

УДК 621.319

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В ВОЛНОВОДАХ

*А. М. Карновский, Л. Г. Красный*

Производится синтез и анализ алгоритмов оптимальной пространственно-временной обработки шумовых сигналов в волноводах. Приведены некоторые результаты расчетов, иллюстрирующие свойства синтезированных алгоритмов применительно к волноводу клиновидной формы со смешанными краевыми условиями.

Полученные в последние годы результаты в области обработки сигналов [1, 2] относятся к случаю их распространения в свободном пространстве и не охватывают широкий круг задач, связанных с обработкой сигналов, распространяющихся в волноводных каналах.

Данная работа посвящена синтезу и анализу оптимальных и неоптимальных алгоритмов пространственно-временной обработки сигналов, распространяющихся в волноводах, с учетом их модальной структуры. В качестве модели таких сигналов принимается случайное поле

$$(1) \quad s(t, \mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_n(\omega, \mathbf{x}) e^{i\omega t} dS(\omega), \quad t \in [0, T], \quad \mathbf{x} \in R^3,$$

образованное совокупностью нормальных волн (мод), возбужденных падающей в волновод волной. В формуле (1)  $\Psi_n(\omega, \mathbf{x})$  — комплексная амплитуда  $n$ -й моды,  $dS(\omega)$  — спектральная [3] мера сигнала, излучаемого источником.

Если сигнал  $s(t, \mathbf{x})$  гауссов и широкополосен, то, как показано в работе [2], алгоритм его пространственно-временной обработки в поле стационарных гауссовых помех  $N(t, \mathbf{x})$  описывается выражением

$$(2) \quad u_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega} \int U(\omega, \mathbf{x}) U^*(\omega, \mathbf{x}') g(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}') d\omega d\mathbf{x} d\mathbf{x}',$$

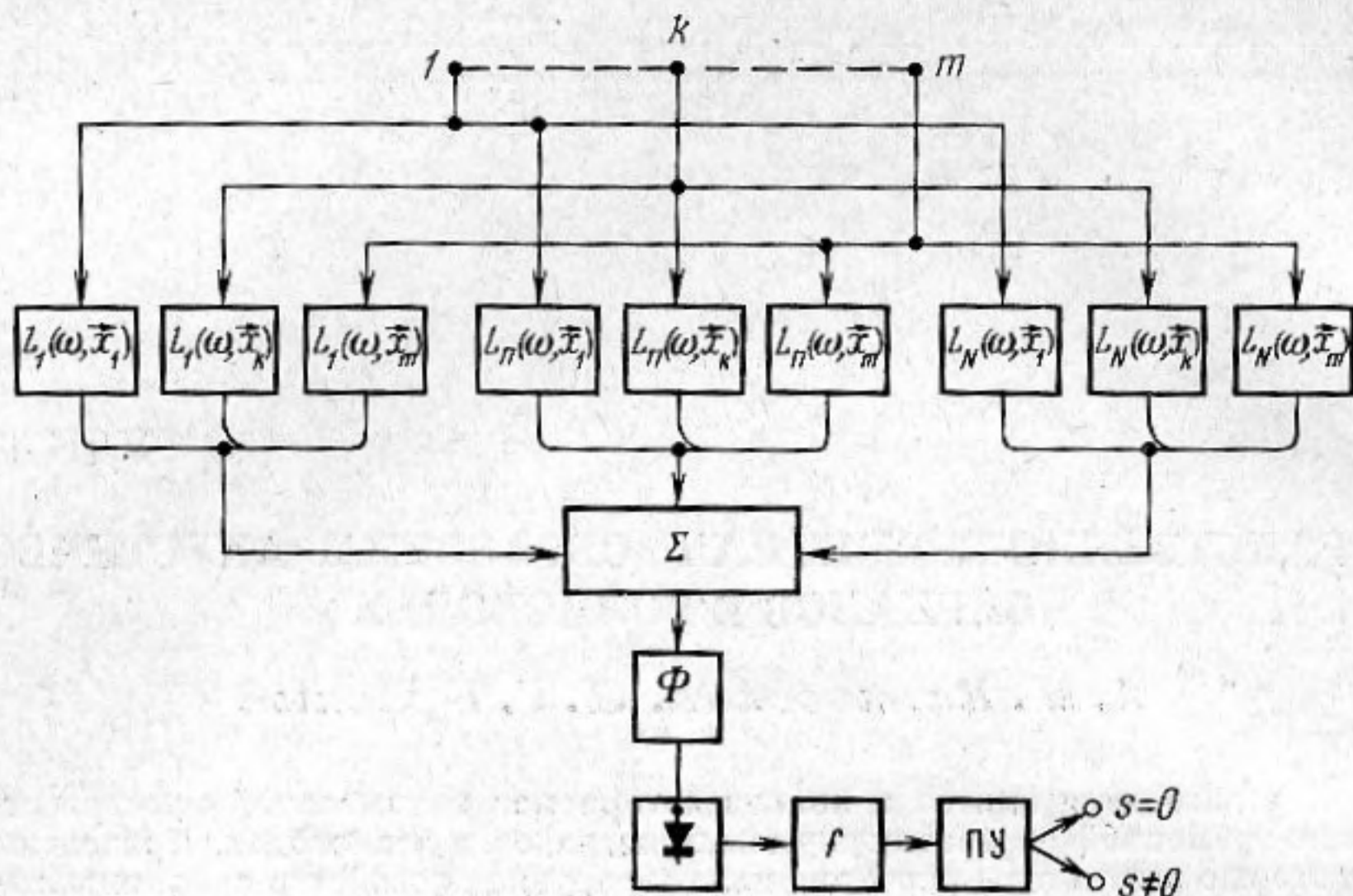
где  $g(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}')$  — решение интегрального уравнения

