

УДК 534+534.231.2

## О РАБОТЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННЫ В ВОДНОМ СЛОЕ

*В. А. Елисеенкин*

Рассмотрена направленность линейной акустической антенны, помещенной горизонтально в плоский однородный водный слой с абсолютно отражающими границами. Длина антенны предполагается сравнимой или большей толщины слоя. Звуковое поле в слое, создаваемое точечным ненаправленным источником синусоидального сигнала, представляется в виде суммы нормальных волн. Приведены результаты расчета характеристик направленности антенны в слое.

Распространение звука в водной морской среде сопровождается отражениями от границ — дна и поверхности, а также гидроакустической рефракцией, порождаемой неоднородностью водного слоя. Эти явления не могут не оказывать влияния на фактическую направленность гидроакустической антенны, помещенной в водный слой. Соответственные расчеты в предположении малости размеров антенны по сравнению с толщиной водного слоя проводились в лучевом приближении в ряде работ, в частности в [1].

Ниже рассматривается направленность горизонтальной линейной акустической антенны, помещенной в водный слой, при длине антенны, сравнимой или большей, чем толщина слоя. Для простоты слой предполагается однородным, плоскопараллельным, с абсолютно отражающими границами (поверхность абсолютно мягкая, дно абсолютно жесткое). Начало системы координат  $(r, z)$  располагается на дне, ось  $z$  направлена вертикально вверх, толщина слоя равна  $h$ , скорость звука в слое  $c$ .

Звуковое поле в слое создается точечным ненаправленным источником, расположенным на горизонте  $Z_0$  и излучающим тональный сигнал. Линейная антенна с постоянной по ее длине  $L$  чувствительностью располагается на горизонте  $Z$ . При расчетах предполагается, что поглощение звука в водной толще отсутствует.

Сигнал на выходе линейной антенны  $u$ , скомпенсированной на угол  $\beta^*$ , пропорционален величине

$$(1) \quad u = \int_{-L/2}^{+L/2} u_x(x) \exp(-jkx \sin \beta) dx,$$

где  $u_x(x)$  — звуковое давление на участке антенны, расположенном на расстоянии  $x$  от ее центра,  $k$  — волновое число. Временной множитель  $\exp(-j\omega t)$  здесь и далее в расчетах опускается.

Будем рассматривать поле в слое в виде суммы нормальных волн [2, 3]

$$(2) \quad u_x(x) = j \frac{2\pi}{h} \sum_{l=1}^{\infty} \cos(b_l Z_0) \cos(b_l Z) H_0^{(1)}(\xi_l r_x),$$

\* Под углом компенсации понимается угол, на который производится электрический поворот диаграммы направленности антенны по отношению к нормали к ее длине.



где  $l$  — номер нормальной волны,  $H_0^{(1)}(\xi_l r_x)$  — функция Ханкеля первого рода нулевого порядка,  $r_x$  — расстояние по горизонтали от излучателя до  $x$ -го участка антенны,  $\xi_l$  и  $b_l$  — горизонтальная и вертикальная компоненты волнового вектора  $k$   $l$ -й нормальной волны:

$$(3) \quad \xi_l = \sqrt{k^2 - b_l^2} = \sqrt{k^2 - [(l-1/2)\pi/h]^2}.$$

Нормальные волны начальных номеров, для которых величина  $\xi_l$  действительна, распространяются в слое без затухания. Максимальный номер распространяющейся без затухания нормальной волны  $l_{\max}$  определяется из условия

$$(4) \quad l_{\max} \leq 2 \frac{h}{\lambda} + \frac{1}{2},$$

где  $\lambda$  — длина волны излучаемого звука в свободном пространстве. Нормальные волны с номерами, большими  $l_{\max}$ , затухают, поэтому ограничимся рассмотрением только поля незатухающих нормальных волн и бесконечность в верхнем пределе суммы выражения (2) заменим на величину  $k = l_{\max}$ .

При значениях  $\xi_l r_x \gg 1$  функцию Ханкеля можно заменить ее асимптотическим выражением

$$(5) \quad H_0^{(1)}(\xi_l r_x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi \xi_l r_x}} \exp \left[ j \left( \xi_l r_x - \frac{\pi}{4} \right) \right].$$

Для антенны в свободном пространстве граница между ближней и дальней зонами  $R_{rp}$  определяется условием [4]

$$(6) \quad R_{rp} = 2A^2/\lambda,$$

где  $A$  — апертура антенны (в рассматриваемом случае  $A=L$ ). Если учесть, что каждая нормальная волна может быть представлена в виде суммы двух плоских волн, распространяющихся под углом друг к другу [2], то условие (6) остается справедливым и в рассматриваемом случае распространения звука в водном слое.

