АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXV 1979 Вып. 3

УДК 534.26

ИЗОЛЯЦИЯ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ ИСТОЧНИКОВ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ В ПЛАСТИНЕ ПРИ ПОМОЩИ НЕРОВНОСТЕЙ НА ЕЕ ПОВЕРХНОСТЯХ

А. Д. Лапин

Исследовано звуковое поле источников различных типов в тонкой пластине с малыми неровностями на ее поверхностях при учете многократного рассеяния звука.

В работе [1] была рассчитана изоляция плоских продольной и изгибной волн в тонкой пластине, создаваемая малыми периодическими неровностями ее поверхностей. Представляет интерес рассмотреть задачу изоляции полей источников различных типов в пластине с неровными поверхностями. Ниже эта задача решена для следующих источников: радиально пульсирующего круга (монополь), вращательно осциллирующего «вмороженного» жесткого круга и источника силы, направленной по нормали к пластине. В тонкой пластине постоянной толщины эти источники создают соответственно продольную, сдвиговую и изгибную цилиндрические волны. Требуется найти неровности, эффективно отражающие эти волны, и рассчитать создаваемую ими эвукоизоляцию в пластине.

Пусть на пластину действует монопольный источник в виде малого круга, пульсирующего по гармоническому закону. Обозначим через r_0 и u_0 соответственно радиус этого круга и амплитуду смещения его границы. В пластине без неровностей пульсирующий круг создает продольную цилиндрическую волну со смещением

$$u(r)=u_0\frac{H_1^{(1)}(\xi_{\text{п}}r)}{H_1^{(1)}(\xi_{\text{п}}r_0)},$$

где $\xi_{\text{п}}=\omega/c_{\text{п}}$, $c_{\text{п}}=\sqrt{E_{\text{пл}}/\rho_0}$ — скорость распространения продольной волны, $E_{\text{пл}}$ и ρ_0 — соответственно модуль Юнга и плотность материала пластины, $H_1^{(1)}$ — функция Ханкеля, r — цилиндрическая координата, отсчитываемая от центра круга. Для «точечного» источника ($\xi_{\text{п}}r_0\ll 1$) эту волну можно привести к виду

$$u(r)=-\frac{V_{\text{п}}}{4c_{\text{п}}}H_1^{(1)}(\xi_{\text{п}}r), \tag{1}$$

где $V_{\text{п}}=2\pi r_0(-i\omega u_0)$.

В пластине с малыми неровностями на поверхностях помимо волны (1) возникнет рассеянное поле $u^{(1)}$. Рассчитаем это поле и исследуем влияние малых неровностей на полное поле в пластине. Решение этой задачи получим методом малых возмущений, ограничиваясь первым приближением по высоте неровностей.

Возьмем пластину с радиально-симметричными неровностями; ее толщину зададим в виде $H(r)=2h+\zeta(r)$, где $|\zeta|\ll h\ll 2\pi/\xi_{\text{п}}$, $2h$ — толщина пластины без неровностей. Обозначим через $u(r)$ смещение частиц в полном поле. Согласно работе [2], в пластине переменной толщины смещение $u(r)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2u}{dr^2}+\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{H}\frac{dH}{dr}\right)\frac{du}{dr}+\left(\xi_{\text{п}}^2-\frac{1}{r^2}+\frac{\nu}{rH}\frac{dH}{dr}\right)u=0, \tag{2}$$

где ν — коэффициент Пуассона.

Представим полное поле в виде $u=u^{(0)}+u^{(1)}$, где $u^{(0)}$ вычисляется по формуле (1), и предположим, что рассеянное поле $u^{(1)}$ мало́ по сравнению с полем $u^{(0)}$. Пользуясь уравнением (2), получим для $u^{(1)}$ следующее приближенное уравнение с правой частью:

$$\frac{d^2u^{(1)}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{du^{(1)}}{dr}+\left(\xi_{\text{п}}^2-\frac{1}{r^2}\right)u^{(1)}=$$
$$=-\frac{1}{2h}\frac{d\zeta}{dr}\left(\frac{du^{(0)}}{dr}+\frac{\nu}{r}u^{(0)}\right).$$

