АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXV 1979 Вып. 5

УДК 534.222:532.526

О ВОЗБУЖДЕНИИ НЕУСТОЙЧИВЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛН НА ТАНГЕНЦИАЛЬНОМ РАЗРЫВЕ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕНСИВНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЧКОВ

В. П. Реутов

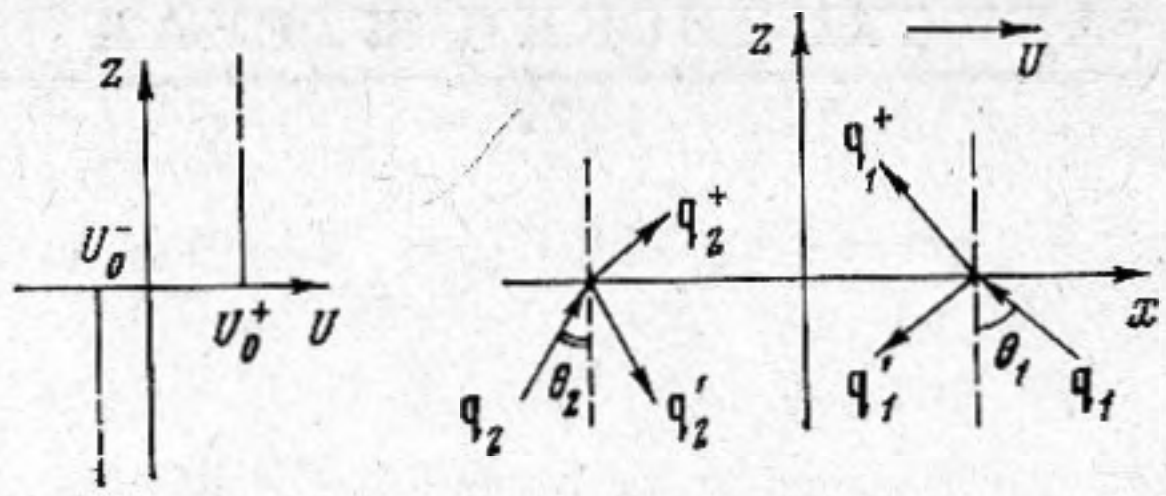
Рассмотрен нелинейный механизм возбуждения нарастающих собственных волн в течении с тангенциальным разрывом скорости при наличии двух ультразвуковых пучков, который состоит в том, что волны с разностной частотой возбуждаются под действием нелинейных источников, локализованных в области взаимодействия пучков. Найдена амплитуда неустойчивой волны Кельвина – Гельмгольца, возникающей при падении на разрыв двух плоских звуковых волн с близкими частотами. Показано, что эффективность возбуждения оказывается наибольшей, когда выполняются условия трехволнового резонанса. Приведены оценки для газовых и жидкостных потоков.

В ряде экспериментов, выполненных в последние годы [1—3], основной причиной влияния звука на развитие гидродинамической турбулентности являлось возбуждение резонансных (находящихся в полосе неустойчивости течения) гидродинамических волн. В этой связи возрастает интерес к теоретическому исследованию механизмов возбуждения неустойчивых возмущений при наличии звукового поля. В работах [4, 5] показано, что в сдвиговом потоке возможно линейное преобразование звука в гидродинамические моды.

Ниже рассмотрен нелинейный механизм возбуждения неустойчивых гидродинамических волн в течении с тангенциальным разрывом скорости, на который падают под разными углами два ультразвуковых пучка. В этом случае неустойчивые волны возникают под действием нелинейных источников, локализованных в области взаимодействия пучков. Используя ультразвуковые пучки с близкими частотами $\omega_{1,2}$, можно, таким образом, резонансно возбуждать медленные гидродинамические волны с «разностной» частотой $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1\ll\omega_{1,2}$. При данном механизме следует ожидать относительно мягких ограничений на интенсивность ультразвука, поскольку возбуждение резонансной гидродинамической волны оказывает существенное влияние на развитие неустойчивости, когда начальная амплитуда этой волны превышает уровень гидродинамических шумов. Ниже задача решается в первоначальной постановке, что позволяет ограничиться анализом падения на разрыв плоских волн.