Пусть излучатель находится в дальней зоне антенны. Тогда, если  $r$  — расстояние по горизонтали от источника до центра антенны, а  $\alpha$  — угол поворота антенны в горизонтальной плоскости по отношению к направлению на источник, в показателе экспоненты выражения (5)  $r_x$  можно заменить на  $r+x \sin \alpha$ , а в знаменателе подкоренного выражения  $r_x$  — просто на  $r$ .

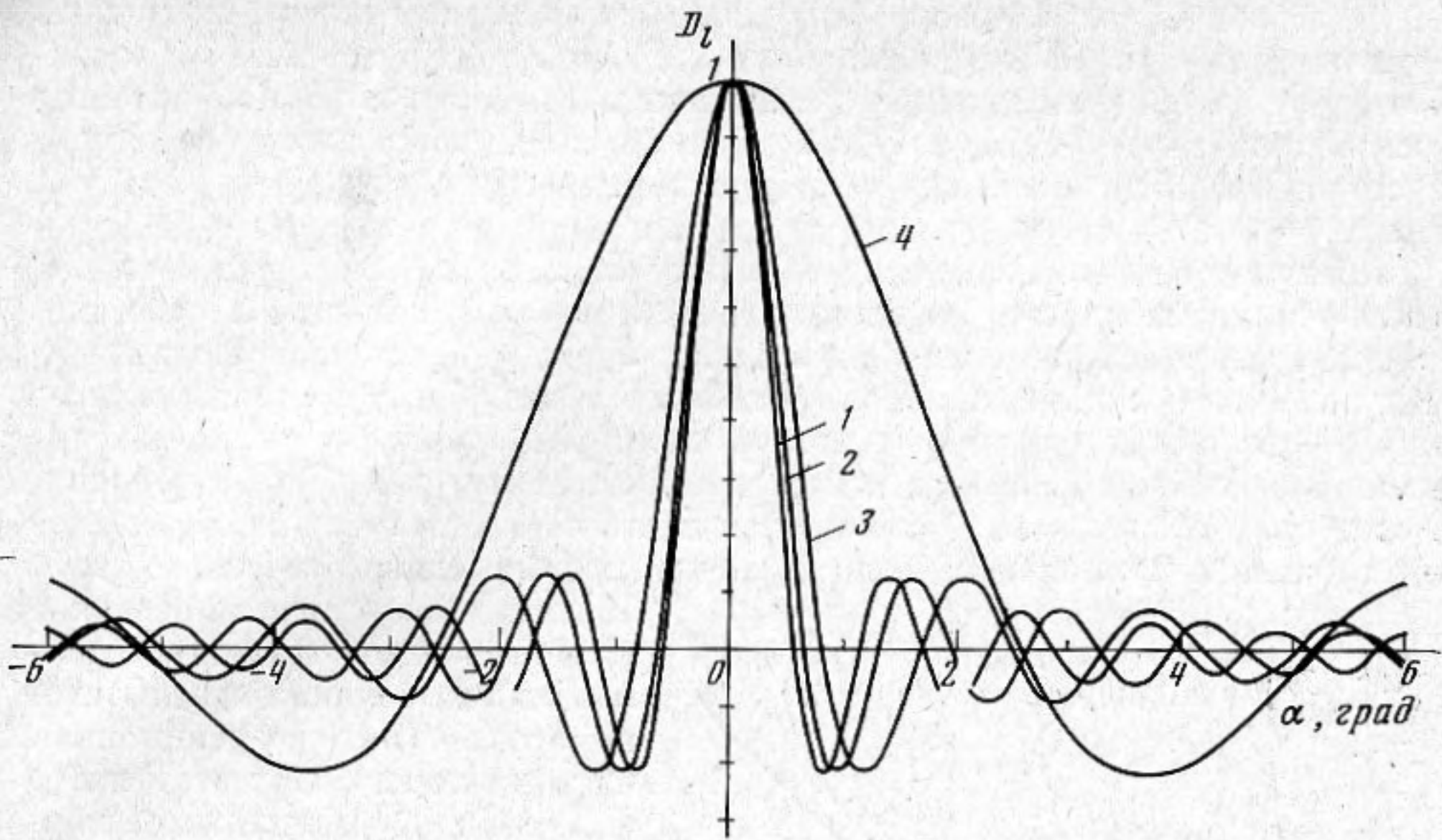
Сигнал на выходе линейной антенны (1) может быть теперь представлен в виде

$$u = j \frac{2\sqrt{2\pi}}{h\sqrt{r}} \exp \left( -j \frac{\pi}{4} \right) \int_{-L/2}^{+L/2} \sum_{l=1}^k \cos(b_l Z_0) \cos(b_l Z) \frac{1}{\sqrt{\xi_l}} \times \\ \times \exp \{ j [ \xi_l (r+x \sin \alpha) - kx \sin \beta ] \} dx.$$