Пусть неровности заданы в кольцевой области, ограниченной окружностями $r=r_0$ и $r=r_1$. За ее пределами рассеянное поле можно представить в виде

$$u^{(1)}=\frac{\pi}{2i}\int_{r_0}^{r_1}f(\rho)J_1(\xi_{\text{п}}\rho)\rho d\rho H_1^{(1)}(\xi_{\text{п}}r)\quad\text{при}\quad r>r_1,$$
$$u^{(1)}=\frac{\pi}{2i}\int_{r_0}^{r_1}f(\rho)H_1^{(1)}(\xi_{\text{п}}\rho)\rho d\rho J_1(\xi_{\text{п}}r)\quad\text{при}\quad r<r_0, \tag{3}$$

где

$$f(r)=-\frac{1}{2h}\frac{d\zeta}{dr}\left(\frac{du^{(0)}}{dr}+\frac{\nu}{r}u^{(0)}\right), \tag{4}$$

J_1 — функция Бесселя.

Согласно формуле (3), амплитуда поля, обусловленного отражением от неровностей, монотонно растет с увеличением ширины (r_1-r_0) кольца в том случае, когда разложение Фурье — Бесселя функции $f(\rho)$ содержит компоненту $H_1^{(2)}(\xi_{\text{п}}\rho)$. Если же функция $f(\rho)$ не имеет этой компоненты и близкой к ней, то амплитуда отраженного поля будет малой величиной, осциллирующей при изменении ширины кольца. Из формул (3) и (4) следует, что падающая волна (1) эффективно отражается от неровностей, заданных в виде

$$\zeta(r)=\xi_{\text{п}}^2\int\left\{a\frac{H_1^{(1)}(\xi_{\text{п}}r)}{G(\xi_{\text{п}}r)}+a^*\frac{H_1^{(2)}(\xi_{\text{п}}r)}{G^*(\xi_{\text{п}}r)}\right\}dr, \tag{5}$$

где

$$G(\xi_{\text{п}}r)=\left[\frac{d}{dr}H_1^{(2)}(\xi_{\text{п}}r)+\frac{\nu}{r}H_1^{(2)}(\xi_{\text{п}}r)\right], \tag{6}$$

$|a|$ — амплитуда неровностей.

При $\xi_{\text{п}}r\gg 1$ формула (5) дает синусоидальные неровности

$$\zeta(r)=\left(i\frac{a}{2}\right)e^{i2\xi_{\text{п}}r}+\left(i\frac{a}{2}\right)^*e^{-i2\xi_{\text{п}}r}=|a|\cos(2\xi_{\text{п}}r+\varepsilon),$$

где $e^{i\varepsilon}=ia/|a|$.

На основе полученных формул можно выбрать неровности, эффективно отражающие цилиндрическую продольную волну в пластине, но нельзя оценить создаваемую ими изоляцию этой волны. Поле монополя в пластине с неровностями на поверхностях можно рассчитать методом малых возмущений при специальном выборе формы нулевого приближения, соответствующей основной части полного поля [3].

Пусть при $r>r_0$ неровности заданы в виде

$$\zeta(r)=(\xi_{\text{п}}^0)^2\int\left\{a\frac{H_1^{(1)}(\xi_{\text{п}}^0 r)}{G(\xi_{\text{п}}^0 r)}+a^*\frac{H_1^{(2)}(\xi_{\text{п}}^0 r)}{G^*(\xi_{\text{п}}^0)}\right\}dr, \tag{7}$$

где индекс «0» сверху означает, что соответственная величина взята при частоте ω^0. При $\xi_{\text{п}}^0 r\gg 1$ эти неровности являются синусоидальными с периодом $\pi/\xi_{\text{п}}^0$. Рассчитаем поле, создаваемое в пластине монополем при частоте ω, равной ω^0 и близкой к ней. Цилиндрическая продольная волна (1) эффективно отражается от неровностей (7), поэтому нулевое приближение $u^{(0)}$, учитывающее основную часть полного поля, будем искать в виде

$$u^{(0)}=MH_1^{(1)}((\xi_{\text{п}}+\chi)r)+NH_1^{(2)}((2\xi_{\text{п}}^0-\xi_{\text{п}}-\chi)r)= \tag{8}$$

$$=MH_1^{(1)}((\xi_{\text{п}}^0+\delta)r)+NH_1^{(2)}((\xi_{\text{п}}^0-\delta)r),$$

где $\delta=\chi+\Omega/c_{\text{п}}$, $\Omega=\omega-\omega^0$, $|\Omega|\ll\omega^0$, $|\chi|\ll\xi_{\text{п}}^0$.

