АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVI 1980 Вып. 1

УДК 534.231:535.211

ЗВУКОВЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В СРЕДЕ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ДВИЖЕНИИ ТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА СО СКОРОСТЬЮ ЗВУКА

А. И. Божков, Ф. В. Бункин, Ал. А. Коломенский

В рамках линейного приближения получены выражения для давления, описывающие нестационарные возмущения в среде, создаваемые движущимся с произвольной скоростью тепловым источником. Подробно рассмотрен случай движения источника с околозвуковой скоростью. Проанализированы возмущения, возникающие как во время действия источника, так и после прекращения его действия. Показано, что линейный закон нарастания давления на траектории сменяется логарифмическим, когда пройденный источником путь начинает превосходить характерную длину дифракционной расходимости. Приведены оценки звуковых импульсов, возбуждаемых при реализации такого источника сканирующим по поверхности поглощающей среды пучком импульсного лазера.

При экспериментальном исследовании звуковых импульсов, возбуждаемых в жидкости двужущимся тепловым источником, который создается сканирующим по поверхности жидкости лазерным пучком [1], наблюдается резкое возрастание амплитуды этих импульсов, если скорость равномерного движения источника v близка к скорости звука в среде c. Направления распространения звуковых импульсов близки к направлению движения источника. Согласно данным работы [2], аналогичное явление имеет место в красителе при действии лазерного импульса, когда скорость перемещения фронта просветления близка к скорости звука.

Очевидно, что резкое увеличение амплитуды звука при $v \approx c$ является общим свойством подобных источников и его экспериментальное и теоретическое исследование представляет самостоятельный интерес.

До сих пор теоретическое рассмотрение протяженных трехмерных движущихся источников ограничивалось расчетом стационарной картины звуковых возмущений [3], что соответствует предположению о бесконечности траектории источника. При $\beta = v/c \to 1$ в рамках линейного приближения для среды без дисперсии и диссипации возникают расходимости, характер которых определяется пространственной размерностью задачи n: расходимость логарифмическая при $n=3$ [3], корневая при $n=2$ [4] и линейная при $n=1$ [5]. Поэтому корректное рассмотрение звуковых возмущений в среде при $\beta \approx 1$ требует либо учета ограниченности времени действия источника, либо учета нелинейных и диссипативных процессов. Для одномерного случая развитие возмущений при учете нелинейности среды было исследовано в работах [6–7].

Если мощность источника и его траектория не слишком велики, то создание возмущений в среде таким источником, движущимся с околозвуковой скоростью, можно рассмотреть с достаточным приближением даже без учета диссипации и нелинейных эффектов, путем решения нестационарной задачи. Этому и посвящена настоящая работа.

Пусть движение источника происходит в положительном направлении оси x. При временах включения и выключения источника, малых по сравнению с характерными временами пробега (для звука это время пробега наименьшего размера источника, а для источника — время пробега своей собственной длины), можно считать, что эти процессы происходят мгновенно, соответственно в моменты $t=0$ и $t=\tau$. При этом плотность мощности тепловых источников описывается функцией $\hat{Q}(x, y, z, t)=[\theta(t)-\theta(t-\tau)]Q(x-vt, y, z)$. Уравнение для давления имеет вид [8]

$$(1/c^2)\,\partial^2 p/\partial t^2-\Delta p=(\alpha_p/c_p)\,\partial\hat{Q}/\partial t, \tag{1}$$

где α_p — коэффициент объемного расширения, c_p — теплоемкость среды. Используя пространственно-временную функцию Грина, решение уравнения (1) в однородном пространстве при нулевых начальных условиях можно представить в виде [9]

$$p=\sum_{m=1,2} p_m+\tilde{p}, \tag{2}$$

$$p_m=(-1)^{m+1}\theta(t-t_m)\frac{\delta(t-t_m-R_m/c)}{4\pi R_m}*\frac{\alpha_p}{c_p}Q, \tag{3}$$

$$\tilde{p}=\sum_{i=1,2}\frac{\theta(R_i')\left[\theta(t-t_1-R_i'/c)-\theta(t-t_2-R_i'/c)\right]}{4\pi R'}*(-v)\frac{\alpha_p}{c_p}\frac{\partial Q}{\partial x}, \tag{4}$$

