АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXV 1979 Вып. 5

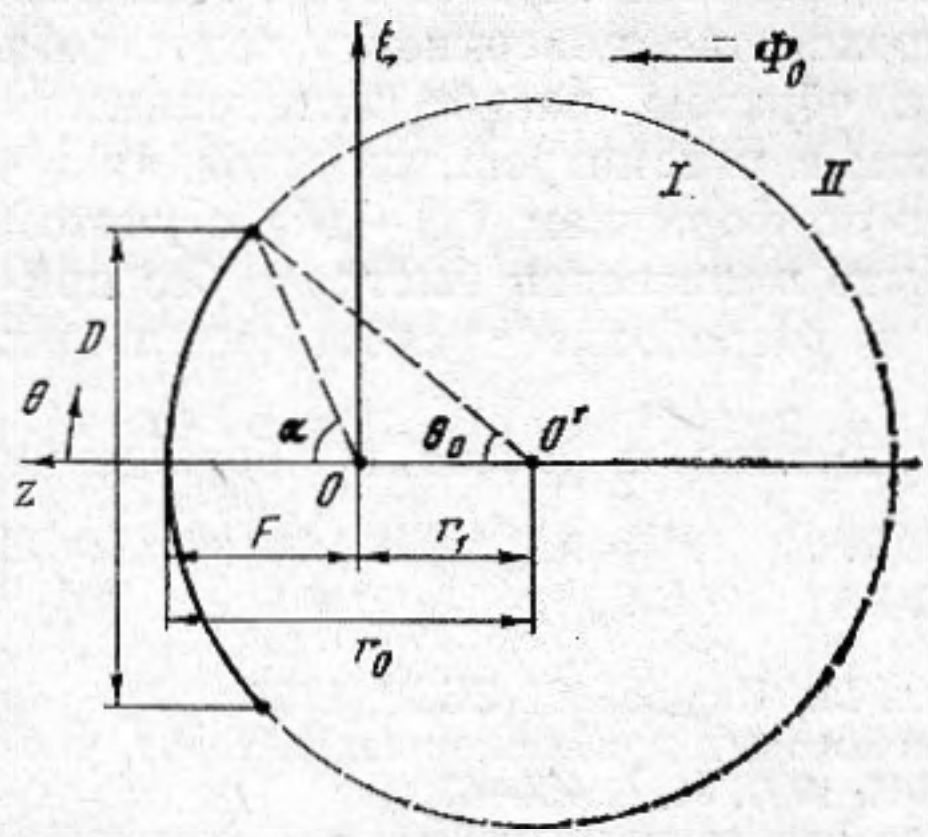
УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ЗВУКОВЫХ ВОЛН НА ПАРАБОЛИЧЕСКОМ РЕФЛЕКТОРЕ

И. В. Вовк

Методом частичных областей решена задача дифракции звуковых волн на параболическом рефлекторе с учетом его прозрачности. Приведены расчетные и экспериментальные данные, характеризующие влияние прозрачности рефлектора на его акустические параметры.

В современной физике и технике при исследовании волновых процессов широкое применение находят параболические рефлекторы. Обширная литература (см., например, работы [1—6]) содержит большой объем количественных данных для тех случаев, когда рефлектор является идеальным (абсолютно непрозрачным). Для неидеальных рефлекторов объем количественных данных, имеющийся в литературе (см., например, работу [7]), часто недостаточен для практики. В большой мере это касается рефлекторов, размеры которых сравнимы с длиной волны.