В этой формуле постоянные χ, M и N выберем таким образом, чтобы поле удовлетворяло следующим условиям: 1) $u^{(0)}=u_0$ при $r=r_0$, 2) поле $u^{(0)}$ ограничено при $r\to\infty$, 3) поправка $u^{(1)}=(u-u^{(0)})$ мала по сравнению с нулевым приближением $u^{(0)}$.

Подставив $u=u^{(0)}+u^{(1)}$ в уравнение (2) и предположив, что выполнено неравенство $|u^{(1)}|\ll|u^{(0)}|$, мы получим для $u^{(1)}$ приближенное уравнение с правой частью:

$$\frac{d^2u^{(1)}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{du^{(1)}}{dr}+\left(\xi_{\text{п}}^2-\frac{1}{r^2}\right)u^{(1)}=F(r),$$

где

$$F(r)=-\left\{\left[\frac{d^2u^{(0)}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{du^{(0)}}{dr}+\left(\xi_{\text{п}}^2-\frac{1}{r^2}\right)u^{(0)}\right]+\right. \tag{9}$$

$$\left.+\frac{1}{2h}\frac{d\zeta}{dr}\left(\frac{du^{(0)}}{dr}+\frac{\nu}{r}u^{(0)}\right)\right\}.$$

В линейном приближении по малым величинам a, δ и Ω формулу (9) при учете выражений (6)–(8) можно привести к виду

$$F(r)\approx 2\xi_{\text{п}}^0\left\{\left(\delta-\frac{\Omega}{c_{\text{п}}}\right)M-\frac{\xi_{\text{п}}^0 a}{4h}N\right\}H_1^{(1)}((\xi_{\text{п}}^0+\delta)r)-$$

$$-2\xi_{\text{п}}^0\left\{\left(\delta+\frac{\Omega}{c_{\text{п}}}\right)N+\frac{\xi_{\text{п}}^0 a^*}{4h}M\right\}H_1^{(2)}((\xi_{\text{п}}^0-\delta)r)-$$

$$-\frac{(\xi_{\text{п}}^0)^2}{2h}\left\{aM\frac{G^*(\xi_{\text{п}}^0 r)}{G(\xi_{\text{п}}^0 r)}H_1^{(1)}((\xi_{\text{п}}^0+\delta)r)+\right.$$

$$\left.+a^*N\frac{G(\xi_{\text{п}}^0 r)}{G^*(\xi_{\text{п}}^0 r)}H_1^{(2)}((\xi_{\text{п}}^0-\delta)r)\right\}.$$

Согласно этой формуле, функция $F(r)$ имеет две резонансные компоненты $H_1^{(1)}((\xi_{\text{п}}^0+\delta)r)$ и $H_1^{(2)}((\xi_{\text{п}}^0-\delta)r)$, дающие нарастание поля с

увеличением ширины кольцевой области, содержащей неровности. Приравняем их амплитуды нулю:

$$
(10)\qquad
\begin{aligned}
&\left(\delta-\frac{\Omega}{c_{\text{п}}}\right)M-\frac{\xi_{\text{п}}{}^{0}a}{4h}N=0,\\
&\frac{\xi_{\text{п}}{}^{0}a^{*}}{4h}M+\left(\delta+\frac{\Omega}{c_{\text{п}}}\right)N=0,
\end{aligned}
$$

и тогда поле $u^{(1)}$ будет малым по сравнению с полем $u^{(0)}$ при любой ширине области, содержащей неровности.

