Зависимость спектральной интенсивности такой волны от расстояния легко найти в аналитическом виде:

$$(8)\qquad |S(\omega;x)|^2=\begin{cases}\dfrac{(1-x)^{-1}x^{-1}}{2\pi^2\omega^4}\left\{\dfrac{x^2-x+1}{x(1-x)}-\dfrac{\cos[\omega(1-x)]}{(1-x)}-\dfrac{\cos(\omega x)}{x}+\cos\omega\right\},\\[2ex] \dfrac{1}{4\pi^2\omega^4x^2}\{2+x\omega^2-2\cos(\omega\sqrt{x})-2\omega\sqrt{x}\sin(\omega\sqrt{x})\}.\end{cases}$$

На фигуре приведены графические зависимости (кривые *3* и *4*), рассчитанные по формуле (8), для тех же безразмерных частот $\omega=1$ и 10. Из сравнения приведенных кривых видны существенные отличия в поведении соответственных компонент спектра отраженной волны при взрыве источника вблизи поверхности и на большой глубине. Так, в последнем случае менее выражено возрастание низкочастотных компонент, но более четко выражены максимумы интенсивности для высокочастотных компонент при образовании разрыва в отраженной волне.

Обсудим кратко основные результаты. При отражении взрывной волны от водной поверхности происходит перераспределение энергии. После отражения интенсивность низкочастотных компонент увеличивается, а высокочастотных – уменьшается. Этот результат, по-видимому, должен учитываться при расчете волноводного распространения семейства лучей, испытывающих поверхностные отражения. Заметим, что аналогичные процессы наблюдались при экспериментальных исследованиях волны, отраженной от водной поверхности [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Островский Л. А., Пелиновский Е. Н., Фридман В. Е.* Распространение взрывных импульсов в приповерхностных слоях океана. Акуст. ж., 1979, *25*, 1, 103–107.
2. *Островский Л. А., Пелиновский Е. Н., Фридман В. Е.* Распространение акустических волн конечной амплитуды в неоднородной среде при наличии каустик. Акуст. ж., 1976, *22*, 6, 914–921.
3. *Петухов Ю. В., Фридман В. Е.* Трансформация спектра при распространении гидроакустического импульса конечной амплитуды. Тр. VII Всес. симп. по дифракции и распространению волн, т. 2. М., «Наука», 1977, 283–286.
4. *Hanna J. S., Parkins B. E.* Some considerations in choosing an explosive source and processing filter for the measurements of transmission loss. J. Acoust. Soc. America, 1974, *56*, 2, 378–386.

Научно-исследовательский радиофизический институт, Горький

Поступила 11 марта 1979 г.

УДК 620.179.16

ДИФРАКЦИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН НА МЯГКОМ ДИСКЕ

Б. А. Касаткин

При использовании нормальных волн в ультразвуковой дефектоскопии возникают специфические трудности выбора подходящего типа нормальной волны и рабочей частоты, обеспечивающих наилучшую выявляемость дефектов. Объясняется это тем, что нормальные волны имеют явно выраженную структуру распределения поля по сечению волновода, а следовательно, чувствительны к типу дефекта и его расположению. Анализ подобной зависимости для дефектов типа расслоения, расположенного вдоль волновода, дан, например, в работах [1, 2].

Представляет интерес также оценка отражающих свойств дефекта типа дисковой полости, ориентированной перпендикулярно направлению распространения волны. Такой отражатель может служить математической моделью эталонного отражателя или естественных дефектов близкой конфигурации. Дифракционную задачу мы сформулируем следующим образом.

Пусть для некоторого волновода, заданного геометрией поперечного сечения S, известна полная совокупность нормальных волн, распространяющихся вдоль оси z,

$$u_n(x,\ y,\ z)=u_n(x,\ y)\,e^{ik_nz},$$

где u_n – вектор смещения, причем из решения соответственной дисперсионной задачи предполагаются известными спектр волновых чисел k_n и структура нормальных волн, описываемая вектор-функцией $u_n(x,\ y)$ (n – порядковый номер нормаль-

ной волны). Будем полагать, что отражатель располагается в сечении $z=0$ волновода, а из области $z>0$ на него падает нормальная волна индекса p

$$u_{\text{пад}}=u_p^+(x, y)\exp(ik_pz), \quad k_p>0.$$

Дифрагированное поле в областях $z>0$, $z<0$ можно представить следующими разложениями:

$$U_{\text{отр}}=\sum_n a_nu_n^-(x, y)\exp(-ik_nz),$$

$$U_{\text{пр}}=\sum_n b_nu_n^+(x, y)\exp(ik_nz),$$

$$\operatorname{Im} k_n\leqslant 0, \quad \frac{dk_n}{d\omega}\geqslant 0 \quad (\operatorname{Im} k_n=0),$$

где ω – круговая частота, u_n^+, u_n^- – вектор-функции, соответствующие корням $\pm k_n$ дисперсионного уравнения.