$$(3) \quad \iint_{\Omega} [g_s(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}') + g_N(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}')] g(\omega, \mathbf{x}', \mathbf{x}'') g_N(\omega, \mathbf{x}'', \mathbf{y}) d\mathbf{x}' d\mathbf{x}'' = \\ = g_s(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{y}).$$

В этих выражениях  $U(\omega, \mathbf{x})$  — преобразование Фурье принятой реализации,  $g_s(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}')$  и  $g_N(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}')$  — взаимные спектральные плотности сигнала и помехи в двух точках пространства  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{x}'$  (пространственные корреляционные функции на частоте  $\omega$ ),  $\Omega \in R^3$  — область пространства, занятая приемной антенной.

С учетом представления (1)

$$(4) \quad g_s(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}') = g_s(\omega) \Psi(\omega, \mathbf{x}) \Psi^*(\omega, \mathbf{x}'),$$



Фиг. 1. Структурная схема оптимального приемника с обработкой по модам сигнала ( $\Phi$  — фильтр с коэффициентом передачи  $K(\omega)$ , ПУ — пороговое устройство)

где  $g_s(\omega)$  — спектральная плотность сигнала, излучаемого источником,

$$(5) \quad \Psi(\omega, \mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{\Psi}_n(\omega, \mathbf{x}).$$

Подставив выражение (4) в формулу (3), после преобразований получим

$$(6) \quad g(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}') = |K(\omega)|^2 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} L_p(\omega, \mathbf{x}) L_n^*(\omega, \mathbf{x}'),$$

где  $|K(\omega)|^2 = g_s(\omega) / [1 + \mu_0(\omega)]$ ,

$$\mu_0(\omega) = g_s(\omega) \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\Omega} L_n(\omega, \mathbf{x}) \Psi_p^*(\omega, \mathbf{x}) d\mathbf{x},$$

$L_n(\omega, \mathbf{x})$  — решение уравнения

$$(7) \quad \int_{\Omega} g_N(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}') L_n(\omega, \mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \Psi_n(\omega, \mathbf{x}).$$

С учетом формулы (6) алгоритм (2) примет вид

$$(8) \quad u_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| K(\omega) \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\Omega} U(\omega, \mathbf{x}) L_n(\omega, \mathbf{x}) d\mathbf{x} \right|^2 d\omega.$$

Отсюда следует, что оптимальный приемник многоканален. В каждом канале осуществляется оптимальная пространственная обработка соответственной моды:

$$U_n(\omega) = \int_{\Omega} U(\omega, \mathbf{x}) L_n(\omega, \mathbf{x}) d\mathbf{x},$$

где  $L_n(\omega, \mathbf{x})$  — частотно-зависимое амплитудно-фазовое распределение в  $n$ -м канале. Затем выходы пространственных каналов объединяются (суммирование по модам) и подаются на тракт временной обработки, выполненный по схеме «фильтр (с коэффициентом передачи  $K(\omega)$ ) — квадратичный детектор — интегратор».

Заметим, что практически число пространственных каналов в (8) всегда может быть ограничено, поскольку основной вклад в поле сигнала (1) вносит конечное число  $N$  мод.