Соотношения (10) являются системой однородных алгебраических уравнений для амплитуд M и N. Из равенства определителя этой системы нулю найдем допустимые значения δ; они равны δ_0 и $-\delta_0$, где

$$
\delta_0=\sqrt{\frac{\Omega^2}{c_{\text{п}}{}^2}-\left[\frac{\xi_{\text{п}}{}^{0}|a|}{4h}\right]^2},\quad \operatorname{Re}\delta_0\geqslant 0,\quad \operatorname{Im}\delta_0\geqslant 0.
$$

Величина δ_0 чисто мнимая при $|\Omega|<\Omega_{\text{зап}}=\omega^0|a|/4h$ и вещественная при $|\Omega|>\Omega_{\text{зап}}$. В соответствии с условием ограниченности поля на бесконечности мы выберем $\delta=\delta_0$, и тогда нулевое приближение примет вид

$$
u^{(0)}=M\{H_1^{(1)}((\xi_{\text{п}}{}^{0}+\delta_0)r)+QH_1^{(2)}(\xi_{\text{п}}{}^{0}-\delta_0)r)\},
$$

где

$$
Q=\left[\frac{N}{M}\right]_{\delta=\delta_0}=-\frac{\xi_{\text{п}}{}^{0}a^{*}}{4h\left(\dfrac{\Omega}{c_{\text{п}}}+\delta_0\right)}=-\frac{\omega^0a^{*}}{4h(\Omega+\sqrt{\Omega^2-\Omega_{\text{зап}}^2})}.
$$

Из условия на источнике ($u^{(0)}=u_0$ при $r=r_0$) найдем амплитуду M; она определяется по формуле

$$
M=\frac{V_{\text{п}}}{4c_{\text{п}}(Q-1)}.
$$

Соотношение $|\Omega|<\Omega_{\text{зап}}$ дает частотную полосу запирания для пластины с неровной поверхностью. При частотах, удовлетворяющих этому соотношению, поле в пластине экспоненциально затухает с ростом r. Коэффициент затухания $\beta=\operatorname{Im}\delta_0$ принимает максимальное значение, равное $\xi_{\text{п}}{}^{0}|a|/4h$, в середине ($\omega=\omega^0$) полосы запирания и монотонно убывает до нуля при приближении частоты ω к границам этой полосы, определяемым по формулам $\omega_{\text{н}}=\omega^0-\Omega_{\text{зап}}$, $\omega_{\text{в}}=\omega^0+\Omega_{\text{зап}}$. Относительная ширина полосы запирания равна

$$
\frac{\omega_{\text{в}}-\omega_{\text{н}}}{\omega^0}=\frac{|a|}{2h}.
$$

При помощи найденного коэффициента затухания β можно оценить ослабление поля монополя в пластине, имеющей неровности (7) в кольцевой области шириной L. Пренебрегая отражениями от границ этой области, мы получим, что поле монополя вне кольца уменьшится в $\{|1-Q|\exp(\beta L)\}$ раз. Величина ослабления поля в децибелах дается формулой

$$
\Delta,\ \text{дб}=20\lg\{|1-Q|\exp(\beta L)\}.
$$

Например, при $a/2h=0{,}15$ поле монополя с частотой ω^0 ослабнет на 20 *дб* при ширине кольца, равной учетверенной длине продольной волны ($L=4\cdot 2\pi/\xi_{\text{п}}{}^{0}$).

Аналогичным способом можно изолировать поле источника сдвиговых волн в пластине. Пусть источником является вращательно осциллирующий «вмороженный» жесткий круг. Обозначим через r_0 и v_0 соответственно радиус этого круга и амплитуду смещения его границы. В пластине без неровностей «точечный» крутильный источник ($\xi r_0 \ll 1$) создает сдвиговую цилиндрическую волну со смещением

$$v(r) = -\frac{V}{4c} H_1^{(1)}(\xi r), \tag{11}$$

где $V = 2\pi r_0(-i\omega v_0)$, ξ и c — соответственно волновое число и скорость распространения сдвиговой волны.

В пластине с малыми неровностями на поверхностях помимо волны (11) возникает рассеянное поле. Решение задачи о рассеянии методом малых возмущений при выборе падающего поля в качестве нулевого приближения показывает, что волна (11) эффективно отражается от неровностей, определяемых по формуле

$$\zeta(r) = \xi^2 \int \left\{ a \frac{H_1^{(1)}(\xi r)}{T(\xi r)} + a^* \frac{H_1^{(2)}(\xi r)}{T^*(\xi r)} \right\} dr, \tag{12}$$

где

$$T(\xi r) = \left[\frac{d}{dr} H_1^{(2)}(\xi r) - \frac{1}{r} H_1^{(2)}(\xi r) \right].$$

При $\xi r \gg 1$ формула (12) дает синусоидальные неровности $\zeta(r) = |a| \cos(2\xi r + \varepsilon)$, где $e^{i\varepsilon} = ia / |a|$.