Изменяя порядок суммирования и интегрирования и выполняя последнее, получаем

$$u = j \frac{2\sqrt{2\pi}L}{h\sqrt{r}} \exp \left( -j \frac{\pi}{4} \right) \sum_{l=1}^k \cos(b_l Z_0) \cos(b_l Z) \frac{1}{\sqrt{\xi_l}} \times \\ \times \exp(j\xi_l r) \frac{\sin [ (L/2) (\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta) ]}{(L/2) (\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta)}.$$





Фиг. 1. Диаграмма направленности антенны в свободном пространстве (кривая 1) и фактора направленности антенны в слое при приеме 10-й, 15-й и 20-й нормальных волн (кривые 2, 3 и 4);  $\beta=0^\circ$

Интенсивность сигнала на выходе линейной антенны будет определяться выражением

$$\begin{aligned}
 (7) \quad uu^* &= \frac{8\pi L^2}{h^2 r} \left\{ \left[ \sum_{l=1}^k D_l(\alpha, \beta) \cos(\xi_l r) \right]^2 + \left[ \sum_{l=1}^k D_l(\alpha, \beta) \sin(\xi_l r) \right]^2 \right\} = \\
 &= \frac{8\pi L^2}{h^2 r} \left\{ \sum_{l=1}^k D_l^2(\alpha, \beta) + 2 \sum_{l=1}^{k-1} \sum_{q=l+1}^k D_l(\alpha, \beta) D_q(\alpha, \beta) \cos[(\xi_l - \xi_q) r] \right\},
 \end{aligned}$$

где

$$(8) \quad D_l(\alpha, \beta) = \frac{1}{\sqrt{\xi_l}} \cos(b_l Z_0) \cos(b_l Z) \frac{\sin[(L/2)(\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta)]}{(L/2)(\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta)}.$$

Определим отклик антенны в слое как нормированную по максимуму интенсивность сигнала на выходе антенны в зависимости от угла поворота антенны вокруг ее центра  $\alpha$  и угла компенсации  $\beta$ :

$$(9) \quad B(\alpha, \beta) = uu^* / \max\{uu^*\}.$$

Заметим, что параметры задачи входят в выражение для отклика антенны  $B(\alpha, \beta)$  в виде относительных величин  $L/\lambda$ ,  $h/\lambda$ ,  $r/\lambda$ ,  $Z_0/\lambda$ ,  $Z/\lambda$  (множитель  $8\pi L^2/h^2 r$  в выражении (7) сокращается при нормировке).

Дальнейшие рассуждения будем сопровождать результатами расчетов, проводимых на конкретном примере. Возьмем антенну размерами  $L=10^2\lambda$  и водный слой толщиной  $h=10\lambda$  (размеры антенны в 10 раз больше толщины водного слоя). Согласно условию (4), в таком слое может распространяться без затухания 20 нормальных волн. Расстояние по горизонтали между излучателем и фазовым центром антенны выберем удовлетворяющим условию (6) —  $r=2 \cdot 10^4\lambda$ , а саму антенну и излучатель поместим в середину слоя —  $Z/h=Z_0/h=0,5$ .

Обратимся к выражению (8). Первые три сомножителя в правой части этого выражения  $\cos(b_l Z_0) \cos(b_l Z) / \sqrt{\xi_l}$  определяют степень возбуждения