Структурная схема оптимального приемника (8) с суммированием по  $N$  модам изображена на фиг. 1 для случая дискретной  $m$ -элементной антенны.

Исследуем помехоустойчивость оптимального приемника (8) и сравним ее с помехоустойчивостью неоптимального тракта обработки:

$$(9) \quad u = \int_{-\infty}^{\infty} \left| K(\omega) \int_{\Omega} U(\omega, \mathbf{x}) q(\omega, \mathbf{x}) d\mathbf{x} \right|^2 d\omega,$$

в котором  $q(\omega, \mathbf{x})$  — произвольное амплитудно-фазовое распределение в раскрыве антенны.

Поскольку сигнал и помеха широкополосны, распределение статистик  $u_0$  и  $u$  можно считать гауссовым. Тогда уравнение рабочей характеристики приемника (9) имеет вид

$$(10) \quad \mathcal{D} = \Phi \left\{ \frac{\sqrt{\frac{T}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_s(\omega) |K(\omega)|^2 d\omega} - \Phi^{-1}(1-F) \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |K(\omega)|^4 G_N^2(\omega) d\omega}}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |K(\omega)|^4 \{G_s(\omega) + G_N(\omega)\}^2 d\omega}} \right\},$$

где  $G_s(\omega)$  и  $G_N(\omega)$  — соответственно спектральные плотности сигнала и помехи на выходе пространственной обработки,  $\mathcal{D}$  и  $F$  — вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги,  $\Phi(z)$  — интеграл вероятности,  $\Phi^{-1}(z)$  — функция, обратная  $\Phi(z)$ . При слабых сигналах ( $G_s(\omega) \ll \ll G_N(\omega)$ )  $|K(\omega)|^2 = G_s(\omega)/G_N^2(\omega)$ , откуда вместо формулы (10) получим

$$(11) \quad \mathcal{D} = \Phi \{ \mu - \Phi^{-1}(1-F) \},$$

где  $\mu = \left( T \int_{-\infty}^{\infty} \mu^2(\omega) d\omega / 4\pi \right)^{1/2}$  — отношение сигнал/помеха на выходе приемника,  $\mu(\omega) = G_s(\omega)/G_N(\omega)$  — отношение сигнал/помеха на выходе пространственной обработки.

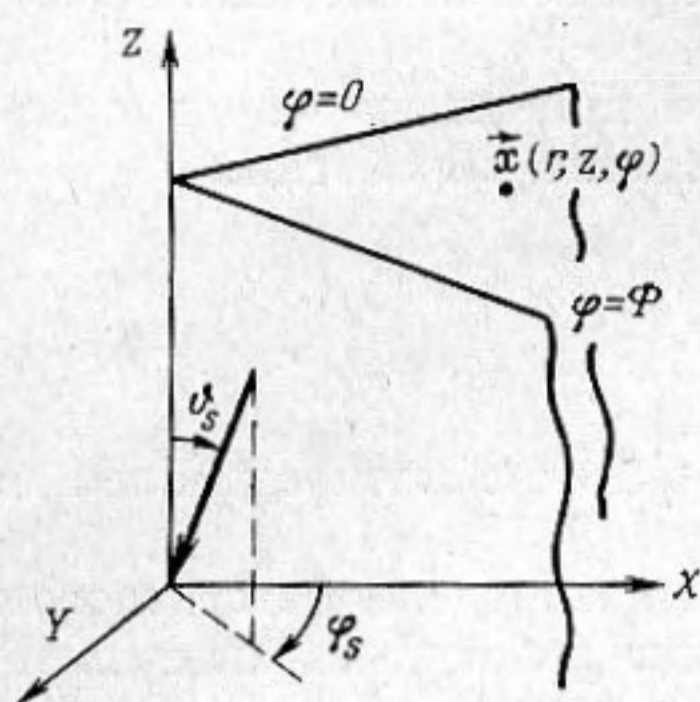
Нетрудно показать, что для неоптимального приемника (9)

$$(12) \quad \mu(\omega) = \frac{g_s(\omega) \left| \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\Omega} q(\omega, \mathbf{x}) \Psi_n^*(\omega, \mathbf{x}) d\mathbf{x} \right|^2}{\int_{\Omega} \int_{\Omega} g_N(\omega, \mathbf{x}, \mathbf{x}') q^*(\omega, \mathbf{x}) q(\omega, \mathbf{x}') d\mathbf{x} d\mathbf{x}'}$$