где $R_m=\{x-vt_m, y, z\}$, $m=1, 2$; $R_i'=(1-\beta^2)^{-1}[\beta x_v+(-1)^i R']$, $R'=[x_v^2+(1-\beta^2)(y^2+z^2)]^{1/2}$, $x_v=x-vt$, а свертки берутся по пространственным переменным, которые мы обозначим символами ξ, η, ζ. Отметим, что при $\beta>1$ в точку наблюдения в некоторые моменты времени, вообще говоря, могут приходить возмущения, созданные источником в двух различных его положениях на траектории, чему соответствуют два слагаемых в сумме по i. Положение источника, при котором было создано принимаемое в данный момент возмущение, отвечающее $i=1$, перемещается по траектории с течением времени в направлении, противоположном направлению движения источника со сверхзвуковой скоростью. Это возмущение соответствует аномальному доплеровскому сигналу и при $\beta<1$ отсутствует.

Исходя из формул (2) – (4), нетрудно записать точное выражение для давления в виде суммы интегралов по определенным пространственным областям при любых β для любого момента времени $t>0$. В частности, это выражение описывает [9] переходные импульсы давления p_m и $\tilde{p}_m$, распространяющиеся из конечных точек траектории, а также волну Маха, возникающую при $\beta>1$. Импульсы p_m обусловлены мгновенным возникновением (исчезновением) источника. При $R\gg h$, L_d, где h — наибольший характерный размер источника, а L_d — характерная длина дифракционной расходимости импульсов в данном направлении, волновые фронты можно считать плоскими. В таком случае справедливы формулы

$$p_m=(-1)^{m+1}\frac{\alpha_p c}{4\pi c_p R_m}\iiint\delta\left[c(t-t_m)-R_m+\frac{\xi x+\eta y+\zeta z}{R_m}\right]\times Q(\xi,\eta,\zeta)\,d\xi\,d\eta\,d\zeta. \tag{5}$$

Импульсы $\tilde{p}_m$ возбуждаются мгновенным ускорением источника. В работе [9] было установлено, что они просто связаны с импульсами p_m:

$$\tilde{p}_m=p_m\beta\cos\theta_m/(1-\beta\cos\theta_m) \tag{6а}$$

при

$$R_m\gg L_d,\ L_m/\beta;\quad L_m=\begin{cases}\beta h/(1-\beta\cos\theta_m) & \text{в случае } \beta\leqslant 1\\ \beta h/[1-\cos(\theta_m-\theta_M)] & \text{в случае } \beta\geqslant 1\end{cases}, \tag{6б}$$

где угол θ_m отсчитывается от оси x в сферической системе координат с центром в точке $\{vt_m, 0, 0\}$, R_m — расстояние от этой точки до точки наблюдения, $\theta_M=\arccos(1/\beta)$. Для импульса $\tilde{p}_1$, наблюдаемого при $t<\tau$, приведенные условия (6б) означают просто, что пройденный источником к моменту прихода импульса путь L должен быть достаточно велик (в момент прихода импульса выполняется соотношение $\beta R_1=L$). Величина L_m может интерпретироваться при $\beta\leqslant1$ как длина зоны формирования переходных импульсов с характерной частотой $\omega\sim2\pi c/h$ (см., например, [10]). При выполнении условий (6б) в тех пространственных областях, где фактор $1-\beta\cos\theta_m$ для $m=1$, 2 имеет одинаковые знаки, вклад в давление величины $\tilde{p}$ (4) равен сумме импульсов $\tilde{p}_m$. В области, где фактор $1-\beta\cos\theta_m$ при $m=1$, 2 имеет разные знаки (что возможно только при сверхзвуковом движении), помимо импульсов $\tilde{p}_m$ формируется также волна Маха. Нарушение условий (6б) означает, что переходные импульсы $\tilde{p}_m$ и волна Маха (при $\beta>1$) уже не могут рассматриваться раздельно. Если $\beta\approx1$, то описание возмущений среды формулами (6) становится неприменимым для направлений, близких к направлению движения источника. Но именно в этих направлениях возмущения, создаваемые источником в разных точках траектории, складываются в фазе и формируют наибольшие по амплитуде звуковые возмущения. Поэтому случаи, когда точка наблюдения лежит на траектории источника или в направлении его движения, представляют наибольший интерес.