Отметим, что нелинейный механизм излучения «звука звуком» исследовался в связи с созданием параметрических излучателей [6]. Взаимодействие нейтральных в линейном приближении плоских вихревых волн со звуковыми рассматривалось в работах [7—9]. Основное внимание при этом уделялось рассеянию звука, тогда как ниже исследуется генерация неустойчивых вихревых возмущений в неоднородном потоке.

1. Получим уравнения, описывающие возбуждение гидродинамических волн звуком в течении с кусочно-постоянным профилем скорости (см. фиг. 1). Воспользуемся в качестве исходных уравнениями двумерного движения идеальной баротропной жидкости, записывая их для каждого по-



Фиг. 1. Отражение и преломление звуковых волн, падающих на плоскость разрыва $z=0$ под углами $\theta_1<0$ и $\theta_2>0$ к нормали

тока в виде

$$
(1)\quad
\begin{gathered}
\frac{\partial u}{\partial t}+U_0^{\pm}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}=f_1,\quad \frac{\partial w}{\partial t}+U_0^{\pm}\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial z}=f_2,\\
\frac{\partial \rho}{\partial t}+U_0^{\pm}\frac{\partial \rho}{\partial x}+\rho_0\frac{\partial u}{\partial x}+\rho_0\frac{\partial w}{\partial z}=f_3\quad \rho-\frac{1}{c^2}p=f_4,
\end{gathered}
$$

где введены обозначения

$$
f_1=-u\frac{\partial u}{\partial x}-w\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\rho}{\rho_0^2}\frac{\partial p}{\partial x},\quad f_2=-u\frac{\partial w}{\partial x}-w\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\rho}{\rho_0^2}\frac{\partial p}{\partial z},
$$

$$
f_3=-\frac{\partial \rho u}{\partial x}-\frac{\partial \rho w}{\partial z},\quad f_4\approx-\frac{1}{2}\xi_0\frac{p^2}{c^4\rho_0};
$$

u — отклонение x-компоненты скорости потока от $U_0^{\pm}$, w — z-компонента скорости, $c=\sqrt{\partial p/\partial\rho_0}$—скорость звука в неподвижной среде, $\xi_0=\rho_0\frac{\partial c^2}{\partial\rho_0}\Big/c^2$ — нелинейный параметр среды (в частности, для воды $\xi_0=3$ [7]). Колебания плотности предполагаются малыми — $\rho\ll\rho_0$. Систему (1) следует дополнить граничными условиями на плоскости $z=0$ [10] (колебания границы раздела считаем малыми и удерживаем лишь квадратичные нелинейности):

$$
(2)\quad
\begin{gathered}
\frac{\partial\zeta}{\partial t}+U_0^{\pm}\frac{\partial\zeta}{\partial x}-w^{\pm}=\tau_1^{\pm},\quad p^+-p^-=\tau_2^--\tau_2^+\\
\left(\tau_1=\zeta\frac{\partial w}{\partial z}-u\frac{\partial\zeta}{\partial x},\quad \tau_2=\zeta\frac{\partial p}{\partial z}\right),
\end{gathered}
$$

где знаками $(\pm)$ отмечены значения переменных, взятые при $z=\pm0$ соответственно, $\zeta(x,t)$ — поперечное смещение границы раздела.

Преобразуем систему (1) и (2), заменяя частные производные операторами [11]:

$$
\hat\omega=-i\frac{\partial}{\partial t},\quad \hat k=i\frac{\partial}{\partial x}.
$$

Обращаясь с $\hat\omega$ и $\hat k$ как с числами и рассматривая нелинейные члены уравнений как известные функции, можно выразить все переменные через u:

$$
(3)\quad
\begin{gathered}
p=\frac{\hat\Omega_{\pm}}{\hat k}\rho_0 u-\frac{\rho_0}{i\hat k}f_1,\quad w=-\frac{1}{i\hat k}\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{1}{\hat\Omega_{\pm}\hat k}\frac{\partial f_1}{\partial z}+\frac{1}{i\Omega_{\pm}}f_2,\\
\rho=\frac{\hat\Omega_{\pm}}{c^2\hat k}\rho_0 u-\frac{\rho_0}{ic^2\hat k}f_1+f_4,\quad \zeta=\frac{1}{i\hat\Omega_{\pm}}(w^{\pm}+\tau_1^{\pm})
\end{gathered}
$$

