

УДК 534.26

**ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА ЦИЛИНДРОМ, ОХВАЧЕННЫМ
НЕЗАМКНУТЫМ КОЛЬЦЕВЫМ СЛОЕМ**

И. В. Вовк

Методом частичных областей решена задача об излучении звука цилиндром, охваченным незамкнутым кольцевым слоем материала конечной прозрачности. Приведены количественные данные, характеризующие влияние геометрических и физических параметров слоя на диаграмму направленности такого излучателя и его импеданс излучения.

В современной акустике при исследовании процессов распространения звуковых волн широкое применение нашли цилиндрические излучатели. Одним из практических способов, позволяющих создавать направленное излучение звука такими источниками, является звукоизоляция части их боковой поверхности незамкнутым кольцевым слоем материала с низкой звукопрозрачностью [1]. Предложен метод [2], позволяющий оценивать звуковые поля, создаваемые такими излучателями; в работе [3] приведены количественные данные, характеризующие их направленные свойства. В основу указанных работ положено предположение об абсолютной непрозрачности слоя материала.

Однако заведомо ясно, что у реальных материалов всегда существует некоторая прозрачность, степень которой зависит в первую очередь от волновой толщины слоя и его волнового сопротивления [4]. Поэтому звуковые поля, рассчитанные по формулам [2, 3], могут отличаться от таковых, создаваемых цилиндрами со слоями из реальных материалов.

Настоящая работа посвящена исследованию поля излучения цилиндра, охваченного незамкнутым кольцевым слоем материала конечной звукопрозрачности.

На фиг. 1 изображено сечение цилиндрического излучателя плоскостью, нормальной к его продольной оси. Будем полагать, что на поверхности $r=r_0$ задано некоторое распределение колебательной скорости

$$(1) \quad V=V_0 f(\varphi),$$

а в слое отсутствуют сдвиговые деформации, и он характеризуется волновым сопротивлением $\rho_1 c_1$, которое меньше волнового сопротивления окружающей среды ρc . Так же как и в работе [2], будем считать, что со стороны окружающей среды торцы слоя акустически мягкие:

$$(2) \quad \Phi=0; \quad |\varphi|=\varphi_0; \quad r_1 \leq r \leq r_2.$$

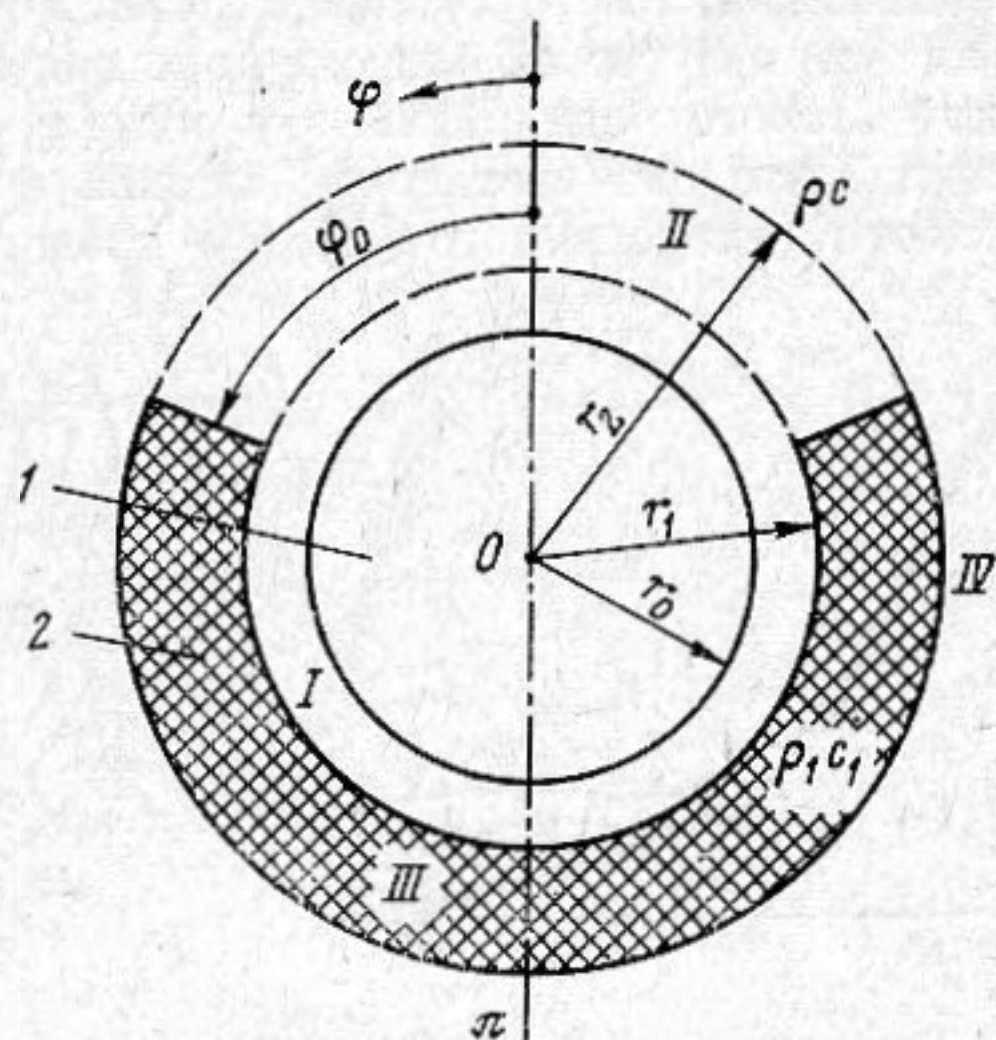
Изнутри слоя эти торцы будем полагать акустически жесткими:

$$(3) \quad -\partial\Phi/\partial r=0; \quad |\varphi|=\varphi_0; \quad r_1 \leq r \leq r_2.$$

Условия (2) и (3) идеализированы и могут лишь приближенно отражать реальную физическую картину на торцах слоя (приближение будет тем лучше, чем меньше $\rho_1 c_1/\rho c$), однако они позволяют существенно упростить получение искомых количественных данных.

Поставленную задачу будем решать по методу [2], для чего всю область существования поля разобьем на четыре частичные области: I область $r_0 \leq r \leq r_1$, $|\varphi| \leq \pi$; II область $r_1 \leq r \leq r_2$, $|\varphi| \leq \varphi_0$; III область $r_1 \leq r \leq r_2$, $\varphi_0 \leq |\varphi| \leq \pi$; IV область $r \geq r_2$, $|\varphi| \leq \pi$. Сравнивая с [2], можно заметить, что в нашем случае количество частичных областей увеличилось. Это следствие того, что мы допустили существование поля в материале слоя и

Фиг. 1. Цилиндрический излучатель 1, охваченный незамкнутым кольцевым слоем 2



предположили наличие зазора между слоем и цилиндром (см. фиг. 1). Принимая для простоты $f(\varphi) = f(-\varphi)$ и учитывая (2) и (3), представим потенциалы скоростей в частичных областях в следующей форме:

$$\begin{aligned}
 \Phi_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} [A_n I_n(kr) + B_n N_n(kr)] \cos n\varphi; \\
 (4) \quad \Phi_2 &= \sum_{q=0}^{\infty} [C_q I_{m_q}(kr) + D_q N_{m_q}(kr)] \cos m_q \varphi; \\
 \Phi_3 &= \sum_{p=0}^{\infty} [E_p I_{m_p}(k_1 r) + F_p N_{m_p}(k_1 r)] \cos m_p (\pi - \varphi); \\
 \Phi_4 &= \sum_{n=0}^{\infty} G_n H_n^{(2)}(kr) \cos n\varphi,
 \end{aligned}$$

где $k = 2\pi/\lambda$; $k_1 = 2\pi/\lambda_1$; $\lambda = c/f$; $\lambda_1 = c_1/f$; $m_q = (2q+1)\pi/2\varphi_0$; $m_p = p\pi/(\pi - \varphi_0)$; f — частота; остальные обозначения здесь те же, что и в работе [2].