Исследуем сначала нарастание давления на траектории. При $0\leqslant t\leqslant\tau$ для вклада $\tilde{p}$ получаем из формулы (4) следующее выражение:

(7)
$$\tilde{p}=\frac{(-v)\alpha_p}{8\pi c_p}\left\{2\varepsilon\int_0^{s_1}ds\int_{\xi_0}^{\xi_1}d\xi+\int_0^{s_2}ds\int_{\xi_1}^{\xi_2}d\xi\right\}\times$$
$$\times\frac{1}{[(\xi-x_v)^2-\gamma^2 s]^{1/2}}\int_0^{2\pi}d\varphi\,\frac{dQ}{d\xi}(\xi,y-\sqrt{s}\cos\varphi,z-\sqrt{s}\sin\varphi),$$

где $\varepsilon=0$ при $\beta\leqslant1$ и $\varepsilon=1$ при $\beta>1$, $s_1=(\gamma\Upsilon_1/\beta)^2$, $s_2=\Upsilon_1^2$, $\xi_0=x_v+\gamma\sqrt{s}$, $\xi_1=x-(\Upsilon_1^2-s)^{1/2}$, $\xi_2=x+(\Upsilon_1^2-s)^{1/2}$, $\Upsilon_1=ct$, $\gamma=(\beta^2-1)^{1/2}$ и введены новые переменные s, φ согласно формулам $y-\eta=\sqrt{s}\cos\varphi$, $z-\zeta=\sqrt{s}\sin\varphi$, а интегралы в фигурных скобках берутся от выражения, стоящего справа. Заметим, что координаты x_v, y, z соответствуют описанию в собственной системе отсчета источника. Будем дальше предполагать, что функция Q достаточно быстро убывает с увеличением своих аргументов и плавно меняется по оси x с характерным масштабом l. Характерный размер ее убывания в поперечном направлении равен d. Считаем также, что длина пройденного пути $L=vt$ много больше характерных размеров источника и удаления точки наблюдения от оси x. Тогда при выполнении условий

(8) $$L\sqrt{|1-\beta|}\ll d,\quad L|1-\beta|\ll l$$

первый интеграл в выражении (7), который появляется при $\beta>1$, оказывается малым по сравнению со вторым. Первое из условий (8) позволяет пренебречь величиной γ^2 в знаменателе подынтегрального выражения. В полученном таким образом интеграле параметр β вообще отсутствует. Следовательно, если выполнены условия (8), то некоторая отстройка скорости движения источника от скорости звука практически не влияет на звуковые возмущения в среде и, значит, условия (8) могут рассматриваться в качестве критерия близости скорости источника к скорости звука. Эти условия означают, что расплывание звуковых возмущений, связанное с отличием v от c, должно быть мало на пройденном пути по сравнению с соответствующими размерами источника. В таком случае мы будем считать $\beta\approx1$.

Предположим, что $L\gg d$, l, r, где $r=(y^2+z^2)^{1/2}$. Тогда можно заменить сферическую границу области интегрирования в (7) параболической, записав $\xi_1=x-\Upsilon_1+s/2\Upsilon_1$, и положить пределы интегрирования s_2, ξ_2 равными ∞. Наличие членов порядка s/Υ_1 означает учет кривизны волновых фронтов и расходимости звуковых волн при их распространении в пределах области, занимаемой источником. При выполнении перечисленных условий и введении безразмерных переменных $\chi=(\xi-x_v)/l$, $\sigma=s/d^2$, мы приходим к выражению

$$\tilde{p}=\frac{(-c)\alpha_p d^2}{8\pi c_p l}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^{\infty}d\sigma\int\limits_{D\sigma}^{\infty}\frac{d\chi}{\chi}\frac{\partial Q}{\partial\chi}(x_c+l\chi,\,y-d\sqrt{\sigma}\cos\varphi,\,z-d\sqrt{\sigma}\sin\varphi), \tag{9}$$

где $x_c=x-ct$, $D=d^2/2lL$.