Пусть далее отражатель является бесконечно тонким, а его поверхность S_1 свободна от напряжений. Вводя шестимерный вектор W с компонентами $W_1=u_x$, $W_2=u_y$, $W_3=u_z$, $W_4=\sigma_{xz}$, $W_5=\sigma_{yz}$, $W_6=\sigma_{zz}$ напишем граничные условия в виде

$$z=+0$$

$$(1)\qquad W_p^+ + \sum_n a_nW_n^- = \begin{pmatrix} u_p^+ + \sum\limits_n a_nu_n^- \\ \sigma_p^+ + \sum\limits_n a_n\sigma_n^- \end{pmatrix} = \begin{cases} \sum\limits_n b_nW_n^+, & M\in S_2, \\ \begin{pmatrix} u_p^+ + \sum\limits_n a_nu_n^- \\ 0 \end{pmatrix} & M\in S_1, \end{cases}$$

$$z=-0$$

$$(2)\qquad \sum_n b_nW_n^+ = \begin{pmatrix} \sum\limits_n b_nu_n^+ \\ \sum\limits_n b_n\sigma_n^+ \end{pmatrix} = \begin{cases} W_p^+ + \sum\limits_n a_nW_n^-, & M\in S_2, \\ \begin{pmatrix} \sum\limits_n b_nu_n^+ \\ 0 \end{pmatrix}, & M\in S_1, \end{cases}$$

где M – произвольная точка сечения $S=S_1\cup S_2$, $\sigma(\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz})$ – вектор напряжений, действующих в поперечном сечении волновода. Условия (1), (2) означают непрерывность поля в сечении S_2 волновода, не занятом отражателем, и обращение в нуль напряжений на мягком диске.

Решение дифракционной задачи в существенной мере опирается на соотношения обобщенной ортогональности нормальных волн твердого волновода [3], которые можно написать в виде

$$(3)\qquad (k_n-k_m)(W_n, N\hat{W}_m)=(k_n-k_m)[(\sigma_n, \hat{u}_m)-(u_n, \hat{\sigma}_m)]=0,$$

где $(x, y)=\int\limits_S\left(\sum\limits_i x_iy_i^*\right)dS$ – скалярное произведение векторов x, y, определенное в области S, y^* – величина, комплексно-сопряженная с y, N – квадратная матрица шестого ранга, у которой отличны от нуля элементы $N_{14}=N_{41}=N_{25}=N_{52}=N_{36}=N_{63}=1$, $\hat{W}_m(\hat{u}_m; -\hat{\sigma}_m)$ – вектор, сопряженный с W, причем $\hat{u}_m=u_m(k_m^*)$, $\hat{\sigma}_m=\sigma_m(k_m^*)$.

Умножая (1) скалярно на вектор $N\hat{W}_m^-$, а равенство (2) на вектор $N\hat{W}_m^+$, получаем систему уравнений

$$(4)\qquad \begin{aligned} &\sum_n a_{mn}A_n+\sum_n b_{mn}B_n=C_m, \quad n, m=1, 2, 3, \ldots \\ &\sum_n b_{mn}A_n+\sum_n a_{mn}B_n=D_m, \end{aligned}$$

где $a_{mn}=\delta_{mn}+\beta_{mn}/\alpha_m$, $b_{mn}=-\gamma_{mn}/\alpha_m$, δ_{mn} – символ Кронекера, $\alpha_m=(W_m^+, N\hat{W}_m^+)$, $\beta_{mn}=(u_n^+, \hat{\sigma}_m^+)_{S_1}$, $\gamma_{mn}=(W_n^+, N\hat{W}_m^-)_{S_1}$, $(x, y)_{S_1}$ – скалярное произведение, опреде-

ленное в области S_1,

$$C_m = \frac{1}{\alpha_m}(u_p^+, \hat{\sigma}_m^-)_{S_1}, \quad D_m = \delta_{pm} - \frac{1}{\alpha_m}(W_p^+, N\hat{W}_m^+)_{S_1}.$$

В предельном случае $S_1 \to 0$ система (4) имеет тривиальное решение $B_p=1$, $B_m=0$, $m \neq p$, $A_m=0$, которое можно использовать для построения диагонального приближения, справедливого при более общем условии $S_1/S \ll 1$. Под диагональным будем понимать приближение, в основу которого положены неравенства

(5) $$a_{mn} \ll 1, \quad m \neq n, \quad b_{mn} \ll 1.$$

С учетом условий (5) в системе (4) следует оставить диагональные члены и члены, содержащие коэффициент B_p, который в рассматриваемом случае малых отражателей является доминирующим.