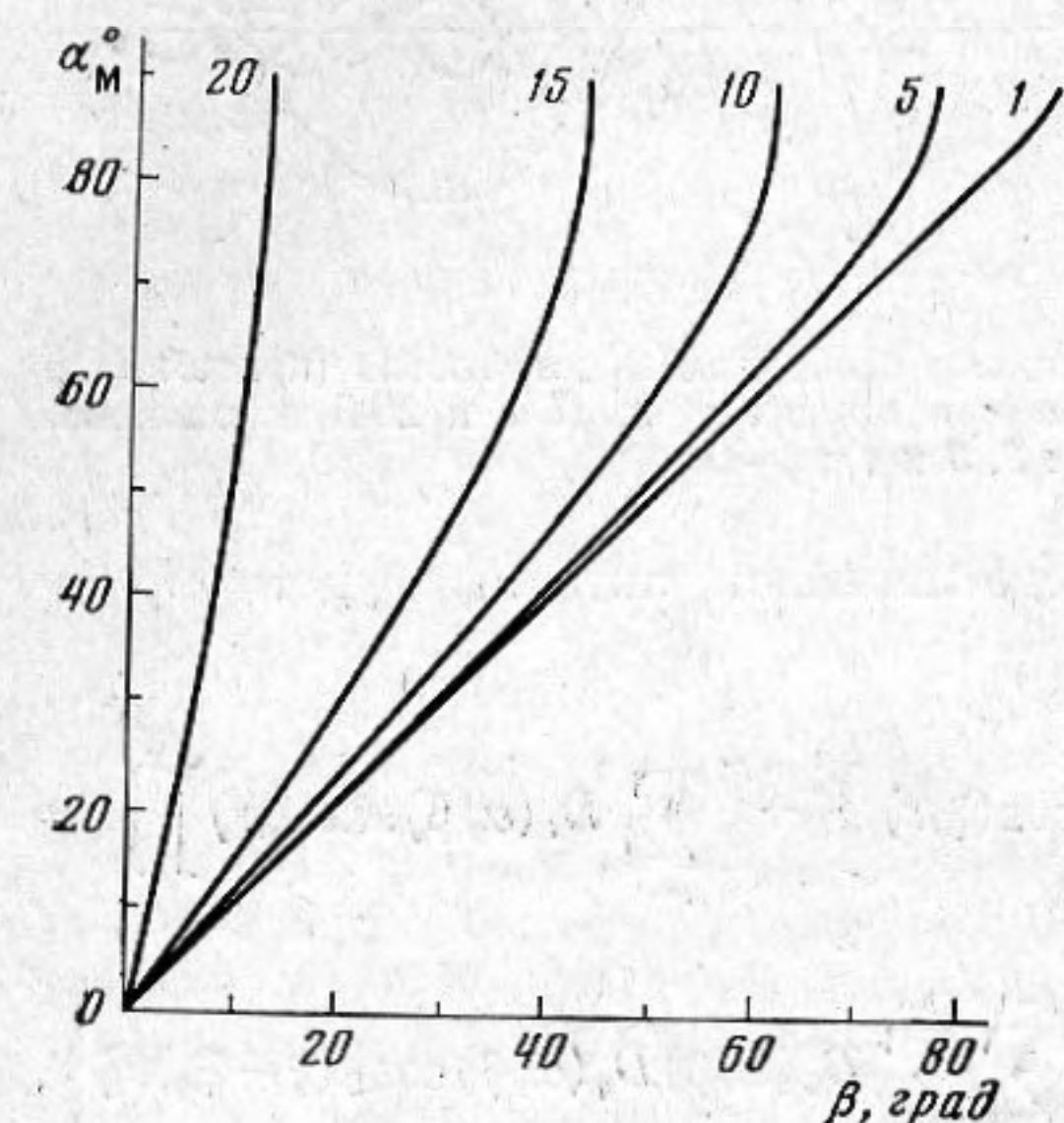
$l$ -й нормальной волны, распространяющейся в водном слое. Последний множитель  $\sin[(L/2)(\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta)] / [(L/2)(\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta)]$  отличается от выражения для диаграммы направленности линейной антенны в свободном пространстве заменой перед  $\sin \alpha$  волнового числа свободного пространства  $k$  на его горизонтальную компоненту  $\xi_l$  для  $l$ -й нормальной волны.

Логично определить поэтому величину  $D_l(\alpha, \beta)$  как ненормированный фактор направленности горизонтальной линейной антенны в слое при приеме  $l$ -й нормальной волны, а величину  $D_l^2(\alpha, \beta)$  — как соответствующую направленность по энергии. Тогда отклик антенны будет состоять из двух частей — из суммы факторов направленности по энергии и суммы попарных произведений факторов направленности всех распространяющихся в слое нормальных волн. Если первая часть соответствует энергетическому сложению нормальных волн в точке приема (энергетическая часть отклика), то вторая определяет

интерференцию между нормальными волнами различных номеров (интерференционная часть отклика). При этом набег фаз между различными нормальными волнами при распространении учитывается множителем  $\cos[(\xi_l - \xi_q)r]$ .