(здесь и далее $\hat{\Omega}_\pm=\hat{\omega}-\hat{k}U_0^\pm$). При этом для u получается следующая система уравнений и граничных условий:

$$
(4)\qquad
\begin{gathered}
\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-\left(\hat{k}^2-\frac{1}{c^2}\hat{\Omega}_\pm^2\right)u=F,\\
i\hat{\Omega}_-\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^+-i\hat{\Omega}_+\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^-=\Phi_1,\quad \hat{\Omega}_+u^+-\hat{\Omega}_-u^-=\Phi_2,
\end{gathered}
$$

где приняты обозначения

$$
F=-\frac{i\Omega_\pm}{c^2}f_1-\frac{i\hat{k}}{\rho_0}f_3-\frac{\hat{k}\hat{\Omega}_\pm}{\rho_0}f_4-\frac{i}{\hat{\Omega}_\pm}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial f_1}{\partial z}+i\hat{k}f_2\right),
$$

$$
\Phi_1=\frac{\hat{\Omega}_-}{\hat{\Omega}_+}\left(\frac{\partial f_1}{\partial z}+i\hat{k}f_2\right)^+-\frac{\hat{\Omega}_+}{\hat{\Omega}_-}\left(\frac{\partial f_1}{\partial z}+i\hat{k}f_2\right)^-+\hat{k}\hat{\Omega}_+\tau_1^--\hat{k}\hat{\Omega}_-\tau_1^+,
$$

$$
\Phi_2=if_1^--if_1^++\frac{\hat{k}}{\rho_0}(\tau_2^--\tau_2^+).
$$

Формулировка задачи в виде (3), (4) удобна для анализа возбуждения волн «нелинейными источниками».

В линейном приближении поле синусоидальной плоской звуковой волны в каждом потоке можно написать в виде

$$
(5)\qquad S={}^1/_2 a\Psi e^{i\omega t-ikx-imz}+\text{компл. сопряж.},
$$

где $S=(u,\ w,\ p,\ \rho)$, $\Psi=(1,\ m/k,\ \Omega_\pm\rho_0/k,\ \Omega_\pm\rho_0/c^2k)$, $k=q\sin\theta$, $m=q\cos\theta$ (θ — угол между осью z и волновым вектором волны $\mathbf{q}$); частота $\omega>0$ связана с q дисперсионным соотношением ($\Omega_\pm^2=c^2q^2$).

Решение задачи (3), (4) ищем в виде разложения по малым колебаниям *:

$$
(6)\qquad S=S^{(0)}+S^{(1)}+\ldots,\quad \zeta=\zeta^{(0)}+\zeta^{(1)}+\ldots\ .
$$

При этом решение нулевого приближения удовлетворяет линеаризованным граничным условиям (4) и включает суперпозицию волн, показанных схематически на фиг. 1, падающих ($\mathbf{q}_{1,2}$), отраженных ($\mathbf{q}'_{1,2}$) и преломленных ($\mathbf{q}^+_{1,2}$), каждая из которых написана в виде (5).

Ограничимся далее отысканием фурье-гармоники поправки $u^{(1)}$ с комбинационным волновым числом $k=k_2-k_1$ **, которая возникает при взаимодействии любой из пар волн (q_1, q_2), (q_1', q_2), (q_1, q_2'), (q_1', q_2') в потоке U_0^-, либо пары (q_1^+, q_2^+) — в потоке U_1^+. Соответственную гармонику объемной (F) и поверхностных ($\Phi_{1,2}$) сил можно вычислить, суммируя вклады этих пар. В случае малых скоростей потоков ($U_0^\pm/c\ll1$) и близких частот падающих волн ($\Delta\omega\sim{}^1/_2(U_0^++U_0^-)k\ll\omega_{1,2}$) при вычислении $F^{(0)}$ и $\Phi_1^{(0)}$ с точностью до величин $\sim U_0^\pm/c$ можно пренебречь отражением и преломлением звука на разрыве. Замечая, кроме того, что при «наложении» двух произвольных звуковых волн в потоке выполнено точное соотношение

$$
ikf_{2k}^{(0)}+\frac{\partial}{\partial z}f_{1k}^{(0)}=0,
$$

---

* Предполагается малым акустическое число Маха, причем малы также поправки к инкременту нарастающих волн, возникающие в поле каждой звуковой волны.