Решение системы (4) в диагональном приближении имеет вид

(6) $$B_p = 1 - \frac{1}{\alpha_p}(\sigma_p^+, \hat{u}_p^+)_{S_1}, \quad B_m = -\frac{1}{\alpha_m}(\sigma_p^+, \hat{u}_m^+)_{S_1},$$

$$m \neq p,$$

$$A_m = \frac{1}{\alpha_m}(\sigma_p^+, \hat{u}_m^-)_{S_1}.$$

Мы видим, что коэффициенты A_m, B_m, $(m \neq p)$, $1-B_p$, характеризующие дифракцию, имеют порядок малого параметра $S_1/S \ll 1$, а само решение вырождается в тривиальное ($B_p=1$, $B_m=0$, $m \neq p$, $A_m=0$) в предельном случае $S_1 \to 0$. Можно отметить, что дифракция любой нормальной волны сопровождается ее трансформацией во все другие нормальные волны, разрешенные дисперсионным уравнением.

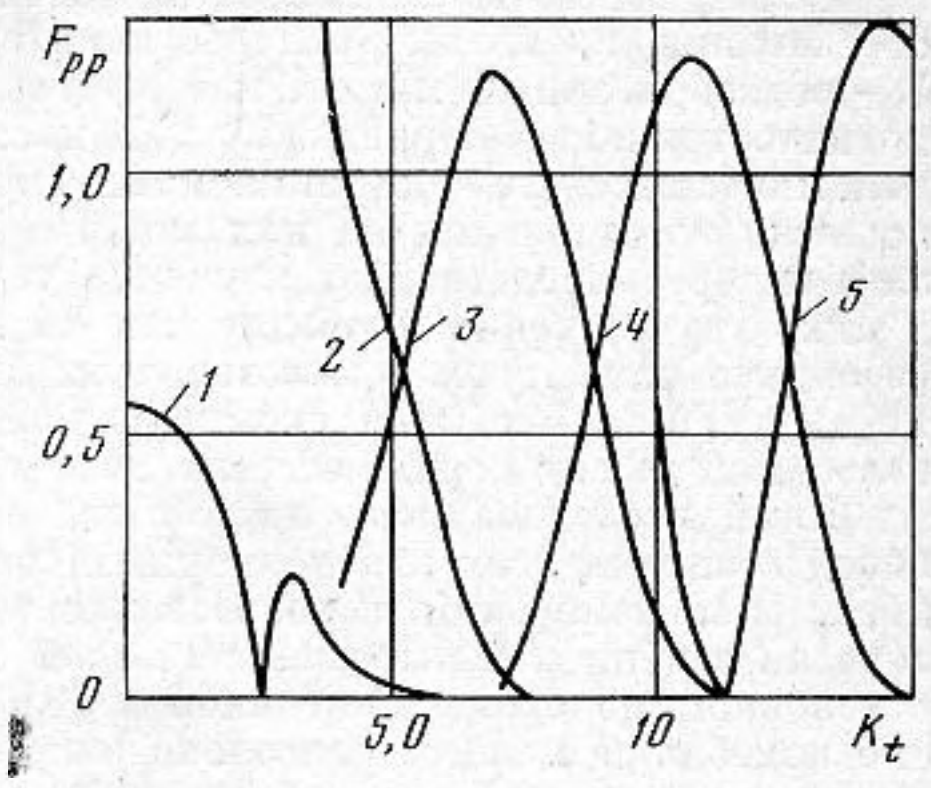
Наибольший интерес представляют обычно обратное рассеяние падающей нормальной волны и ее трансформация в другие нормальные волны. Выражения для коэффициентов отраженных нормальных волн можно упростить, если малый отражатель находится вблизи оси волновода ($x=y=0$). В этом случае можно пренебречь сдвиговыми напряжениями по сравнению с нормальными и касательными смещениями по сравнению с нормальными, а интегрирование заменить усреднением. В результате получаем формулу

(7) $$A_m = S_1 F_{mp},$$

$$F_{mp} = \frac{1}{\alpha_m}\overset{+}{\sigma}_{zz,p}(0)\,\overset{-}{u}_{z,m}(0).$$

Таким образом, амплитуда отраженной нормальной волны A_m пропорциональна площади отражателя S_1, напряжениям $\sigma_{zz,p}$, создаваемым падающей нормальной волной в зоне расположения отражателя, и некоторой функции, зависящей от типа самой отраженной волны номера «m». Каждая из функций F_{mp} является частотной характеристикой рассеяния нормальной волны индекса «p» вследствие трансформации в нормальную волну индекса «m».

Для дефектоскопии с использованием нормальных волн представляет интерес оценка собственных коэффициентов отражения и соответствующих частотных характеристик F_{pp}, которые вычисляются наиболее просто для малых отражателей, расположенных на оси волновода.