Имеют место два существенных отличия фактора направленности  $D_l(\alpha, \beta)$  от направленности той же антенны в свободном пространстве.

Определяя горизонтальную компоненту волнового вектора, согласно формуле (3), как  $\xi_l = (2\pi/\lambda) \sqrt{1 - (l - 1/2)^2 / (h/2\lambda)^2} = 2\pi/\lambda_l$ , можно видеть, что соответствующая ей длина волны  $\lambda_l$  больше длины волны в свободном пространстве  $\lambda$  и увеличивается с ростом номера нормальной волны  $l$ . Это в свою очередь приводит к уменьшению



Фиг. 2. Зависимость величины  $\alpha_m$  от угла компенсации  $\beta$  для нормальных волн номеров  $l=1, 5, 10, 15, 20$

волновых размеров антенны (отношения  $L/\lambda_l$ ) и, следовательно, к уширению главного и боковых лепестков фактора направленности  $D_l(\alpha, \beta)$ , по сравнению с диаграммой направленности в свободном пространстве. Последнее наглядно иллюстрируется фиг. 1, на которой представлены нормированные по максимуму фактора направленности для 10-й, 15-й и 20-й нормальных волн (кривые 2, 3 и 4). Для сравнения на той же фигуре представлена диаграмма направленности антенны в свободном пространстве (кривая 1). Угол компенсации  $\beta=0^\circ$ .

Если для антенны в свободном пространстве введение угла компенсации  $\beta$  приводит к смещению ее диаграммы по оси углов  $\alpha$  на тот же угол  $\beta$ , то в случае антенны в слое фактор направленности  $D_l$  смещается на угол, отличный от угла  $\beta$ . Действительно, из выражения (8) следует, что угол поворота антенны вокруг ее центра  $\alpha_m$ , соответствующий максимуму фактора направленности  $D_l$ , может быть найден из условия

$$\xi_l \sin \alpha_m - k \sin \beta = 0$$

или

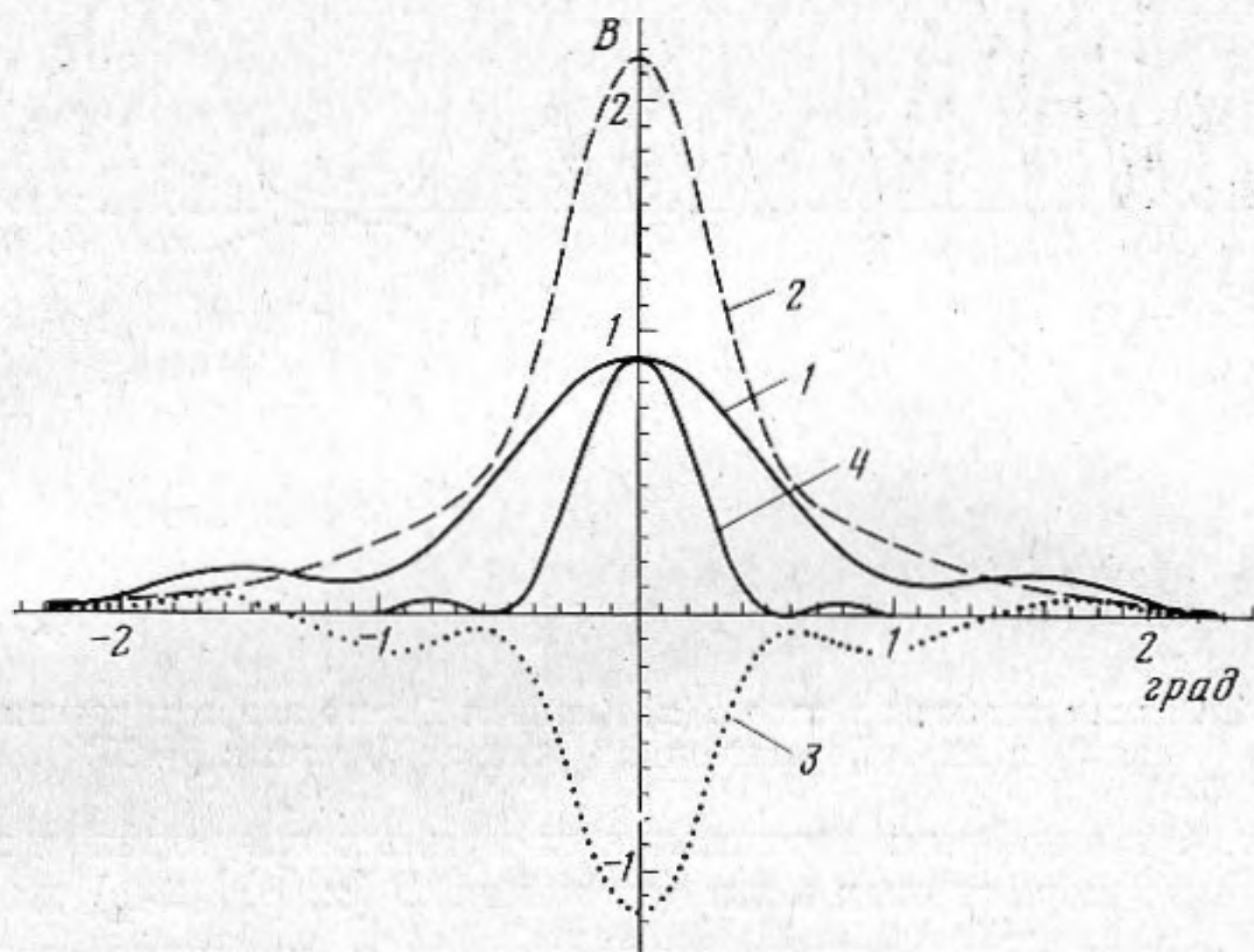
$$\alpha_m = \arcsin[\sin \beta / \sqrt{1 - (l - 1/2)^2 / 4(h/\lambda)^2}].$$