Фиг. 1. Параболический рефлектор

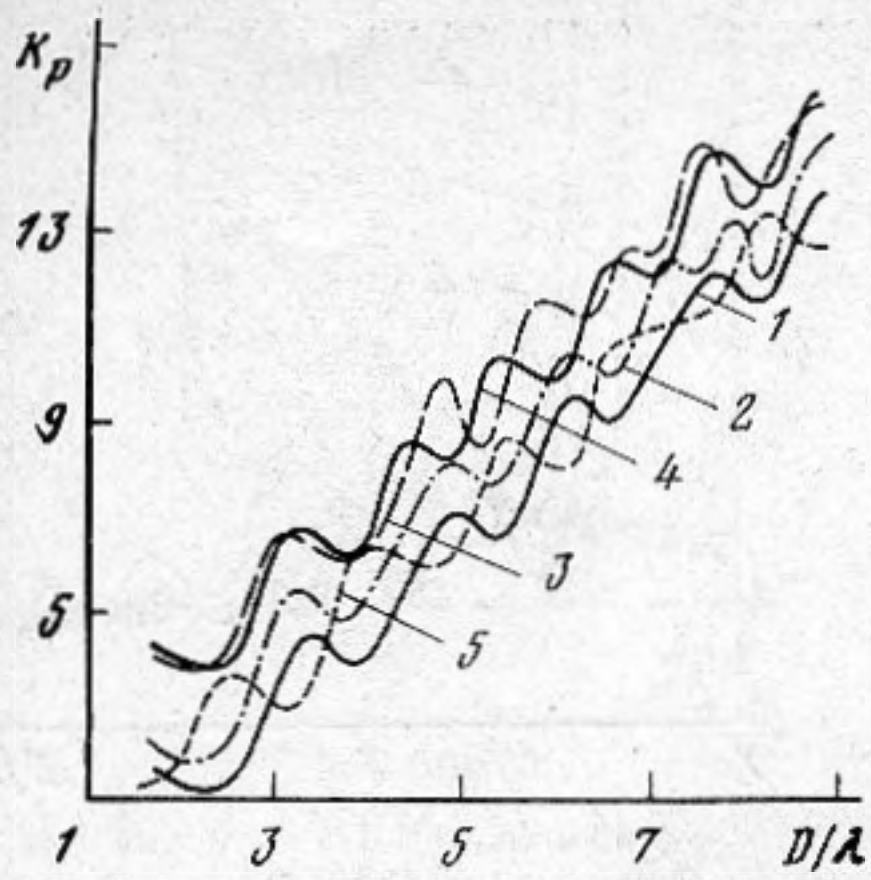
Цель настоящей работы — получение количественных связей между акустическими параметрами рефлектора в виде параболоида вращения и уровнем прозрачности рефлектора.

На фиг. 1 изображено сечение рефлектора; здесь Φ_0 — потенциал скорости плоской волны, распространяющейся вдоль оси z. Будем полагать, что толщина рефлектора бесконечно мала, а его поверхность характеризуется локальным импеданцем