Отсюда, полагая  $q(\omega, \mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} L_n(\omega, \mathbf{x})$  и учитывая соотношение (7), получим выражение для отношения сигнал/помеха на выходе оптимальной пространственной обработки

$$(13) \quad \mu(\omega) \equiv \mu_0(\omega) = g_s(\omega) \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\Omega} L_n(\omega, \mathbf{x}) \Psi_p^*(\omega, \mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

Дальнейшая конкретизация структуры и помехоустойчивости синтезированных алгоритмов обработки требует более полной информации о корреляционной структуре принимаемых сигналов. С этой целью рассмотрим волновод в виде клина (фиг. 2), одна грань которого ( $\varphi=0$ ) акустически мягкая, а другая ( $\varphi=\Phi$ , где  $\Phi$  — угол раскрытия клина) жесткая. Если сигнал создается плоской волной, падающей в клиновидный волновод под углами  $\vartheta_s, \varphi_s$ , то, согласно работам [4–8],



Если сигнал создается плоской волной, падающей в клиновидный волновод под углами  $\vartheta_s, \varphi_s$ , то, согласно работам [4–8],

$$(14) \quad \Psi_p(\omega, \mathbf{x}) \equiv \Psi_p(\omega, r, z, \varphi) = \alpha_p \sin \nu_p \varphi J_{\nu_p}(kr \sin \vartheta_s) e^{-ikz \cos \vartheta_s},$$

где  $\alpha_p = 2\pi \varepsilon_p \sin \nu_p \varphi \exp\{i\pi \nu_p/2\}/\Phi$ ,  $k = \omega/c$ ,  $\nu_p = \pi(2p+1)/2\Phi$ ,  $J_\nu(x)$  — функция Бесселя первого рода  $\nu$ -го порядка,  $\varepsilon_p = 1$  при  $p=0$  и  $\varepsilon_p = 2$  при  $p \geq 1$ .

Воспользуемся выражением (14) для решения уравнения (7) при двух вариантах ориентации линейной антенны.

Фиг. 2. Клиновидный волновод

1. Антенна расположена вдоль оси  $z$  ( $z \in [z_0, z_0+l]$ ,  $r=r_0$ ,  $\varphi=\varphi_0$ ). В этом случае уравнение (7) примет вид

$$\int_{z_0}^{z_0+l} g_N(\omega, z, z') L_p(\omega, r_0, \varphi_0, z') dz' = \alpha_p \sin \nu_p \varphi_0 J_{\nu_p}(kr_0 \sin \vartheta_s) e^{-ikz \cos \vartheta_s}$$

откуда

$$(15) \quad L_p(\omega, r_0, \varphi_0, z) = \alpha_p \sin \nu_p \varphi_0 J_{\nu_p}(kr_0 \sin \vartheta_s) L(\omega, z),$$

где  $L(\omega, z)$  — решение уравнения

$$\int_{z_0}^{z_0+l} g_N(\omega, z, z') L(\omega, z') dz' = e^{-ikz \cos \vartheta_s}$$

с ядром  $g_N(\omega, z, z') \equiv g_N(\omega, r_0, r_0, \varphi_0, \varphi_0, z, z')$ .

Подставив выражение (15) в формулу (8), получим

$$(16) \quad u_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| K_1(\omega) \int_{z_0}^{z_0+l} U(\omega, z) L(\omega, z) dz \right|^2 d\omega,$$

где

$$K_1(\omega) = K(\omega) \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_p \sin \nu_p \varphi_0 J_{\nu_p}(kr \sin \vartheta_s).$$

Согласно формуле (16), при рассматриваемом способе ориентации антенны весовая обработка по каждой моде не производится. Амплитудно-фазовое распределение  $L(\omega, z)$  выбирается таким же, как и для антенны, расположенной в свободном пространстве [2], а волноводный характер распространения сигнала учитывается лишь в частотной характеристике  $K_1(\omega)$  фильтра в тракте временной обработки.

2. Антенна расположена вдоль оси  $r$  ( $r \in [r_0, r_0+l]$ ,  $\varphi=\varphi_0$ ,  $z=z_0$ ).