Комплексные коэффициенты в (4) должны быть определены из следующей системы функциональных уравнений, объединяющих условия непрерывности поля на границах раздела частичных областей и граничное условие (1):

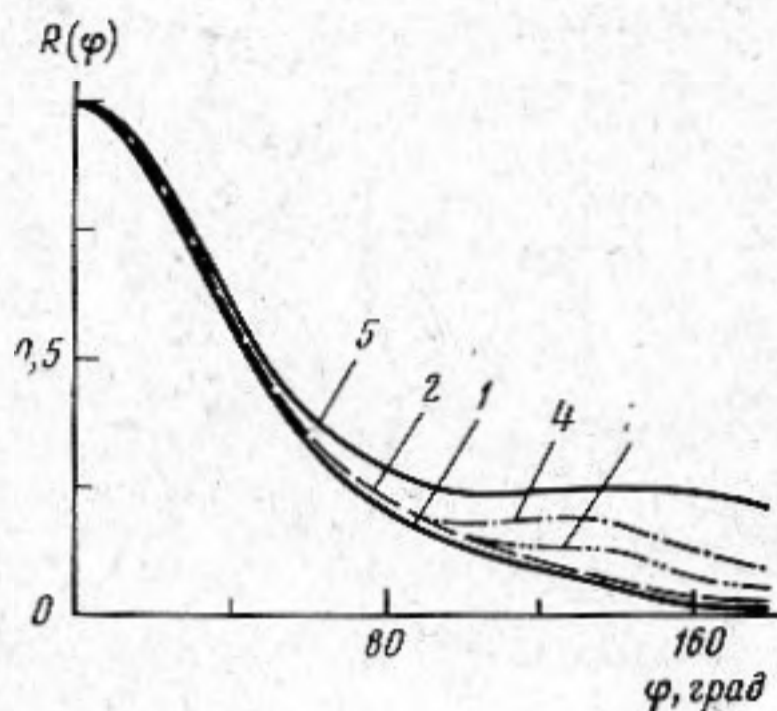
$$\begin{aligned}
 -k \partial \Phi_1 / \partial (kr) &= V_0 f(\varphi); \quad 0 \leq |\varphi| \leq \pi; \quad r = r_0; \\
 \rho \Phi_1 &= \begin{cases} \rho \Phi_2; & |\varphi| \leq \varphi_0; \\ \rho_1 \Phi_3; & \varphi_0 \leq |\varphi| \leq \pi; \end{cases} \quad r = r_1; \\
 \partial \Phi_1 / \partial (kr) &= \partial \Phi_2 / \partial (kr); \quad |\varphi| \leq \varphi_0; \quad r = r_1; \\
 (5) \quad k \partial \Phi_1 / \partial (kr) &= k_1 \partial \Phi_3 / \partial (k_1 r); \quad \varphi_0 \leq |\varphi| \leq \pi; \quad r = r_1;
 \end{aligned}$$

$$\rho\Phi_4 = \begin{cases} \rho\Phi_2; & |\varphi| \leq \varphi_0; \\ \rho_1\Phi_3; & \varphi_0 \leq |\varphi| \leq \pi; \end{cases} \quad r=r_2;$$

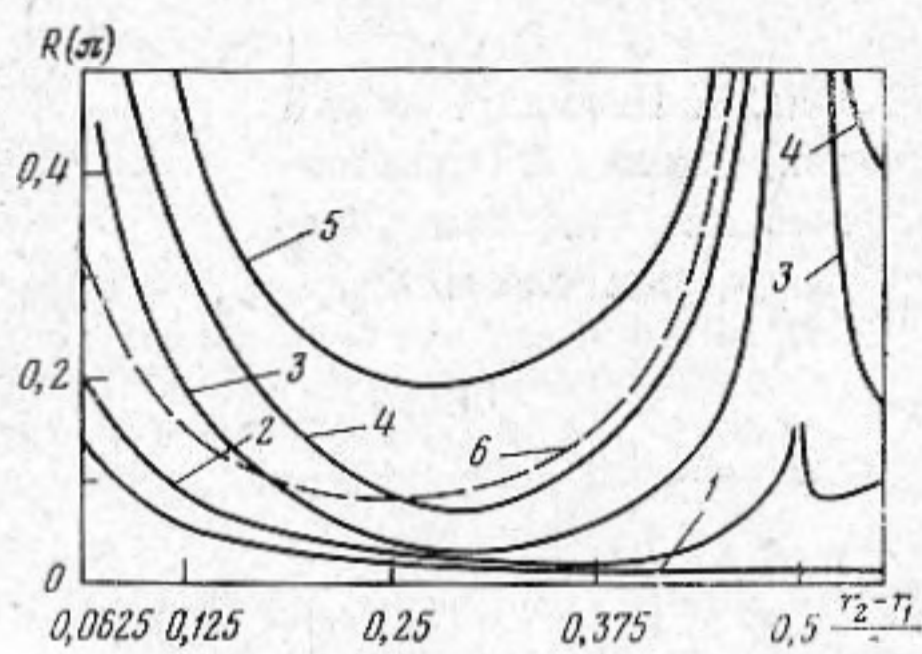
$$\frac{\partial\Phi_2}{\partial(kr)} = \frac{\partial\Phi_4}{\partial(kr)}; \quad |\varphi| \leq \varphi_0; \quad r=r_2;$$