Пусть при $r > r_0$ неровности заданы в виде (12), где все величины взяты при частоте ω^0. Рассчитаем поле крутильного источника в пластине при частоте ω, равной ω^0 и близкой к ней. Нулевое приближение, учитывающее основную часть полного поля, будем искать в виде

$$v^{(0)} = M H_1^{(1)}((\xi^0 + \delta) r) + N H_1^{(2)}((\xi^0 - \delta) r).$$

В пластине переменной толщины смещение $v(r)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 v}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{H} \frac{dH}{dr} \right) \frac{dv}{dr} + \left(\xi^2 - \frac{1}{r^2} - \frac{1}{rH} \frac{dH}{dr} \right) v = 0. \tag{13}$$

Подставив $v = v^{(0)} + v^{(1)}$ в уравнение (13) и предположив, что выполнено неравенство $|v^{(1)}| \ll |v^{(0)}|$, мы получим для $v^{(1)}$ уравнение с правой частью, содержащей две резонансные компоненты — $H_1^{(1)}((\xi^0 + \delta) r)$ и $H_1^{(2)}((\xi^0 - \delta) r)$. Приравняем амплитуды этих компонент нулю, и тогда поле $v^{(1)}$ будет малым по сравнению с $v^{(0)}$ при любой ширине области, содержащей неровности. Линеаризованные уравнения для M и N имеют вид

$$\left(\delta - \frac{\Omega}{c} \right) M - \frac{\xi^0 a}{4h} N = 0, \quad \frac{\xi^0 a^*}{4h} M + \left(\delta + \frac{\Omega}{c} \right) N = 0.$$

Допустимые значения δ равны $\pm\delta_0$, где

$$\delta_0 = \sqrt{\left(\frac{\Omega}{c} \right)^2 - \left(\frac{\xi^0 |a|}{4h} \right)^2}, \quad \operatorname{Re} \delta_0 \geqslant 0, \quad \operatorname{Im} \delta_0 \geqslant 0. \tag{14}$$

В соответствии с условием ограниченности поля мы выберем $\delta = \delta_0$, и тогда нулевое приближение примет вид

$$v^{(0)} = M \{ H_1^{(1)}((\xi^0 + \delta_0) r) + Q H_1^{(2)}((\xi^0 - \delta_0) r) \},$$

где

$$Q=\left[\frac{N}{M}\right]_{\delta=\delta_0}=-\frac{\xi^0 a^*}{4h\left(\frac{\Omega}{c}+\delta_0\right)}$$

Из условия на источнике ($v^{(0)}=v_0$ при $r=r_0$) найдем амплитуду M; она равна $V/4c(Q-1)$.

Согласно формуле (14), затухание сдвиговых волн в пластине с неровными стенками происходит при частотах, удовлетворяющих соотношению

$$|\omega-\omega^0|<\Omega_{\text{зап}}=\omega^0|a|/4h.$$

Пусть неровности имеются в кольцевой области шириной L. Ослабление поля крутильного источника вне кольца получим по формуле

$$\Delta,\ \partial Б=20\lg\{|1-Q|\exp(\beta L)\},$$

где $\beta=\operatorname{Im}\delta_0$. Например, при $a/2h=0{,}15$ поле крутильного источника с частотой ω^0 ослабнет на 20 *дб* при ширине кольца, равной учетверенной длине сдвиговой волны ($L=4\cdot 2\pi/\xi^0$).

Перейдем к задаче изоляции поля источника силы, направленной по нормали к пластине. Пусть гармоническая сила с амплитудой f_0 приложена в точке $r=0$. В пластине без неровностей этот точечный источник создает изгибные волны со смещением

$$w(r)=AH_0^{(1)}(\xi_{\text{и}}r)-AH_0^{(1)}(i\xi_{\text{и}}r), \tag{15}$$

где

$$A=\frac{if_0}{8\xi_{\text{и}}^2\mathscr{D}_0},\quad \xi_{\text{и}}=\sqrt[4]{\frac{3\omega^2\rho_0}{E_{\text{пл}}h^2}},\quad \mathscr{D}_0=\frac{E_{\text{пл}}(2h)^3}{12}.$$

В формуле (15) первое и второе слагаемые являются соответственно распространяющейся и нераспространяющейся (затухающей) цилиндрическими волнами. Требуется подобрать неровности, эффективно отражающие распространяющуюся волну, и рассчитать создаваемую ими изоляцию поля.