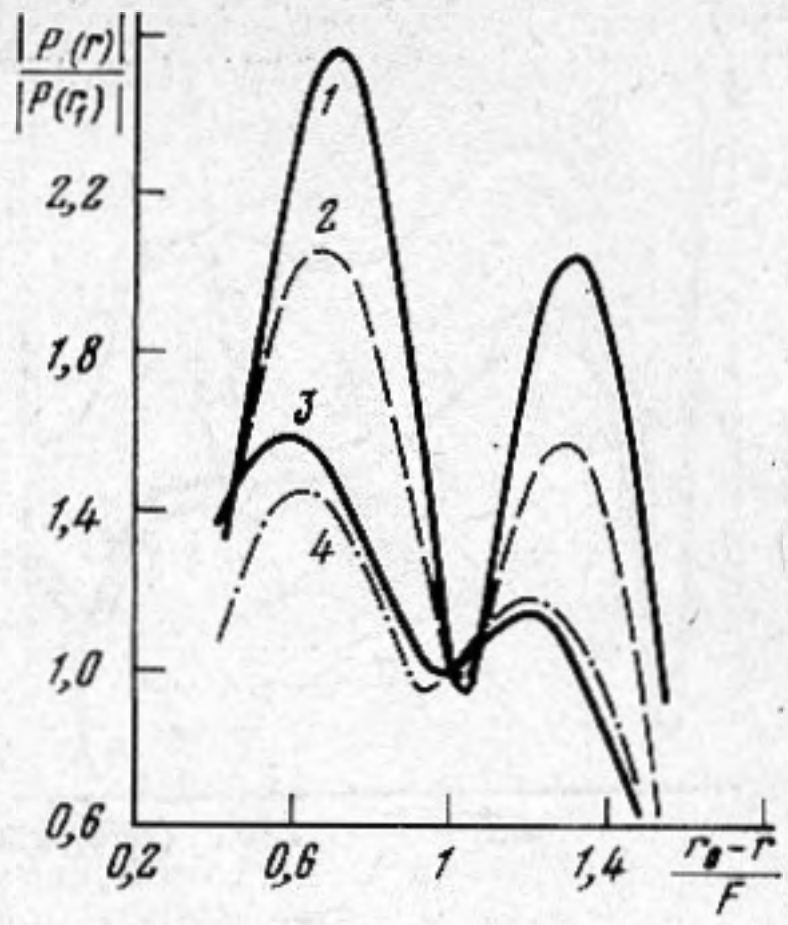
$$Z=i\omega Mf(\theta), \tag{1}$$

где ω — круговая частота, M — поверхностная плотность, $f(\theta)$ — функция распределения величины M. Условие (1) в определенной мере может характеризовать свойства реального рефлектора малой волновой толщины, когда волновое сопротивление его материала значительно превышает волновое сопротивление окружающей среды [8—10]. Ограничимся рассмотрением рефлектора с $\alpha<\pi/2$. Тогда допустимы аппроксимация параболического рефлектора сферическим рефлектором и переход к сферической системе координат с центром в точке O' (см. фиг. 1).

Поставленную задачу будем решать методом частичных областей [10], для чего всю область существования поля разобьем на две части. I область $0\leqslant r\leqslant r_0$, II область $r\geqslant r_0$. С учетом разложения плоской волны по сфери-



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Частотная зависимость коэффициента усиления рефлектора; *1–3* соответствуют $M=10{,}6$; 17,7; 177; *4* – расчет по методу [1]; *5* соответствует $s=2{,}1\cdot10^9$

Фиг. 3. Распределение давления вдоль оси рефлектора для $D/\lambda=2{,}6$; *1–3* соответствуют $M=10{,}6$; 17,7; 177; *4* – расчет по методу [1]

ческим волновым функциям [11] потенциалы скоростей в указанных областях представим в следующей форме:

$$\Phi_1=\sum_{n=0}^{\infty} A_n j_n(kr) P_n(\cos\theta), \tag{2}$$

$$\Phi_2=\sum_{n=0}^{\infty} i^n(2n+1) j_n(kr) P_n(\cos\theta)+\sum_{n=0}^{\infty} B_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos\theta). \tag{3}$$

Из условия (1) следует, что каждый элементарный участок рефлектора под воздействием волны Φ_0 движется как одно целое. Поэтому условия сопряжения поля на поверхности $r=r_0$ будут иметь вид