** Эта гармоника возбуждается эффективными источниками с низкой (разностной) частотой.

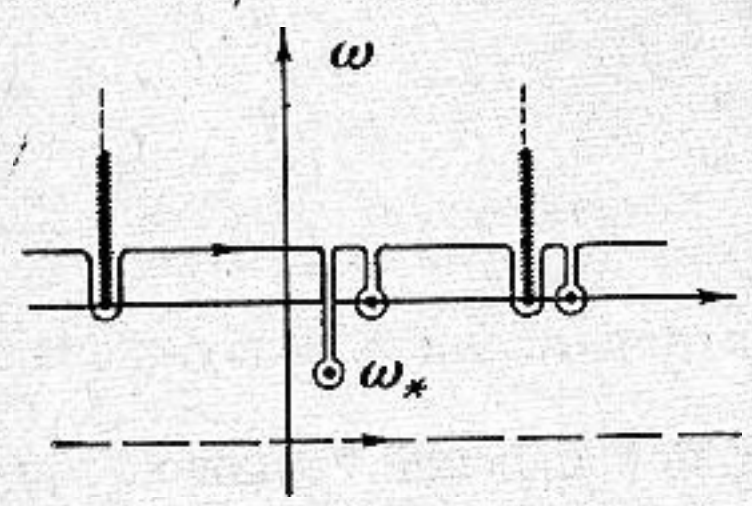
где $f_k=\langle f\exp(ikx)\rangle$ — амплитуда фурье-гармоники переменной f ($\langle\ldots\rangle$ означает усреднение по x) находим

$$F_k^{(0)}\approx F_0 e^{i\Delta\omega t-imz},\quad \Phi_{1,2k}^{(0)}=\Phi_{10,20}e^{i\Delta\omega t}. \tag{7}$$

Здесь $m=m_2-m_1$, амплитудные факторы имеют вид

$$\begin{aligned}
F_0&=\frac{\delta q_\pm q_1(\sin\theta_2-\sin\theta_1)}{4c\sin\theta_1\sin\theta_2}[2\cos(\theta_1-\theta_2)+\xi_0]a_1^*a_2,\\
\Phi_{10}&=-\frac{kq_1U\cos(\theta_2-\theta_1)}{4c\sin\theta_1\sin\theta_2}(\sin\theta_2-\sin\theta_1)(\cos\theta_2+\cos\theta_1)a_1^*a_2,\\
\Phi_{20}&=\frac{q_1U\cos(\theta_2-\theta_1)}{4c\sin\theta_1\sin\theta_2}(\sin^2\theta_2-\sin^2\theta_1)a_1^*a_2,
\end{aligned} \tag{8}$$

где $U=U_0^+-U_0^-$ — относительная скорость потоков; $\delta q_\pm=q_2^\pm-q_1^\pm\ll q_{1,2}^\pm$. Отметим, что вычисление Φ_{20} требует учета скачков f_1 и τ_2 на разрыве.



Фиг. 2. Деформация контура интегрирования в верхнюю полуплоскость комплексного параметра ω (штрихами показано исходное положение контура)

Для этого с помощью линеаризованных соотношений (3), (4) находятся скачки входящих в f_1, τ_2 переменных:

$$u^-=\hat\Omega_+\hat\Omega_-^{-1}u^+,$$

$$w^-=\hat\Omega_-\hat\Omega_+^{-1}w^+,$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^-=\hat\Omega_-^2\hat\Omega_+^{-2}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^+,$$

после чего определяются скачки нелинейностей; в частности,

$$\left(u\frac{\partial u}{\partial x}\right)\Big|_{-0}^{+0}\approx\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\hat kU}{\hat\omega}u^+\right)u^+\right], \tag{9}$$

где учтено, что для звуковых волн $k_jU/\omega_j\ll1$. При подстановке $u^{(0)}$ в формулу (9), очевидно, можно пренебречь отражением и преломлением звука на разрыве.