При этом вместо уравнения (7) получим

$$\int_{r_0}^{r_0+l} g_N(\omega, r, r') L_p(\omega, z_0, \varphi_0, r') dr' = \alpha_p \sin \nu_p \varphi_0 J_{\nu_p}(kr \sin \vartheta_s) e^{-ikz_0 \cos \vartheta_s}$$

откуда

$$(17) \quad L_p(\omega, z_0, \varphi_0, r) = \alpha_p \sin \nu_p \varphi_0 e^{-ikz_0 \cos \vartheta_s} L_p(\omega, r),$$

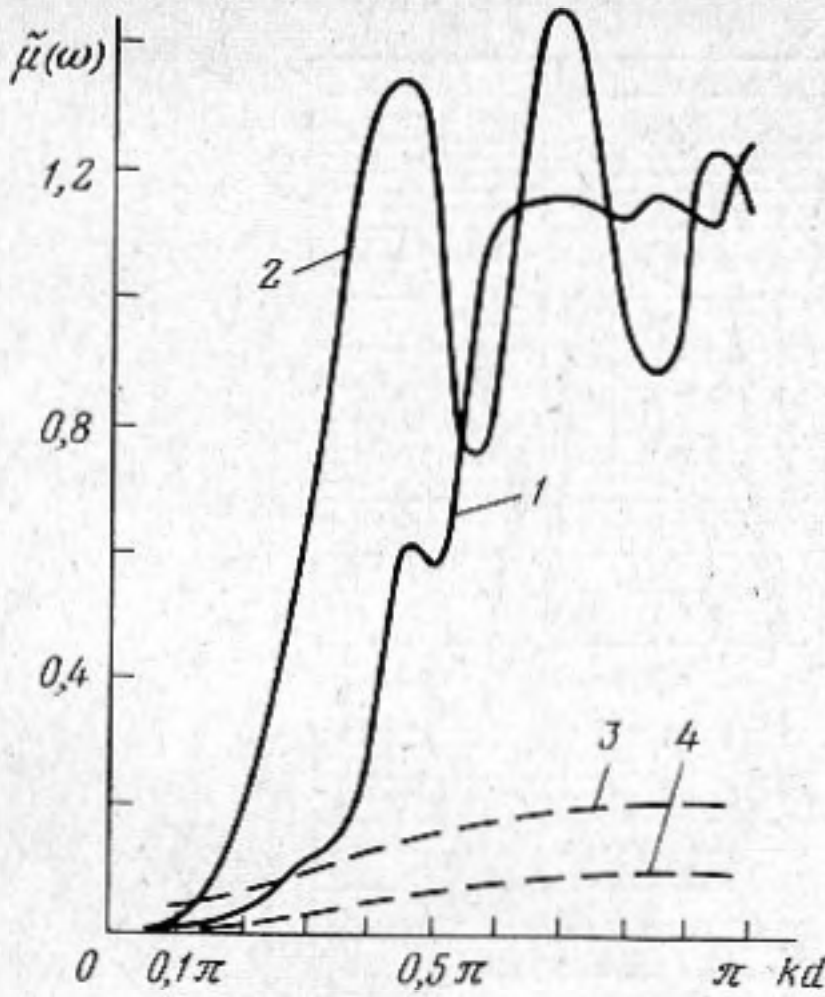
где  $L_p(\omega, r)$  — решение уравнения

$$\int_{r_0}^{r_0+l} g_N(\omega, r, r') L_p(\omega, r') dr' = J_{\nu_p}(kr \sin \vartheta_s)$$

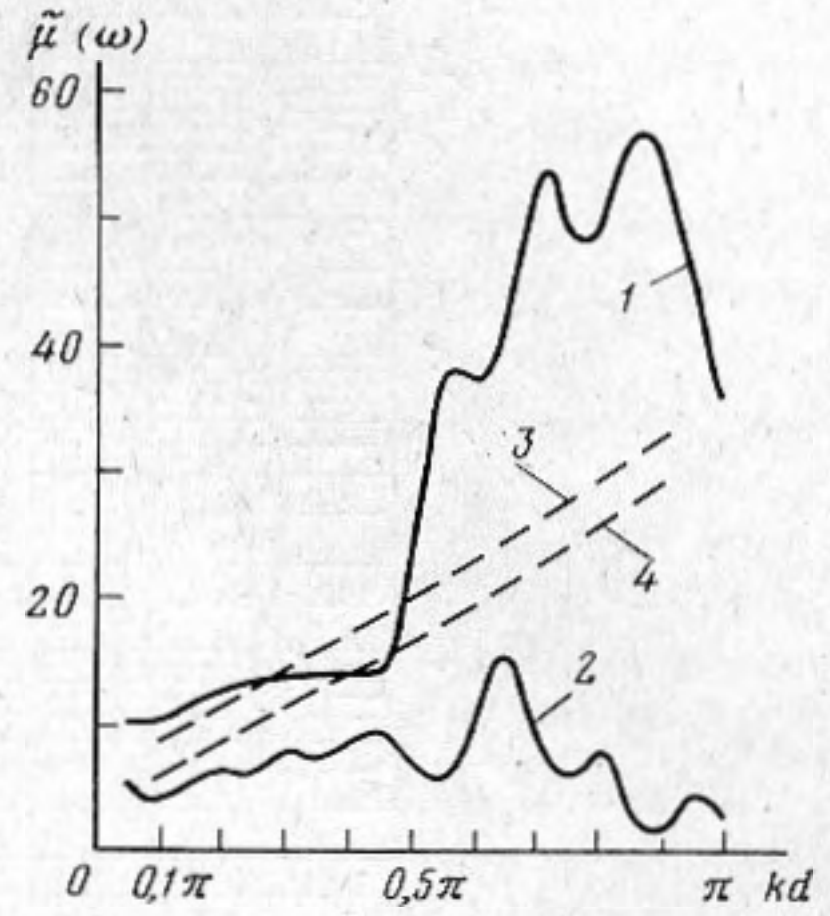
с ядром  $g_N(\omega, r, r') \equiv g_N(\omega, r, r', \varphi_0, \varphi_0, z_0, z_0)$ . Подстановка выражения (17) в формулу (8) дает