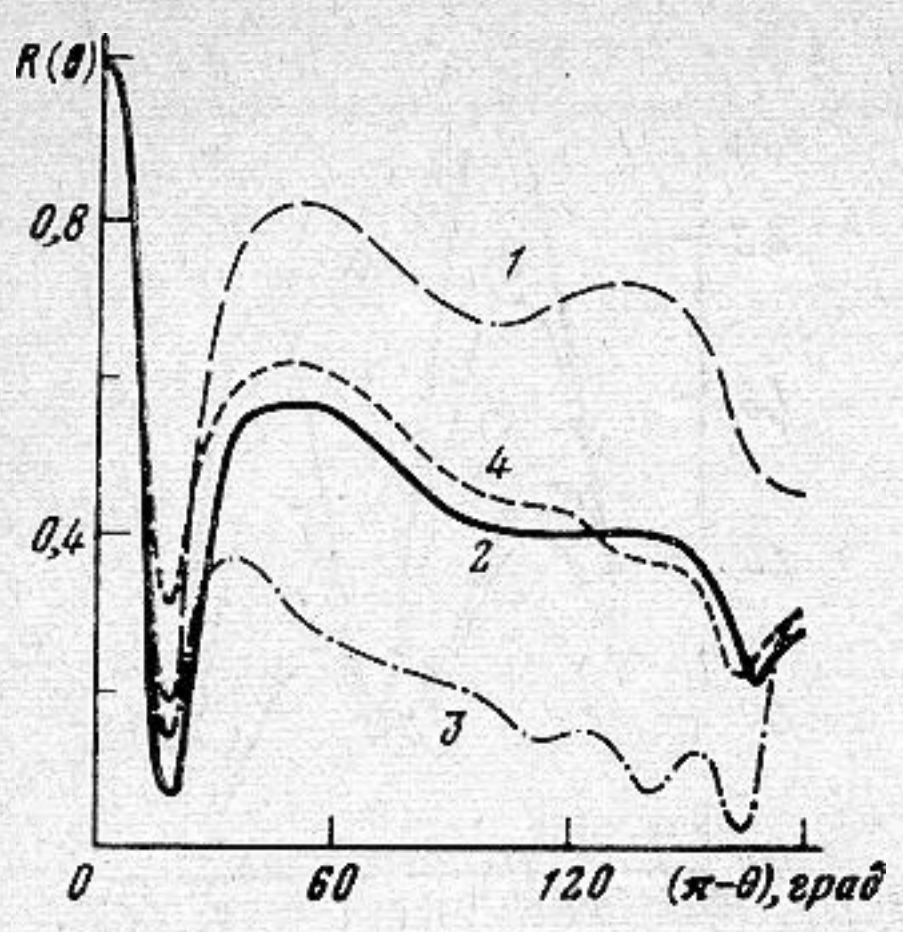
$$V_2=V_1,\quad 0\leqslant\theta\leqslant\pi,\quad P_2=\begin{cases} P_1-ZV_1, & 0\leqslant\theta\leqslant\theta_0,\\ P_1, & \theta_0\leqslant\theta\leqslant\pi.\end{cases} \tag{4}$$

Здесь $V=-\partial\Phi/\partial r$, $P=-i\omega\rho\Phi$, ρ – плотность окружающей среды. Функциональные уравнения (4) легко сводятся стандартным способом к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений, являющейся исходной для получения количественных характеристик поля.