Рассмотрим ситуацию, когда дифракционная расходимость сказывается еще слабо ($D\gg1$), что возможно при сделанных предположениях для источника с большим отношением поперечного размера к продольному. Изменим в (9) порядок интегрирования по σ и χ. Учитывая, что основной вклад в интеграл вносит область значений $\chi\leqslant1$, в силу условия $D\gg1$ можно положить в подынтегральном выражении $\sigma=0$. Тогда легко берутся интегралы по χ и по φ. В результате получаем

$$\tilde{p}=\frac{c\alpha_p}{2c_p}LQ(x_c,y,z). \tag{10}$$

Выражение (10) совпадает для каждой точки $y=y_0$, $z=z_0$ с выражением, которое описывает случай с одномерным распределением движущихся источников $Q(x_c,\,y_0,\,z_0)$. Таким образом, при малых L имеет место одномерное распространение звуковой волны, и форма звукового импульса повторяет при этом в точке наблюдения форму зависимости $Q(x_c)$, а амплитуда пропорциональна пройденному источником расстоянию.

Пусть теперь выполняется обратное неравенство: $D\ll1$. Считая выполненными условия (8) и $r^2\ll2lL$, возьмем интеграл в (9) по переменной χ по частям. Возвращаясь к переменным η и ζ и используя условие $D\ll1$, находим

$$\tilde{p}=\frac{(-c)\alpha_p}{4\pi c_p}\Biggl\{\ln\left(\frac{1}{D}\right)\iint\limits_{-\infty}^{\infty}d\eta\,d\zeta\,\frac{\partial Q}{\partial x_c}(x_c,\eta,\zeta)-$$
$$-\iint\limits_{-\infty}^{\infty}d\eta\,d\zeta\left[\frac{\partial Q}{\partial x_c}(x_c,\eta,\zeta)\ln\frac{(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}{d^2}-\right.$$
$$\left.-l\frac{\partial^2}{\partial x_c^{\,2}}\int\limits_0^{\infty}d\chi Q(x_c+l\chi,\eta,\zeta)\ln\chi\right]. \tag{11}$$

Из формулы (11) следует, что в том случае, когда пройденный путь значительно превосходит характерную длину дифракционного расплывания звуковых возмущений $L_d=d^2/2lL$, давление логарифмически нарастает с увеличением пройденного пути в области, перемещающейся вместе с действующим источником. Переход от линейного закона (10) к логарифмическому означает, что за счет дифракции происходит своеобразное «насыщение» амплитуды звуковых возмущений. Слагаемое, пропорциональное $\ln 1/D$, соответствует наложению сферически расходящихся звуковых волн. Остальные члены описывают стационарные возмущения среды, которые формируются в основном ближним полем источника и переносятся вместе с ним.

Рассмотрим теперь звуковые импульсы, распространяющиеся в направлениях, близких к направлению движения источника, после того, как он перестал действовать, т. е. при $t>\tau$. При этом будем считать, что звуковые возмущения ушли достаточно далеко от траектории и что длина траектории $L=v\tau$ достаточно велика: Υ_2, $L\gg l$, d, r, где $\Upsilon_2=c(t-\tau)$.

Для таких условий из формулы (4) находим:

$$\tilde{p} = \frac{(-c)\,\alpha_p d^2}{8\pi c_p l} \int_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \int_0^{\infty} d\sigma\, \operatorname{sign}(\sigma-\sigma_0) \int_{\chi_1}^{\chi_2} d\chi + \right. \tag{12}$$

$$\left. +2\varepsilon \left(\int_{\sigma_2}^{\sigma_0} d\sigma \int_{\chi_0}^{\chi_2} d\chi + \int_{\sigma_0}^{\sigma_1} d\sigma \int_{\chi_0}^{\chi_1} d\chi \right) \right\} \times$$

$$\times \frac{\dfrac{\partial Q}{\partial \chi}(x_v + l\chi,\, y - d\sqrt{\sigma}\cos\varphi,\, z - d\sqrt{\sigma}\sin\varphi)}{(\chi^2-\gamma^2 d^2\sigma/l^2)^{1/2}},$$