$$(18) \quad u_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| K(\omega) \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_p \sin \nu_p \varphi_0 \int_{r_0}^{r_0+l} U(\omega, r) L_p(\omega, r) dr \right|^2 d\omega.$$

Следовательно, в данном случае весовое накопление по модам принимаемого сигнала сохраняется.



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Значения нормированного отношения сигнал/помеха  $\tilde{\mu}(\omega)$  на выходе оптимальной (1) и неоптимальной (2) антенны, развитой вдоль оси  $r$ ; оптимальной (3) и неоптимальной (4) антенны, развитой вдоль оси  $z$ . Число элементов в антенне  $m=10$ ;  $kr_0=10$ ;  $\varphi_s=\varphi_0=5^\circ$ ;  $\vartheta_s=30^\circ$ ;  $\Phi=10^\circ$ . Значения  $\tilde{\mu}(\omega)$  для кривой 1 уменьшены в 100 раз

Фиг. 4. Значения нормированного отношения сигнал/помеха  $\tilde{\mu}(\omega)$  на выходе оптимальной (1) и неоптимальной (2) антенны, развитой вдоль оси  $r$ ; оптимальной (3) и неоптимальной (4) антенны, развитой вдоль оси  $z$ . Число элементов в антенне  $m=10$ ;  $kr_0=10$ ;  $\varphi_s=\varphi_0=5^\circ$ ;  $\vartheta_s=90^\circ$ ;  $\Phi=10^\circ$

Отношение сигнал/помеха на выходе оптимальной пространственной обработки в алгоритмах (16) и (18) находится по общей формуле (13) с учетом соотношений (15) и (17). При этом для антенны, ориентированной вдоль оси  $z$ ,

(19)

$$\mu_0(\omega) = g_s(\omega) \left| \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_p \sin \nu_p \varphi_0 J_{\nu_p}(kr_0 \sin \vartheta_s) \right|^2 \int_{z_0}^{z_0+l} L(\omega, z) e^{ikz \cos \vartheta_s} dz,$$

а при ориентации антенны вдоль  $r$

(20)