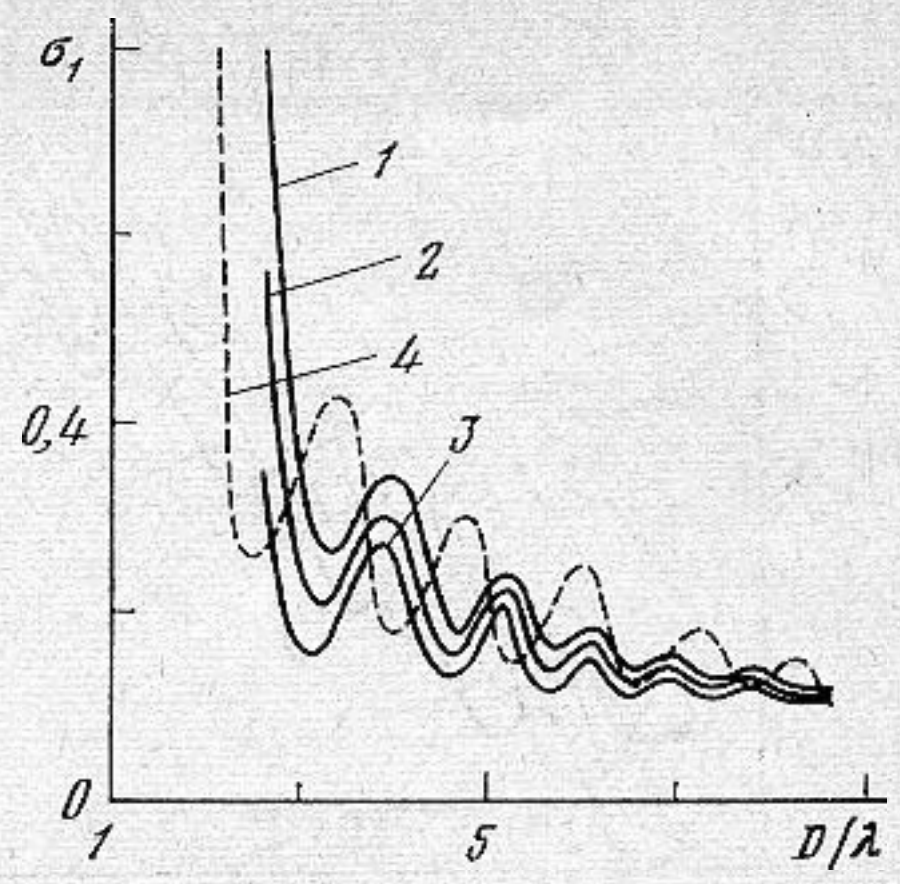
Все численные результаты, приведенные ниже, соответствуют следующим параметрам рефлектора и окружающей среды: $D/F=2{,}8$; $r_0=2{,}14\ F$; $\alpha=70°$; $f(\theta)=\text{const}$; $\rho=1$ *г/см*^{3}; $c=1{,}5\cdot10^5$ *см/сек* (скорость звука в среде). Указанное значение r_0 обеспечивает (в диапазоне рассматриваемых частот) отсутствие фазовых ошибок в раскрыве рефлектора, превышающих $\lambda/12$ (λ – длина волны в среде).

Прежде всего определим влияние прозрачности рефлектора на коэффициент усиления по давлению K_p. На фиг. 2 представлены частотные зависимости величины K_p при различных значениях M (*г/см*^{2}). Для сравнения здесь же приведена кривая *4*, рассчитанная по методу работы [1], предполагающему рефлектор абсолютно непрозрачным. Как видно, с увеличением прозрачности рефлектора наблюдается снижение его коэффициента усиления. При больших M, когда прозрачность рефлектора близка к нулю, величина K_p приближается к таковой, рассчитанной согласно работе [1].

Перейдем к анализу поля в области фокуса рефлектора. На фиг. 3 представлены кривые, характеризующие изменение нормированного звукового



Фиг. 4



Фиг. 5

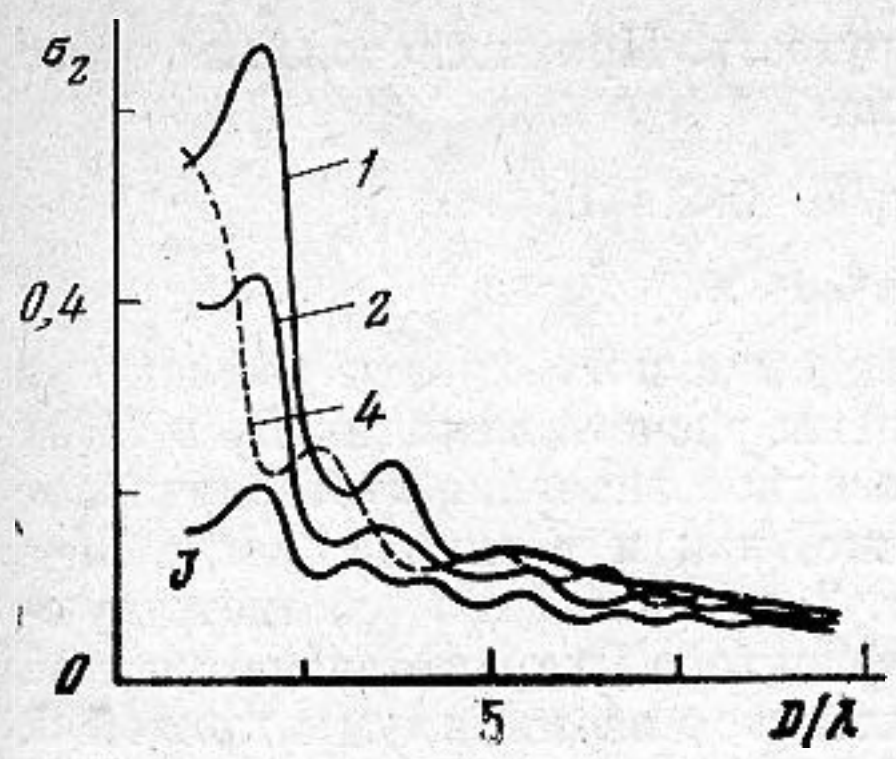
Фиг. 4. Диаграмма направленности рефлектора с точечным источником звуковых волн в фокусе для $D/\lambda=2{,}6$; *1–3* расчет для $M=10{,}6$; 17,7; 177; *4* – эксперимент для $M=17{,}7$