Таким образом, определение $u_k^{(1)}=\langle u^{(1)}\exp(ikx)\rangle$ сводится к решению неоднородной краевой задачи вида (4) с известными «источниками».

2. Для вычисления амплитуды нарастающей собственной волны будем считать начальные условия в уравнениях для $u_k^{(1)}$ нулевыми. Применяя преобразование Лапласа по времени с комплексным параметром $\omega=-ip$ (взамен традиционного p), получим для изображения $\bar u_k^{(1)}(\omega)$ следующие уравнения и граничные условия:

$$\frac{\partial^2\bar u_k^{(1)}}{\partial z^2}-\left(k^2-\frac{1}{c^2}\Omega_\pm^2\right)\bar u_k^{(1)}=\frac{F_0}{i(\omega-\Delta\omega)}e^{-imz}, \tag{10а}$$

$$i\Omega_-\left(\frac{\partial\bar u_k^{(1)}}{\partial z}\right)^+-i\Omega_+\left(\frac{\partial\bar u_k^{(1)}}{\partial z}\right)^-=\frac{\Phi_{10}}{i(\omega-\Delta\omega)} \tag{10б}$$

$$\Omega_+\bar u_k^{(1)+}-\Omega_-\bar u_k^{(1)-}=\frac{\Phi_{20}}{i(\omega-\Delta\omega)}.$$

Решение уравнения (10а) имеет вид

$$\bar u_k^{(1)}=A_\pm e^{\pm\alpha_\pm z}+\frac{F_0}{i(\omega-\Delta\omega)\mathscr{D}_\pm}e^{-imz}, \tag{11}$$

где знаки относятся к областям $z \gtrless 0$ соответственно, $A_\pm = \text{const}$, $\mathscr{D}_\pm = \frac{1}{c^2}\Omega_\pm^2 - m^2 - k^2$; $\alpha_\pm = \sqrt{k^2 - \frac{1}{c^2}\Omega_\pm^2}$, причем в качестве $\alpha_\pm$ выбраны ветви многозначной функции, удовлетворяющие условию $\operatorname{Re}\alpha_\pm > 0$ при $\operatorname{Im}\omega \to -\infty$ (разрезы уходят в верхнюю полуплоскость, см. фиг. 2), для которых, в частности, $\operatorname{Re}\alpha_\pm > 0$ при $\operatorname{Im}\omega < 0$.

Постоянные $A_\pm$ нетрудно найти из граничных условий (10б). Далее, при переходе от выражения (11) к оригиналу будем деформировать контур интегрирования в верхнюю полуплоскость, обходя особенности и разрезы, как показано на фиг. 2. При этом на больших временах основной вклад дает интеграл вокруг особой точки ω_* — нуля дисперсионной функции $\mathscr{D}(\omega, k) = \Omega_+^2\alpha_- + \Omega_-^2\alpha_+$, лежащего в нижней полуплоскости. Эта точка соответствует нарастающей собственной волне с волновым числом $k = k_2 - k_1$ и частотой

$$\omega_* \approx k\left(\frac{U_0^+ + U_0^-}{2} - is_k\frac{U}{2}\right), \tag{12}$$

где $s_k = \operatorname{sign} k$, и для определенности считается, что $U > 0$. Опуская выкладки, напишем асимптотическое решение

$$u_k^{(1)} \to {}^1/_2 b_\pm e^{i\omega_* t \mp |k| z} \quad (t > 1/|\operatorname{Im}\omega_*|), \tag{13}$$