Частотные характеристики отражения ($\nu^2=0{,}3$)

Численные расчеты частотных характеристик F_{pp} по формулам (7) были выполнены для первых пяти нормальных волн стержневого волновода; результаты расчетов представлены на фигуре. В расчетах принята структура нормальных волн, данная в работе [4], значение параметра $\nu^2=c_t^2/c_L^2=0{,}3$ (c_L, c_t – скорость продольных и поперечных волн).

Зависимость характеристик F_{pp} от частотного параметра $k_t=\omega a/c_t$ (a – радиус стержневого волновода) имеет явно выраженные максимумы в окрестности частот, для которых фазовая скорость нормальных волн близка к скорости продольных волн ($c_{\varphi,p}=c_L$). Функция F_{11} не имеет такого максимума, а сама первая нормальная волна эффективно отражается на низких частотах ($k_t<1$), что вполне объяснимо, так как на высоких частотах эта волна вырождается в поверхностную.

Можно предположить, что отражение продольных нормальных волн произвольного типа (например, волн в пластинах, цилиндрах) от дисковых отражателей имеет те же характерные особенности, что и отмеченные выше.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Меркулов Л. Г., Рохлин С. И.* Дифракция волн Лэмба в пластине на полубесконечном разрезе. Дефектоскопия, 1969, № 4, 24–36.
2. *Меркулов Л. Г., Рохлин С. И.* Прохождение волн Лэмба через участок пластины с расслоением. Дефектоскопия, 1970, № 3, 13–22.
3. *Федорюк М. В.* Соотношения типа ортогональности в твердых волноводах. Акуст. ж., 1974, *20*, 2, 310–314.
4. *Касаткин Б. А.* Отражение нормальных волн от свободного торца волновода. Дефектоскопия, 1974, № 4, 131–134.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт физико-технических
и радиотехнических измерений
Хабаровский филиал
Гидрофизический центр

Поступила
11 апреля 1979 г.

УДК 539.32.67:669.64.863

ЗАВИСИМОСТЬ МОДУЛЯ УПРУГОСТИ $TbFe_2$ ОТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ДО 70 кЭ

Г. И. Катаев, В. В. Шубин

Последние годы специалисты, работающие в области электроакустического преобразования, проявляют интерес к интерметаллическим соединениям типа RFe_2, где R – редкоземельный металл или металлы, обладающим при комнатной температуре магнитострикцией порядка 10^{-3}. В частности, проводятся работы по исследованию динамических магнитострикционных характеристик этих материалов [1, 2], делаются попытки изготовления на них макетов преобразователей [3]. В связи с этим большой интерес представляет изучение упругости подобных материалов и ΔE-эффекта в них. Это изучение проводят как на мегагерцевых частотах [4, 5], так и (реже) резонансным методом в килогерцевом диапазоне: в работе [6] на материале состава $Tb_{0,3}Dy_{0,7}Fe_2$ с частично скомпенсированной анизотропией обнаружен наибольший известный до сих пор ΔE-эффект, достигающий 160%.

Нами исследовались упругостные свойства соединения $TbFe_2$, являющегося основой создания всех квазибинарных соединений типа RFe_2 с пониженной анизотропией. Для измерений использовался метод возбуждения изгибных автоколебаний образца в цепи с электромеханической обратной связью [7]. В установке, собранной в основном по схеме, описанной в [8], производится электростатическое возбуждение колебаний малого, консольно закрепленного образца. Конец образца и находящийся на расстоянии около 0,1 мм от него электрод емкостного датчика диаметром 4 мм составляют плоский конденсатор, входящий в контур генератора на частоту ~50 МГц. Вибрация образца, меняя емкость конденсатора, приводит к частотной модуляции электрических колебаний генератора, сигнал которого поступает на измеритель девиации частоты. Низкочастотная составляющая, выделенная этим прибором, через фазовращатель и усилитель подается на электрод, замыкая цепь обратной связи и поддерживая колебания образца, а ее частота f (сотни или тысячи герц) определяется с помощью электронного частотомера. Модуль Юнга образца E вычисляется по формуле [9], полученной из уравнения колебаний тонкой пластины [10]:

$$E=77{,}815\,\frac{l^4}{h^2}\,\rho(1-\sigma^2)f^2,$$

где l – длина рабочей части образца, h – его толщина, ρ – плотность, σ – коэффициент Пуассона материала образца. Изменение модуля данного образца в зависимости от поля или температуры измеряется при этом с точностью до 0,02%, абсолютная величина модуля – с точностью 2–3%. Коэффициент внутреннего трения, или обратная механическая добротность Q^{-1}, определяется с точностью 2–5% при помощи амплитудного дискриминатора (пропускающего только колебания с ампли-