Фиг. 5. Частотная зависимость уровня первого бокового лепестка; *1–3* соответствуют $M=10{,}6$; 17,7; 177; *4* – $s=2{,}1\cdot10^9$

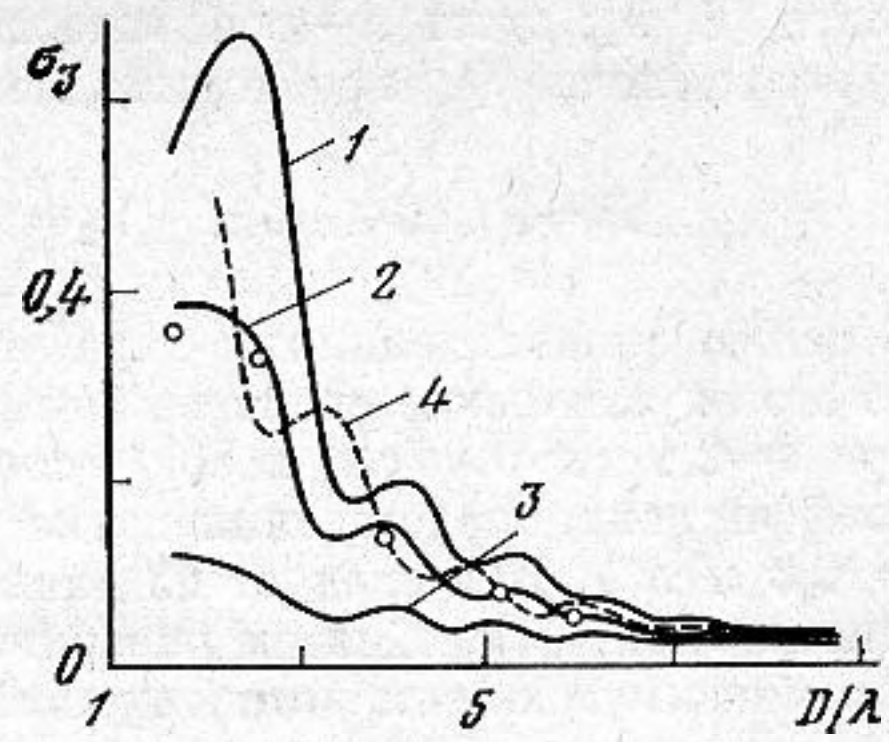
давления (по отношению к давлению в фокусе) вдоль оси z. Как видно, при больших M распределение звукового давления вдоль оси z мало отличается от рассчитанного по [1]. Иначе обстоит дело, когда прозрачность рефлектора становится заметной. В этом случае амплитуда осцилляций звукового давления вдоль оси z растет с увеличением прозрачности рефлектора. Причина этого явления становится понятной, если учесть, что с ростом прозрачности рефлектора звуковое давление в отраженной волне уменьшается и, как следствие, растет относительный вклад падающей волны. Это в конечном итоге и приводит к увеличению амплитуды осцилляций звукового давления вдоль оси z.