где амплитуды $b_\pm$ имеют вид (выражение берется при $\omega = \omega_*$)

$$b_- = \frac{2}{\mathscr{D}_\omega'(\omega - \Delta\omega)}\left[-\frac{\Omega_+\Omega_- F_0^+}{\alpha_+ + im} - \frac{\Omega_+^2 F_0^-}{\alpha_- - im} + i\Omega_+\Phi_{10} - \alpha_+\Omega_-\Phi_{20}\right],$$

$$b_+ = \frac{2}{\mathscr{D}_\omega'(\omega - \Delta\omega)}\left[-\frac{\Omega_-^2 F_0^+}{\alpha_+ + im} - \frac{\Omega_-\Omega_+ F_0^-}{\alpha_- - im} + i\Omega_-\Phi_{10} + \alpha_-\Omega_+\Phi_{20}\right].$$

Вычисляя $b_\pm$, необходимо учесть, что отношение вклада объемных комбинационных сил F_0 к вкладу поверхностных составляет величину порядка $\delta q_\pm / k \ll 1$. В результате получаем выражение для начальной амплитуды возбужденной на разрыве неустойчивой волны в виде

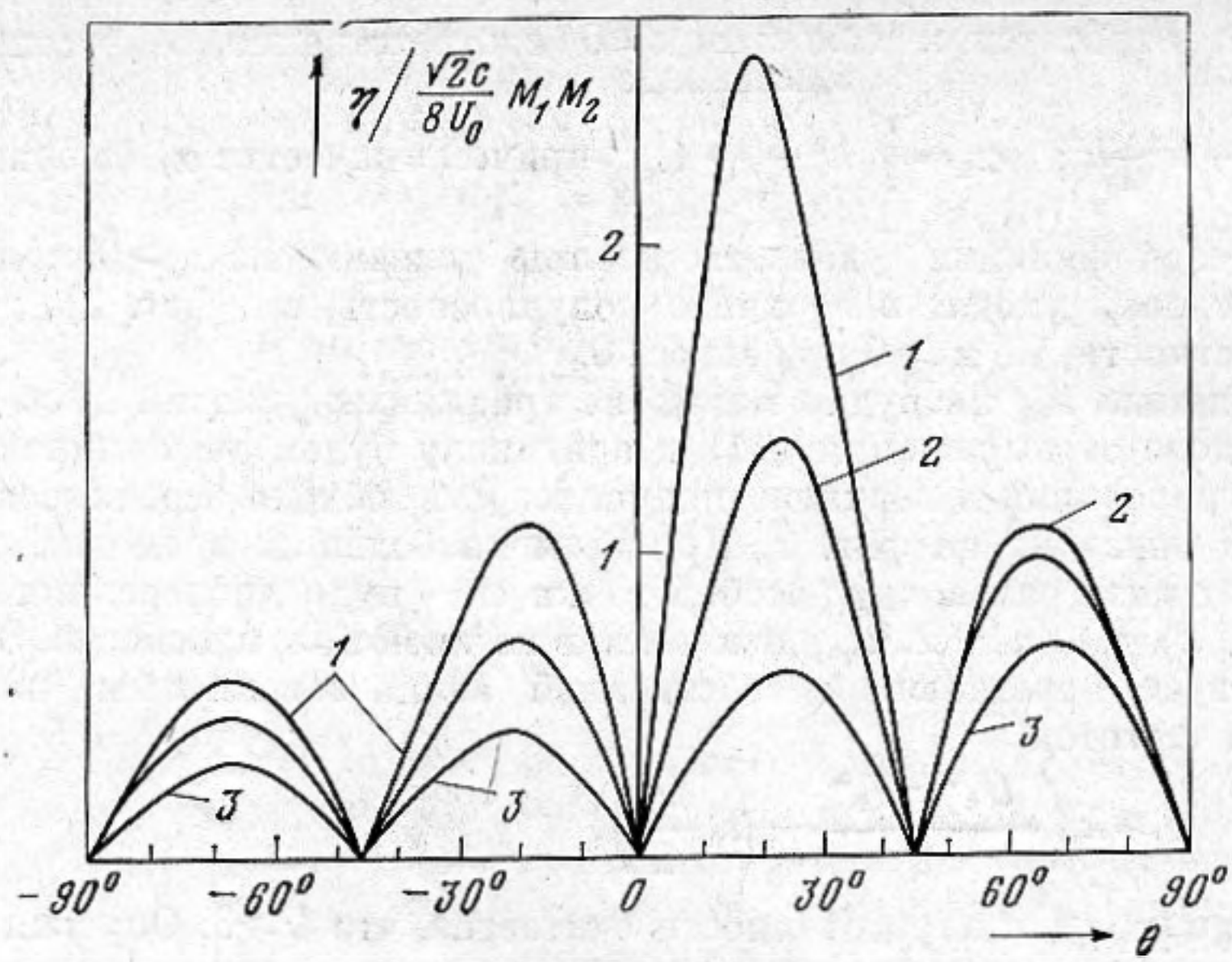
$$b_\pm = (\pm 1 - is_k)\frac{\sqrt{2}\,U}{8c^2\delta} V_1 V_2 \sin 2(\theta_2 - \theta_1) \times \cos\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right), \tag{14}$$