где

$$\chi_{1,2} = \frac{d^2\sigma}{2l\Upsilon_{1,2}} + \frac{(\beta-1)\,\Upsilon_{1,2}}{l}, \quad \sigma_0 = \frac{2(\beta-1)\,\Upsilon_1\Upsilon_2}{d^2},$$

$$\sigma_{1,2} = \left(\frac{\gamma\Upsilon_{1,2}}{\beta d}\right)^2, \quad \chi_0 = \frac{\gamma\, d\sqrt{\sigma}}{l},$$

а ε принимает те же значения, что и в формуле (7).

Потребуем дополнительно, чтобы рассогласование звуковых возмущений, идущих из различных точек траектории, было незначительным, а также чтобы разности радиусов кривизны их волновых фронтов были достаточно малы, т. е. чтобы

$$L|1-\beta|/l \ll 1, \quad (d^2+r^2)L/2l\Upsilon_1\Upsilon_2 \ll 1. \tag{13}$$

Тогда в интеграле по χ разность пределов интегрирования окажется малой по сравнению с 1 и функцию $\partial Q/\partial\chi$ можно вынести за знак интеграла, взяв ее при $\chi=\chi_2$. Вычисляя интеграл по χ и возвращаясь к переменным η и ζ, можно получить формулу, описывающую в точке наблюдения давление в те моменты, когда оно относительно велико:

$$\tilde{p} = \frac{(-c)\,\alpha_p}{4\pi c_p} \ln\left(\frac{R+L}{R}\right) \times \tag{14}$$

$$\times \frac{\partial}{\partial x_c} \iint_{-\infty}^{\infty} d\eta\, d\zeta\, Q\left(x_c + \frac{(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}{2R}, \eta, \zeta\right),$$

где R — расстояние от точки наблюдения до точки $\{L, 0, 0\}$. Если $rd/2lR$, $d^2/2lR \ll 1$, то, учитывая члены нулевого и первого порядка в разложении подынтегральной функции по этим малым параметрам, получим

$$\tilde{p} = \frac{(-c)\,\alpha_p}{4\pi c_p} \ln\left(\frac{R+L}{R}\right) \iint_{-\infty}^{\infty} d\eta\, d\zeta \left[\frac{\partial Q}{\partial R_c}(R_c, \eta, \zeta) - \right. \tag{15}$$

$$\left. - \frac{\eta(y-\eta/2)+\zeta(z-\zeta/2)}{R} \frac{\partial^2 Q}{\partial R_c^2}(R_c, \eta, \zeta) \right],$$

где $R_c = R - ct$. В случае теплового источника $\hat{Q}'(z)$, создаваемого в полупространстве $z>0$ поглощающей жидкости сканирующим по свободной поверхности $z=0$ лазерным пучком (наличие свободной границы эквивалентного введению распределения источников $\hat{Q} = \operatorname{sign} z \hat{Q}'(|z|)$), первый интеграл в (15) обращается в нуль и звуковой импульс определяется вторым интегралом.

На больших расстояниях точки наблюдения от траектории, т. е. при $R \gg L$, можно положить $\ln(1+L/R)=L/R$ и $\theta_{1,2}=\theta$. Тогда выражение (15) совпадает с тем, которое следует из формулы $\tilde{p}=\sum_{m=1,2}\tilde{p}_m$, а также (3) и (6а), если раскрыть неопределенность при $\beta\to 1$, $\theta\to 0$, учитывая временной сдвиг $\Delta t=L(1-\beta\cos\theta)/v$ между импульсами $\tilde{p}_2$ и $\tilde{p}_1$. Угол расходимости у звукового импульса, определяемого формулой (15), при $L\ll L_d$ такой же, как и у импульсов p_m (см. (3)), а при $L\gg L_d$ он определяется требованием, чтобы возмущения, идущие из конечных точек траектории, складывались с малым рассогласованием, т. е. чтобы выполнялось соотношение $L(1-\beta\cos\theta)\leqslant l$. Таким образом, при $R\gg L$ и $L\gg L_d$ амплитуда звукового импульса $\tilde{p}$ пропорциональна длине траектории, причем импульс сферически расходится в телесный угол $\Delta O\leqslant l/L$.