Выше рассматривалось влияние прозрачности рефлектора на поле в его фокальной области. Практический интерес представляет также вопрос о влиянии прозрачности рефлектора на его направленность. С целью получения количественных результатов переформулируем исходную задачу. Будем полагать, что в фокусе рефлектора расположен точечный источник звуковых волн $(1/R)\exp(ikR)$. Тогда правую часть выражения (2) следует дополнить рядом, представляющим собой разложение $(1/R)\exp(ikR)$ по сферическим волновым функциям [11], а в правой части (3) исключить первый ряд, определяющий разложение плоской волны.

На фиг. 4 представлены кривые, дающие общее представление о влиянии прозрачности рефлектора на его диаграмму направленности $R(\theta)$. Обобщение большого объема расчетных данных позволило установить ряд особенностей поведения величины $R(\theta)$ с изменением частоты и прозрачности рефлектора. С целью упрощения анализа этих особенностей разобьем весь диапазон углов $\pi-\theta$ на несколько зон, а именно зону основного лепестка, зону первого бокового лепестка, зону бокового излучения и зону геометрической тени. Остановимся на зоне основного лепестка. Анализ данных показывает, что в области $D/\lambda\geqslant2{,}5$ прозрачность рефлектора мало влияет на ширину основного лепестка $\theta_{0,7}$ ($\theta_{0,7}$ определялась на уровне 0,7 по давлению). При $D/\lambda<2{,}5$ рост прозрачности рефлектора приводит к расширению основного лепестка. Так, например, при $D/\lambda=1{,}75$ отношение величин $\theta_{0,7}$, рассчитанных для $M=10{,}6$ и $M=177$, составляет 1,5. В зоне первого бокового лепестка, как это следует из фиг. 5, общий уровень величины σ_1 растет с уменьшением M. Частотная зависимость σ_1 носит осциллирующий характер (обусловленный интерференцией между падающей и отра-



Фиг. 6



Фиг. 7

Фиг. 6. Частотная зависимость уровня бокового излучения: *1–3* соответствуют $M=10{,}6$; 17,7; 177; *4* – $s=2{,}1\cdot10^9$

Фиг. 7. Частотная зависимость уровня излучения в зоне тени; *1–3* соответствуют $M=10{,}6$; 17,7; 177; *4* – $s=2{,}1\cdot10^9$; ○○○○ – экспериментальные значения для $M=17{,}7$

женной волнами), причем при больших значениях D/λ вследствие относительного уменьшения вклада падающей волны амплитуда осцилляций уменьшается, средний уровень σ_1 приближается к значению ~0,105, которое совпадает с расчетом по [1]. В зоне бокового излучения, соответствующей углам $\pi-\theta$, прилежащим к 90°, изменение $R(\theta)$ относительно невелико и поэтому достаточно ограничиться определением ее значения при $\pi-\theta=90°$, которое обозначим как σ_2. Данные фиг. 6 показывают, что величина σ_2 падает по мере роста частоты и уменьшения прозрачности рефлектора. В зоне геометрической тени рефлектора изменение $R(\theta)$ носит сложный характер, обусловленный интерференцией между прошедшей через рефлектор и дифрагированной на его кромке волнами. Это не позволяет количественно охарактеризовать частотную зависимость уровня поля во всей зоне тени путем анализа величины $R(\theta)$ для одного какого-либо направления. Поэтому оценку поля в зоне тени будем проводить по среднему значению $R(\theta)$:

$$\sigma_3=\frac{1}{1-\cos\alpha}\int_0^\alpha R(\theta)\sin\theta\,d\theta.$$

Данные фиг. 7 определяют зависимость σ_3 от частоты и прозрачности рефлектора. Заметим, что кривая *3* характеризует уровень поля, обусловленный практически только дифракцией на кромке рефлектора.