где $V_j = a_j / \sin\theta_j$ — амплитуды направленной вдоль $\mathbf{q}_j$ скорости колебаний среды в звуковой волне, $\delta = (\omega_* - \Delta\omega)/\omega_1$ — безразмерная комплексная расстройка частот взаимодействующих волн от резонанса; в явном виде

$$\delta = \left(\frac{U_0^+ + U_0^-}{2c} - is_k\frac{U}{2c}\right)\left(\sin\theta_2 - \sin\theta_1\right) - \frac{\Delta\omega}{\omega_1}.$$

В случае симметричного падения звука ($\theta_2 = \theta$, $\theta_1 = -\theta$) при скоростях потоков $U_0^- = 0$, $U_0^+ = U_0$ получается следующее выражение для нормированной амплитуды $\eta = |b_\pm| / U_0$ возбужденной волны:

$$\eta = \frac{\sqrt{2}c}{8U_0} M_1 M_2 \frac{|\sin 4\theta|}{\sqrt{(\sin\theta - \nu)^2 + \sin^2\theta}}, \tag{15}$$



Фиг. 3. Зависимость амплитуды индуцированной волны от угла падения при симметричном падении звуковых волн на разрыв (кривые *1*, *2*, *3* соответствуют значениям расстройки $\nu = {}^1/_2$, 1, 2)

где $M_{1,2} = |V_{1,2}|/c$ — акустические числа Маха, $\nu = \Delta\omega c/\omega_1 U_0$.

Зависимость η от расстройки частот при фиксированном θ, согласно (15), имеет куполообразный вид с максимумом в точке $\nu = \sin\theta$, который соответствует оптимальному комбинационному резонансу звука и волны $\omega_*(k)$. На фиг. 3 показаны графики $\eta(\theta)$ при различных расстройках ν. Асимметрия кривых связана с поведением множителя расстройки, стоящего в знаменателе (15). Амплитуда η обращается в нуль при $\theta = n\pi/4$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2$), что обусловлено характером зависимости от угла фактора комбинационных сил ($\sin 4\theta$).

Приведем оценки для воздушного потока с параметрами $U_0^+ = 15$ м/с, $U_0^- = 0$ при симметричном падении звуковых волн под углами $\theta = 19°$, считая плотность потока энергии в этих волнах ($\mathscr{P} = {}^1/_2\, c\, \rho_0 |V|^2$) одинаковой и равной 0,5 Вт/см². Если принять $\Delta\omega/\omega_1 = 1{,}5\%$ (что соответствует выбору оптимального сдвига частот $\Delta\omega$ падающих волн при данном θ), η составит 0,25%. Частота звука определяется длиной $\lambda = 2\pi/k$ возбуждаемых волн: $\omega_{1,2} \approx \pi c/\lambda \sin\theta$. Например, при $\lambda = 3$ мм необходим ультразвук с частотой $s = \omega/2\pi = 170$ кГц. Для течения воды с такими же параметрами, полагая $\mathscr{P}_{1,2} = 30$ Вт/см², получим при $\Delta\omega/\omega_1 = 0{,}33\%$ нормированную амплитуду $\eta \approx 0{,}01\%$ и частоту $s = 770$ кГц.