Очевидно, что всегда  $\alpha_m \geq \beta$ , причем знак равенства имеет место, когда  $\alpha_m$  и  $\beta$  оба равны нулю. Разница между углами  $\alpha_m$  и  $\beta$  увеличивается с ростом угла  $\beta$  и номера нормальной волны  $l$ . На фиг. 2 представлены зависимости  $\alpha_m$  от  $\beta$  для нормальных волн номеров  $l=1, 5, 10, 15, 20$ . Из фиг. 2 видно также, что, начиная с некоторого номера нормальной волны  $l$  и с определенной величины угла компенсации  $\beta$ , значение  $\alpha_m$  становится больше  $90^\circ$ . Это означает, что нормальные волны номеров, больших  $l$ , не будут принимать участия в формировании отклика антенны.

Как следует из выражений (7)–(9), отклик антенны  $B(\alpha, \beta)$  при заданном угле компенсации  $\beta$  определяется в конечном счете видом факторов направленности  $D_l(\alpha, \beta)$  и их положением на оси углов  $\alpha$ .

При нулевом угле компенсации ( $\beta=0^\circ$ ) максимумы факторов направленности по энергии и максимумы попарных произведений факторов направленности всех распространяющихся в слое нормальных волн будут



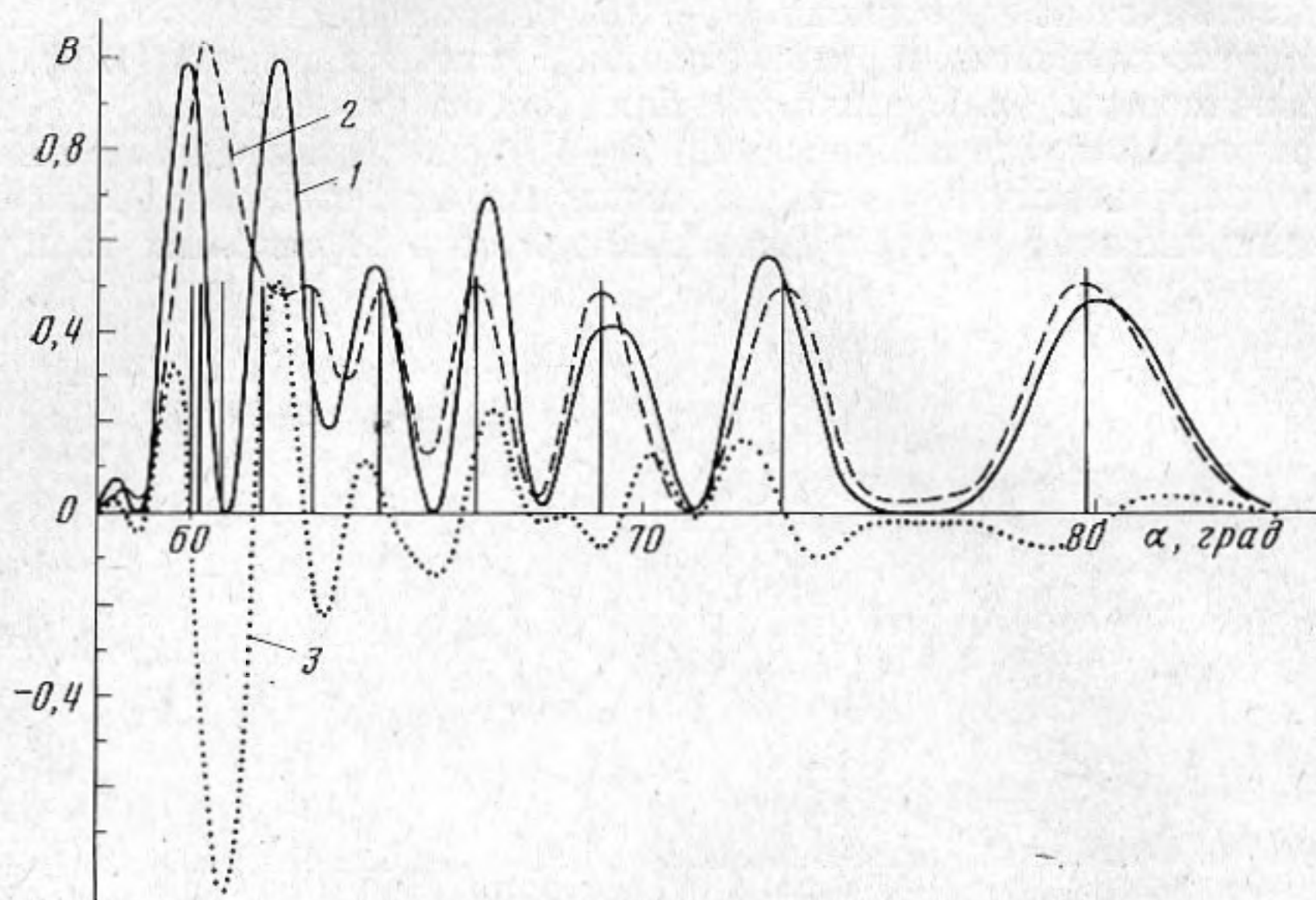
Фиг. 3. Отклик антенны в слое  $B(\alpha)$  (кривая 1), его энергетическая (кривая 2) и интерференционная (кривая 3) части, диаграмма направленности по энергии той же антенны в свободном пространстве (кривая 4);  $\beta=0^\circ$

иметь место при  $\alpha=0^\circ$ . Как указывалось выше, с ростом номера нормальной волны ширина главного и боковых лепестков факторов направленности увеличивается, а положение минимумов смещается. Следовательно, отклик антенны будет иметь один главный максимум (при  $\alpha=0^\circ$ ) и боковые лепестки, более широкие, чем в случае диаграммы в свободном пространстве. Это наглядно видно на фиг. 3, на которой представлены отклик антенны при угле компенсации  $\beta=0^\circ$  (кривая 1), а также результат энергетического сложения нормальных волн (кривая 2) и интерференционная часть отклика (кривая 3). На той же фигуре для сравнения приводится диаграмма направленности по энергии антенны в свободном пространстве (кривая 4).

При углах компенсации, отличных от нулевого, максимумы фактора направленности, соответствующие разным номерам нормальных волн, будут иметь место при разных значениях угла  $\alpha$ . Это различие увеличивается с ростом угла компенсации  $\beta$ . Отклик антенны при заданном угле компенсации будет состоять из ряда максимумов, соответствующих нормальным волнам различных номеров. Ширина максимумов будет увеличиваться с ростом номера нормальной волны. Максимумы, соответствующие нормальным волнам нескольких первых номеров, могут сливаться в один максимум. В свою очередь максимумы, соответствующие нормальным волнам более высоких номеров, будут хорошо различимы. Это наглядно иллю-



стрируется фиг. 4, на которой представлен отклик антенны, а также его энергетическая и интерференционная части для угла компенсации  $\beta=60^\circ$ . Энергетическая часть отклика будет сильно отличаться от отклика в целом при начальных номерах нормальных волн и близка к нему при более высоких номерах. Интерференционная часть будет иметь большие значения и играть значительную роль в формировании отклика при первых номерах нормальных волн. При высоких номерах нормальных волн она становится незначительной.