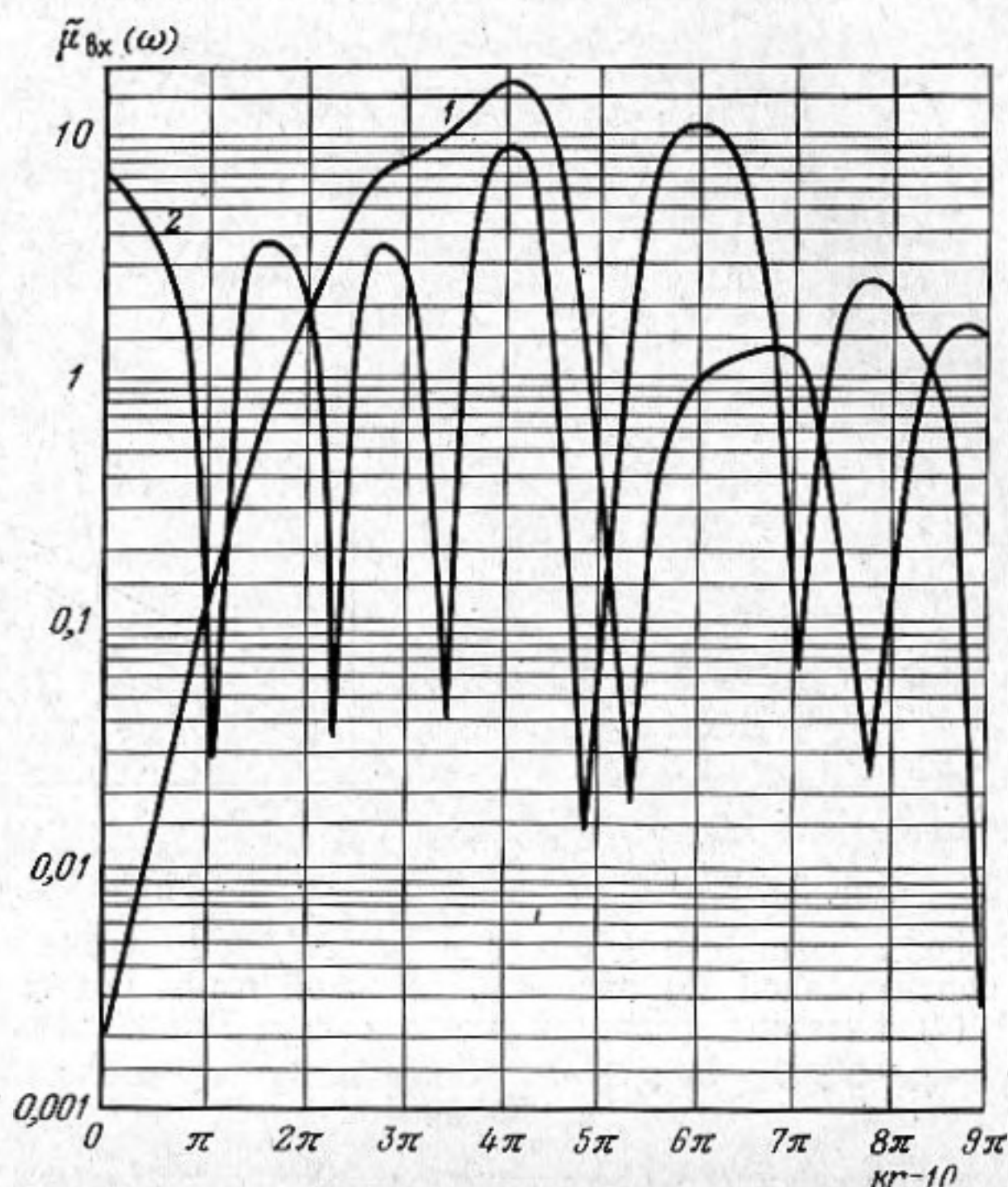
$$\mu_0(\omega) = g_s(\omega) \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_p \alpha_n^* \sin \nu_p \varphi_0 \sin \nu_n \varphi_0 \int_{r_0}^{r_0+l} L_p(\omega, r) J_{\nu_n}(kr \sin \vartheta_s) dr.$$

В соответствии с выражениями (12), (19), (20) была рассчитана помехоустойчивость оптимальной пространственной обработки и неоптимальной обработки с амплитудно-фазовым распределением  $q(\omega, \mathbf{x}) = \exp\{ik\alpha_s \mathbf{x}\}$ , где  $\alpha_s$  — единичный вектор в направлении прихода сигнала.

В качестве модели помехи при расчетах принималось поле, образованное совокупностью мод, возбужденных падающими под различными углами в клиновидный волновод плоскими волнами [9]. При этом

$$g_N(\omega, r, z, \varphi, r', z', \varphi') = g_N(\omega) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2\pi^2}{\Phi} \varepsilon_n^2 \sin v_n \varphi \times \\ \times \sin v_n \varphi' \int_0^{\pi} e^{-ik(z-z')\cos\vartheta} J_{v_n}(kr \sin\vartheta) J_{v_n}(kr' \sin\vartheta) \sin\vartheta d\vartheta,$$

где  $g_N(\omega)$  — спектральная плотность источников помехи.