Как показано в работах [4, 5], возбуждение неустойчивых волн в сдвиговом потоке возможно также под действием поля звукового пучка с частотой, находящейся в полосе линейной неустойчивости течения. К сожалению, в работах [4, 5] не уделено достаточного внимания анализу эффективности такого линейного механизма с точки зрения оценок интенсивности звука, и сравнение в этом плане с нелинейным механизмом, описанным в настоящей работе, требует дополнительного исследования. Отметим лишь, что для потоков со слабой неустойчивостью (мнимая часть фазовой скорости волны мала по сравнению с характерным перепадом скорости U) можно ожидать увеличения эффективности нелинейного возбуждения за счет более точного выполнения условий трехволнового резонанса звуковых и гидродинамической волн. Кроме того, при использовании ультразвуковых пучков нетрудно добиться локализации области взаимодействия звука с течением.

Таким образом, для возбуждения неустойчивых гидродинамических волн в течении с малым числом Маха можно использовать ультразвуковые пучки. При фиксированных углах падения звуковых волн эффективность возбуждения оказывается наибольшей, когда минимальна расстройка от трехволнового резонанса $|\delta|$. Последнее означает, что даже в рассмотренной нами первоначальной задаче, когда возбуждаются волны с разностным волновым числом $k=k_2-k_1$, наиболее эффективно возбуждаются волны, имеющие разностную частоту ($\mathrm{Re}\,\omega_*=\omega_2-\omega_1$). При этом характерное время возбуждения волны (по истечении этого времени звуковое поле может быть выключено) — величина порядка обратного инкремента неустойчивости. Добавим, что в аналогичной граничной задаче (переход невозмущенного течения в область пересечения пучков) генерируются волны с разностной частотой на характерном расстоянии $l\sim 1/\mathrm{Im}\,k(\Delta\omega)$. Когда частота $\Delta\omega$ находится в области неустойчивости течения, гидродинамические волны с высокими частотами $2\omega_{1,2}$, $\omega_1+\omega_2$ (которые, вообще говоря, также возбуждаются в потоке) будут не только нерезонансными со звуком, но и затухающими в условиях реального вязкого течения.

Автор выражает благодарность М. И. Рабиновичу за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Поляков Н. Ф.* Индуцирование гидродинамических волн в ламинарном пограничном слое продольным звуковым полем. В сб. Симпозиум по физике акуст.-гидродинамических явлений. Сухуми, 1975. М., «Наука», 1975, 216–223.
2. *Поляков Н. Ф., Домарацкий А. Н., Скурлатов А. И.* О взаимодействии звукового поля с несжимаемым ламинарным пограничным слоем. Изв. Сиб. отд. АН СССР. Сер. техн. н., 1976, *3*, 13, 19–26.
3. *Sato H., Saito H.* Artifical control of the laminar-turbulent transition of a two-dimentional wake by external sound. J. Fluid Mech., 1978, *84*, 4, 657–672.
4. *Jones D. S., Morgan J. D.* The instability of a vortex sheet on a subsonic stream under acoustic radiation. Proc. Camb. Phil. Soc., 1972, *72*, 3, 465–488.
5. *Tam C. K. W.* Excitation of instability waves in a two-dimentional shear layer by sound. J. Fluid Mech., 1978, *89*, 2, 357–371.
6. *Берктей Х. О.* Некоторые явления в подводной акустике, связанные с волнами конечной амплитуды. В сб. Подводная акустика, под ред. Л. М. Бреховских. М., «Мир», 1970, 325–346.
7. *Зарембо Л. К., Красильников В. А.* Введение в нелинейную акустику. М., «Наука», 1966, 19.
8. *Пушкина Н. И., Хохлов Р. В.* О вынужденном звуковом рассеянии на вихревых волнах. Акуст. ж., 1971, *17*, 1, 167–169.
9. *Руденко О. В., Солуян С. И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М., «Наука», 1975.
10. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехтеориздат, 1954, 142.
11. *Цытович В. Н.* Нелинейные эффекты в плазме. М., «Мир», 1967, 265.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила
20 декабря 1978 г.