Согласно работе [4], в пластине переменной толщины смещение $w(r)$ удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2(\mathscr{D}\nabla^2 w)-\frac{(1-\nu)}{r}\frac{d}{dr}\left(\frac{d\mathscr{D}}{dr}\frac{dw}{dr}\right)-\omega^2\rho_0 Hw=0,$$

где $\mathscr{D}(r)={}^1/_{12}E_{\text{пл}}H^3(r)$, $H(r)=2h+\zeta(r)$, ν — коэффициент Пуассона.

Расчеты показывают, что изгибная волна $w_1(r)=H_0^{(1)}(\xi_{\text{и}}r)$ эффективно отражается от неровностей, определяемых по формуле $\zeta(r)=\zeta_1(r)+\zeta_1^*(r)$, где $\zeta_1(r)$ — решение уравнения $\{3\nabla^2(\zeta_1 w_1^*)+3\frac{(1-\nu)}{\xi_{\text{и}}^2 r}\frac{d}{dr}\left(\frac{d\zeta_1}{dr}\frac{dw_1^*}{dr}\right)+$ $+\xi_{\text{и}}^2\zeta_1 w_1^*\}=a\xi_{\text{и}}^2 w_1$.

При $\xi_{\text{и}}r\gg 1$ эти неровности являются синусоидальными:

$$\zeta(r)=|a|\cos(2\xi_{\text{и}}r+\varepsilon),\quad e^{i\varepsilon}=ia/|a|.$$

Пусть неровности заданы в виде $\zeta(r)=(\zeta_1+\zeta_1^*)^0$. Рассчитаем изоляцию поля, создаваемую этими неровностями, при частоте ω, равной ω^0 и близкой к ней. Решение задачи рассеяния на основе модифицированной теории возмущений дает следующее выражение для основной части полного поля:

$$w^{(0)}(r)=M\{H_0^{(1)}((\xi_{\text{и}}^0+\delta_0)r)+QH_0^{(2)}((\xi_{\text{и}}^0-\delta_0)r)\}, \tag{16}$$

где

$$(17)\qquad Q=-\frac{\xi_{\text{и}}{}^{0}a^{*}}{8h(\xi_{\text{и}}{}^{0}\Omega/2\omega^{0}+\delta_{0})},\quad \delta_{0}=\sqrt{\left(\frac{\Omega\xi_{\text{и}}{}^{0}}{2\omega^{0}}\right)^{2}-\left(\frac{\xi_{\text{и}}{}^{0}|a|}{8h}\right)^{2}}.$$

В формуле (16) амплитуду M определим из условия, что поля $w^{(0)}(r)$ и $Aw_1(r)$ имеют одинаковую особенность при $r=0$. Эта амплитуда равна $A/(1-Q)$.

Согласно формулам (16) и (17), изоляция поля источника нормальной силы происходит при частотах, удовлетворяющих соотношению

$$|\omega-\omega^{0}|<\Omega_{\text{зап}}\equiv|a|\,\omega^{0}/4h.$$

Малые неровности $(\zeta_1+\zeta_1^*)$ практически не рассеивают затухающую изгибную волну $w_2(r)=H_0^{(1)}(i\xi_{\text{и}}r)$, и поэтому их влиянием на эту волну можно пренебречь.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лапин А. Д.* Изоляция продольной и изгибной волн в тонкой пластине, создаваемая периодическими неровностями ее поверхностей. Акуст. ж., 1978, *24*, 6, 893–898.
2. *Пановко Я. Г.* Основы прикладной теории упругости колебаний. М., «Машиностроение», 1967.
3. *Рыбак С. А.* Рассеяние плоской волны на малых периодических неоднородностях. Акуст. ж., 1965, *11*, 1, 89–92.
4. *Красильников В. Н.* Рефракция изгибных волн. Акуст. ж., 1962, *8*, 1, 79–84.

Акустический институт
Академии наук СССР

Поступила
5 июня 1978 г.