Фиг. 5. Нормированное отношение сигнал/помеха на входе антенны  $\tilde{\mu}_{вх}(\omega)$  при  $\vartheta_s=30^\circ$  — кривая 1 и  $\vartheta_s=90^\circ$  — кривая 2;  $kr_0=10$ ;  $\varphi_s=\varphi_0=5^\circ$ ;  $\Phi=10^\circ$ . Значения  $\tilde{\mu}_{вх}(\omega)$  для кривой 1 увеличены в 10 раз

Некоторые результаты расчетов для клина с углом раскрытия  $\Phi=10^\circ$  приведены на фиг. 3–5. Заметим, что полученные результаты действительно для широкополосных сигналов и помех с произвольными спектральными плотностями  $g_s(\omega)$  и  $g_N(\omega)$ . На фиг. 3, 4 приведена зависимость нормированного отношения сигнал/помеха  $\tilde{\mu}(\omega) = \mu(\omega)g_N(\omega)/g_s(\omega)$  на выходе пространственной обработки от волнового расстояния  $kd$  между элементами антенны. Число элементов в антенне  $m=10$ . Сплошные линии на фиг. 3, 4 соответствуют антенне, расположенной вдоль оси  $r$ , штриховые — вдоль оси  $z$ .

Для удобства интерпретации полученных результатов на фиг. 5 приведены значения нормированного отношения сигнал/помеха  $\tilde{\mu}_{вх}(\omega) = \mu_{вх}(\omega)g_N(\omega)/g_s(\omega)$  в точке  $(r, z, \varphi)$  внутри клина для различных  $kr$  и заданном  $\varphi=5^\circ$ , где  $\mu_{вх}(\omega) = g_s(\omega, r, r, z, z, \varphi, \varphi)/g_N(\omega, r, r, z, z, \varphi, \varphi)$ . Для

антенны, расположенной вдоль оси  $r$ , эти данные показывают, как изменяется нормированное отношение сигнал/помеха на входе антенны вдоль ее элементов. Кроме того, при  $kr = \text{const}$  значения  $\mu_{\text{вх}}(\omega)$ , приведенные на фиг. 5, определяют величину нормированного отношения сигнал/помеха на входе антенны, расположенной вдоль оси  $z$ , так как это отношение не зависит от  $z$ .

Из фиг. 5 видно, что поле в клине имеет резко выраженный неоднородный характер вдоль оси  $r$ ; однако вдоль оси  $z$  поле однородно. Это обстоятельство влияет на помехоустойчивость антенны. Так, из фиг. 3, 4 следует, что при расположении антенны вдоль оси  $z$  оптимизация пространственной обработки малоэффективна (выигрыш примерно 3 дБ), а при работе в неоднородном поле (расположение вдоль оси  $r$ ) выигрыш при оптимизации может достигать 20 дБ. Кроме того, помехоустойчивость антенны расположенной вдоль оси  $z$ , существенно зависит от ее расстояния до ребра клина (величины  $kr_0$ ) и угла прихода сигнала  $\vartheta_0$ : выходное отношение сигнал/помеха может изменяться на 20 дБ. Если же антенна расположена вдоль оси  $r$ , то выигрыш при оптимизации пространственной обработки более стабилен и при изменении  $\vartheta_0$  изменяется лишь в пределах нескольких децибелл. Иными словами, проявляется своеобразный эффект «интегрирования неоднородности поля» антенной.

Проведенные исследования показывают, что помехоустойчивость антенн, работающих в волноводах, существенно отличается от соответственных характеристик в свободном пространстве, что должно учитываться при их проектировании.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Фалькович С. Е. Оценка параметров сигнала. М., «Советское радио», 1970.
2. Гаткин Н. Г., Карновский М. И., Красный Л. Г., Шнер И. И. О пространственно-временной обработке шумовых сигналов. Радиотехника, 1973, 28, 5, 9—16.
3. Гихман И. И., Скороход А. В. Введение в теорию случайных процессов. М., Физматгиз, 1965.
4. Франк Ф., Мизес Р. Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. Л., ОНТИ, 1937, гл. 20.
5. Тужилин А. А. Новые представления дифракционных полей в клиновидных областях с идеальными границами. Акуст. ж., 1963, 9, 2, 209—214.
6. Тужилин А. А. Дифракционные поля в узкой клиновидной области с идеально мягкими гранями. III Всесоюзный симпозиум по дифракции волн, рефераты докладов. Тбилиси, М., «Наука», 1964.
7. Кузнецов В. К. О новом методе решения задачи о звуковом поле в жидком клине. Акуст. ж., 1959, 5, 2, 171—175.
8. Комиссарова Н. Н. Асимптотическое представление поля точечного источника для одной модели берегового клина. Акуст. ж., 1972, 18, 2, 259—264.
9. Карновский А. М. Модальное представление шумового поля в клине. Акуст. ж., 1978, 24, 6, 867—872.

Поступила  
17 апреля 1978 г.  
После исправления  
7 сентября 1978 г.