Omega;\rho)$ (8)–(13), но коэффициенты в формулах будут различными.

Приведенные результаты относятся к случаю ненаправленных сферических волн. Для плоских волн легко получить аналогичные результаты. Отличие заключается в том, что геометрия распространения определяется



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Нормированная корреляционная функция флуктуаций логарифма амплитуды плоских волн, отраженных в рассеивающей среде. Обозначения, как на фиг. 1

Фиг. 4. Нормированная функция взаимной корреляции флуктуаций логарифма амплитуды плоской волны на трассе с отражением с флуктуациями плоской волны на прямой трассе. Обозначения, как на фиг. 2

не расстоянием между точечными источниками и приемником, как для случая ненаправленных сферических волн, а величиной $L\varphi$, где φ — угол между нормалью к излучающей апертуре и нормалью к отражателю. На фиг. 3 изображены коэффициенты корреляции флуктуаций логарифма амплитуды плоских волн при различных значениях d. Нетрудно заметить, что графики для плоских и сферических волн оказываются близкими при волновых параметрах, соотносящихся как 1 к 4.

Что касается взаимной корреляции флуктуаций на прямой трассе с флуктуациями на отраженной трассе, то в случае плоских волн для корреляционных функций получаются выражения

$$\mathscr{B}_{\chi,\varepsilon}^{(\text{вз})}(k_1, k_2) = \frac{\pi^2 k_1 k_2 L}{2} \int_0^1 d\xi \int_0^\infty d\varkappa \Phi_\varepsilon(\varkappa)\varkappa \times \tag{15}$$

$$\times \left\{ \cos\left[\frac{(1-\xi)k_1-(2-\xi)k_2}{2k_1k_2} L\varkappa^2\right] + \cos\left[\frac{(1-\xi)k_1-\xi k_2}{2k_1k_2} L\varkappa^2\right] \mp \right.$$

$$\left. \mp \cos\left[\frac{(1-\xi)k_1+(2-\xi)k_2}{2k_1k_2} L\varkappa^2\right] \mp \cos\left[\frac{(1-\xi)k_1+\xi k_2}{2k_1k_2} L\varkappa^2\right] \right\}.$$

Здесь волна, прошедшая трассу с отражением, имеет волновое число, равное k_1, а волна на прямой трассе — k_2. На фиг. 4 представлены графики коэффициентов корреляции

$$b_\chi^{(\text{вз})}(d, \Omega) = \mathscr{B}_\chi^{(\text{вз})}(k_1, k_2) \Big/ \sqrt{\mathscr{B}_\chi^{(\text{вз})}(k_1)\mathscr{B}_\chi^{(\text{вз})}(k_2)},$$

рассчитанные по формуле (15) при разных d, когда $\varkappa_m^2/\varkappa_0^2 = 10^6$.

При расчете статистических характеристик флуктуаций частотно-разнесенных волн использовалась двухмасштабная модель (3) изотропного спектра $\Phi_\varepsilon(\varkappa)$, описывающая отклонение функционального вида спектра от степенно́го вне инерционного интервала волновых чисел $\varkappa$ затухающими гауссовыми функциями. Однако в ряде работ [1, 2, 5] применялись другие модели $\Phi_\varepsilon(\varkappa)$, тем не менее можно показать, что использование этих моделей приводит к тем же самым результатам для статистических характеристик флуктуаций частотно-разнесенных волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фукс И. М.* Корреляция флуктуаций частотно-разнесенных сигналов в случайно-неоднородной среде. Изв. вузов. Радиофизика, 1974, *17*, 11, 1665–1670.
2. *Фукс И. М.* Когерентность флуктуаций амплитуды и фазы частотно-разнесенных сигналов, распространяющихся в турбулентной среде. Радиотехника и электроника, 1975, *20*, 3, 515–524.
3. *Лукин И. П.* Флуктуации фазы модулирующего колебания, распространяющегося на трассе с отражением. Тез. докл. IV Всесоюзн. симпоз. по распространению лазерного излучения в атмосфере. Томск. Ин-т оптики атмосферы СО АН СССР, 1977, 214–217.
4. *Гельфер Э. И., Кон А. И., Черемухин А. М.* Корреляция смещения центра тяжести сфокусированного светового пучка в турбулентной атмосфере. Изв. вузов. Радиофизика, 1973, *16*, 2, 245–253.
5. *Лукин В. П., Лукин И. П.* Распространение модулированных волн в турбулентной атмосфере. Дисперсия флуктуаций фазы модулирующего колебания. Радиотехника и электроника, 1977, *22*, 9, 1965–1969.

Институт оптики атмосферы
СО Академии наук СССР

Поступила
26 января 1978 г.