Для подтверждения возможности использования полученных результатов для оценок акустических свойств реальных рефлекторов были проведены экспериментальные испытания макета рефлектора и сравнение полученных результатов с расчетом. Макет рефлектора был выполнен из металла с плотностью 7,1 *г/см*³ и имел следующие параметры: $D/F=2{,}8$; $\alpha=70°$; $f(\theta)=\text{const}$; $M=17{,}7$ *г/см*². Источником звуковых волн служила пьезокерамическая сфера, расположенная в фокусе рефлектора. Диаметр сферы не превышал 0,07 λ на верхней границе рассматриваемого диапазона частот. Рефлектор с источником звуковых волн находился в воде. На фиг. 4 (кривая *4*) приведена экспериментальная диаграмма направленности, а на фиг. 7 – экспериментальные значения величины σ_3 (обозначены кружочками). Сопоставляя на фиг. 4 кривые *2* и *4*, а на фиг. 7 кривую *2* с точками, соответствующими экспериментальным значениям, можно убедиться в удовлетворительном совпадении расчетов с экспериментом.

В заключение интересно рассмотреть случай, когда импеданц носит характер упругости: $Z=i\dfrac{s}{\omega}f(\theta)$, что свойственно тонким слоям газа в жид-

кости [8, 9]; здесь s — поверхностная упругость. При исследовании этого случая условие (4) необходимо заменить на

$$P_2=P_1,\ \ 0\leqslant\theta\leqslant\pi,\quad V_2=\begin{cases}V_1-P_1/Z, & 0\leqslant\theta\leqslant\theta_0\\ V_1, & \theta_0\leqslant\theta\leqslant\pi.\end{cases}$$

С целью анализа влияния характера импеданца поверхности рефлектора на его акустические свойства были проведены расчеты величин K_p и $R(\theta)$ при $s=2{,}1\cdot10^9$ *дин/см*^{3} и $f(\theta)=\mathrm{const}$ (указанное значение s обеспечивает коэффициент прохождения звука такой же, как и в случае, когда $M=10{,}6$ *г/см*^{2}). Как следует из данных фиг. 2, кривые *1* и *5*, соответствующие различным свойствам поверхности рефлектора, характеризуются тем, что максимумы осцилляций кривой *1* приходятся на минимумы кривой *5*. Аналогичная особенность имеет место и в поведении величины σ_1 и отчасти σ_2 (см. фиг. 5 и 6). Сопоставление данных на фиг. 5—7 позволяет убедиться, что при импеданце упругого характера общий уровень величины σ_1 несколько выше, а величины σ_3 ниже, чем в том случае, когда импеданц имеет характер массы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гутин Л. Д.* К теории параболического концентратора звука. Изв. электропромышленности слабых токов, 1935, 9, 9—25.
2. *Розенберг Л. Д.* Звуковые фокусирующие системы. М.— Л., Изд-во АН СССР, 1949.
3. *Кюн Р.* Микроволновые антенны. Л., «Судостроение», 1967.
4. *Айзенберг Г. З., Ямпольский В. Г., Терешин О. Н.* Антенны УКВ. М., «Связь», 1977, ч. 1, 2.
5. *Фельд Я. Н., Ансрян А. К.* Дифракция скалярной волны на параболическом зеркале. Радиотехника и электроника, 1977, *22*, 1, 1—9.
6. *Каневский И. Н.* Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн. М., «Наука», 1977.
7. *Фрадин А. З.* Антенны сверхвысоких частот. М., «Советское радио», 1957.
8. *Ржевкин С. Н.* Курс лекций по теории звука. Изд-во МГУ, 1960.
9. *Исакович М. А.* Общая акустика. М., «Наука», 1973.
10. *Шендеров Е. Л.* Волновые задачи гидроакустики. Л., «Судостроение», 1972.
11. *Иванов Е. А.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск, «Наука и техника», 1968.

Поступила
25 мая 1978 г.
После повторной переработки
16 января 1979 г.