Фиг. 4. Отклик антенны в слое  $B(\alpha)$  (кривая 1), его энергетическая (кривая 2) и интерференционная (кривая 3) части;  $\beta=60^\circ$

На фиг. 4 в виде ряда вертикальных прямых представлен ненормированный спектр нормальных волн (значения  $D_i(\alpha, \beta) |_{\alpha=\alpha_M}$ ) для рассматриваемого случая. Его распределение по оси  $\alpha$  наглядно подтверждает изложенные выше соображения.

Сомножитель  $\cos[(\xi_i - \xi_q)r]$  в интерференционной части отклика антенны (7) является причиной того, что на одних расстояниях  $r$  при углах  $\alpha$ , соответствующих начальным номерам нормальных волн, и ненулевых углах компенсации в кривой отклика может иметь место ярко выраженный максимум, а на других расстояниях  $r$  — минимум.

С увеличением размера антенны при неизменных условиях распространения ширина главного максимума фактора направленности  $D_i(\alpha, \beta)$  будет уменьшаться, и при ненулевых углах компенсации следует ожидать улучшения разрешения главных максимумов, соответствующих различным нормальным волнам. Характеристика направленности антенны с большим числом максимумов, имеющая место при ненулевом угле компенсации, затрудняет определение направления на излучатель и требует особой обработки сигнала на выходе антенны.

Заменим теперь рассмотренную выше непрерывную линейную антенну на дискретную эквидистантную линейную антенну, состоящую из  $N$  точечных ненаправленных звукоприемников одинаковой чувствительности, акустически не связанных друг с другом. Сигнал на выходе такой дискретной антенны  $u_d$ , скомпенсированной на угол  $\beta$ , может быть представлен в виде

$$u_d = \sum_{i=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} u_i \exp(-jkid \sin \beta),$$



где  $u_i$  — сигнал на выходе  $i$ -го звукоприемника,  $d$  — расстояние между двумя соседними звукоприемниками. Предполагается, что число элементов  $N$  в антенне нечетно. Проводя далее рассуждения, аналогичные изложенным выше, получаем

$$u_d = j \frac{2\sqrt{2\pi}}{h\sqrt{r}} \exp\left(-j \frac{\pi}{4}\right) \sum_{l=1}^k \frac{1}{\sqrt{\xi_l}} \cos(b_l Z_0) \cos(b_l Z) \times \\ \times \exp(j \xi_l r) \sum_{i=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \exp[j d i (\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta)].$$

Учитывая, что сумма по  $i$  в правой части последнего выражения представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем  $\exp[j d (\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta)]$ , и проводя соответственные преобразования, получаем выражение для отклика линейной дискретной антенны

$$B_d(\alpha, \beta) = u_d u_d^* / \max\{u_d, u_d^*\},$$

где

$$u_d u_d^* = \frac{8\pi N^2}{h^2 r} \left\{ \sum_{l=1}^k D_{dl}^2(\alpha, \beta) + 2 \sum_{l=1}^{k-1} \sum_{q=l+1}^k D_{dl}(\alpha, \beta) \times \right. \\ \left. \times D_{dq}(\alpha, \beta) \cos[(\xi_l - \xi_q) r] \right\}$$

и

$$D_{dl}(\alpha, \beta) = \frac{1}{\sqrt{\xi}} \cos(b_l Z_0) \cos(b_l Z) \frac{\sin[(N/2) d (\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta)]}{N \sin[1/2 d (\xi_l \sin \alpha - k \sin \beta)]}$$

есть ненормированный фактор направленности дискретной линейной антенны в слое при приеме  $l$ -й нормальной волны.

Отклик дискретной линейной антенны для произвольного шага должен отличаться от отклика непрерывной линейной антенны той же длины. Однако, согласно [4], следует ожидать совпадения результатов расчета для шага  $d \leq 0,5 \lambda$ . Действительно, расчеты откликов дискретной линейной антенны с шагом  $d = 0,5 \lambda$  той же длины и для тех же условий распространения, что и в случае непрерывной линейной антенны, привели к одинаковым результатам.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Демьянович В. В., Карлик Я. С., Семенов В. В. Результаты экспериментальных исследований вертикальных угловых спектров звукового поля. Труды IV Всесоюзной школы-семинара по статистической гидроакустике. Новосибирск, «Наука», 1973, 122—129.
2. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., «Наука», 1973.
3. Акустика океана. Под ред. Л. М. Бреховских. М., «Наука», 1974.
4. Смаришев М. Д. Направленность гидроакустических антенн, Л., «Судостроение», 1973.

Акустический институт  
Академии наук СССР

Поступила  
10 мая 1978 г.