Оценку импульса $\tilde{p}$ проведем для случая сканирующего по поверхности жидкости гауссова лазерного пучка, когда

$$Q'(z>0)=A\mu I[\theta(t)-\theta(t-\tau)]\exp[-\mu z-(x_c^2+y^2)/a^2],$$

где A — френелевский коэффициент пропускания, μ — коэффициент поглощения, I — максимальная интенсивность пучка, a — его радиус, τ — длительность лазерного импульса. Из формулы (15) при $[\max(a,\mu^{-1})]^2/a\ll L\ll R$ и $\theta\leqslant(a/L)^{1/2}$ получаем выражение

$$\tilde{p}=\frac{Ac\alpha_p I}{\sqrt{\pi}\,c_p}\frac{L}{R}f\left(\frac{R_c}{a}\right),$$

где $f(u)=(2u^2-1)\exp(-u^2)\sin\theta/\mu a$ для свободной граничной поверхности и $f(u)=u\exp(-u^2)$ для жесткой граничной поверхности. Для воды, используя значения $A=1$, $c=1{,}5\cdot10^5$ см/с, $c_p=4{,}2\cdot10^7$ эрг/г·град, $\alpha_p=3\cdot10^{-4}$ град$^{-1}$ и полагая $\mu=0{,}5$ см$^{-1}$, $a=0{,}5$ см, $R=400$ см, длительность лазерного импульса $\tau=3\cdot10^{-4}$ с и энергию импульса $E=1$ Дж, получаем в случае свободной граничной поверхности в максимуме амплитуды, который достигается в направлении $\theta\sim(a/L)^{1/2}\sim0{,}1$ рад при $R_c=0$, значение $\tilde{p}\sim-10^3$ дн/см^2. В случае жесткой граничной поверхности максимумы амплитуды имеют место в направлении $\theta=0$, если $R_c=\pm a/\sqrt{2}$, при этом $|\tilde{p}|\approx1{,}3\cdot10^3$ дн/см^2.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бункин Ф. В., Маляровский А. И., Михалевич В. Г., Шипуло Г. П.* Экспериментальное исследование движущейся оптико-акустической антенны. Квантовая электроника, 1978, *5*, 2, 457–459.
2. *Bushanam G. S., Barnes F. S.* Laser-generated thermoelastic shock wave in liquids. J. Appl. Phys., 1975, *46*, 5, 2074–2082.
3. *Луговой В. Н., Стрельцов В. Н.* Звуковые возмущения в среде при движении светового фокуса. Ж. эксперим. и теор. физ., 1973, *65*, 4, 1407–1415.
4. *Белоконь В. А., Руденко О. В., Хохлов Р. В.* Аэродинамические явления при сверхзвуковом обтекании лазерного луча. Акуст. ж., 1977, *23*, 4, 632–634.
5. *Божков А. И., Бункин Ф. В., Коломенский Ал. А.* Доплеровский термооптический источник ультразвука. Акуст. ж., 1979, *25*, 5, 786–788.
6. *Карабутов А. А.* О нелинейном ограничении эффективности оптико-акустической антенны. Письма в ЖТФ, 1979, *5*, 7, 429–431.
7. *Карабутов А. А., Руденко О. В.* Нелинейные плоские волны, возбуждаемые объемными источниками в движущейся с трансзвуковой скоростью среде. Акуст. ж., 1979, *25*, 4, 536–542.
8. *Бункин Ф. В., Комиссаров В. М.* Оптическое возбуждение звуковых волн. Акуст. ж., 1973, *19*, 3, 305–320.
9. *Коломенский Ал. А.* Излучение звука оптико-акустическим источником, движущимся по конечной траектории. Акуст. ж., 1979, *25*, 4, 547–555.
10. *Гинзбург В. Л., Цытович В. Н.* Некоторые вопросы теории переходного излучения и переходного рассеяния. УФН, 1978, *126*, 4, 553–608.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступила
22 июня 1979 г.