$$k_1\frac{\partial\Phi_3}{\partial(k_1r)} = k\frac{\partial\Phi_4}{\partial(kr)}; \quad \varphi_0 \leq |\varphi| \leq \pi; \quad r=r_2.$$

Алгебраизация системы (5), выполненная аналогично [2], позволяет получить эквивалентную ей бесконечную систему линейных алгебраических уравнений второго рода. Ниже эту систему мы приводить не будем. Отметим лишь, что она достаточно сложна и проведение исследования ее регулярности (аналогичного [2]) не представляется возможным. Тем не



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг. 2. Диаграмма направленности при $2r_0/\lambda=0,7$; $r_1/r_0=1,01$; $(r_2-r_1)/\lambda_1=0,25$; 1 — расчет по методу [2]; 2–5 — для $\rho_1c_1/\rho c=2,8 \cdot 10^{-4}$; $6,6 \cdot 10^{-2}$; $1,45 \cdot 10^{-1}$; $0,3$

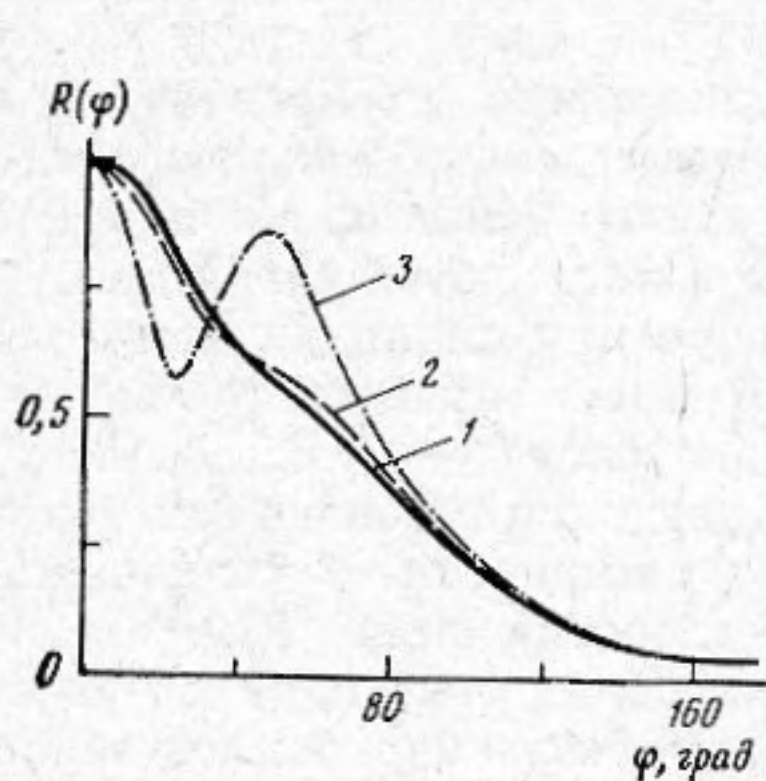
Фиг. 3. Зависимость тыльного уровня излучения от волновой толщины слоя при $2r_0/\lambda=2,8$ $(r_2-r_1)/\lambda_1$; $r_1/r_0=1,01$; 1 — расчет по методу [2]; 2–5 — для $\rho_1c_1/\rho c=2,8 \cdot 10^{-4}$; $6,6 \cdot 10^{-2}$; $1,45 \cdot 10^{-1}$; $0,3$; 6 — расчет коэффициента прохождения звука для плоскопараллельного слоя при $\rho_1c_1/\rho c=0,3$

менее, основываясь на опыте решения задач [2, 3], есть основание считать, что оценку диаграммы направленности излучателя и его импеданца можно получить путем редукции бесконечной системы алгебраических уравнений. Ниже эту возможность подтвердим путем сравнения полученных данных с результатами расчетов по методу [2].

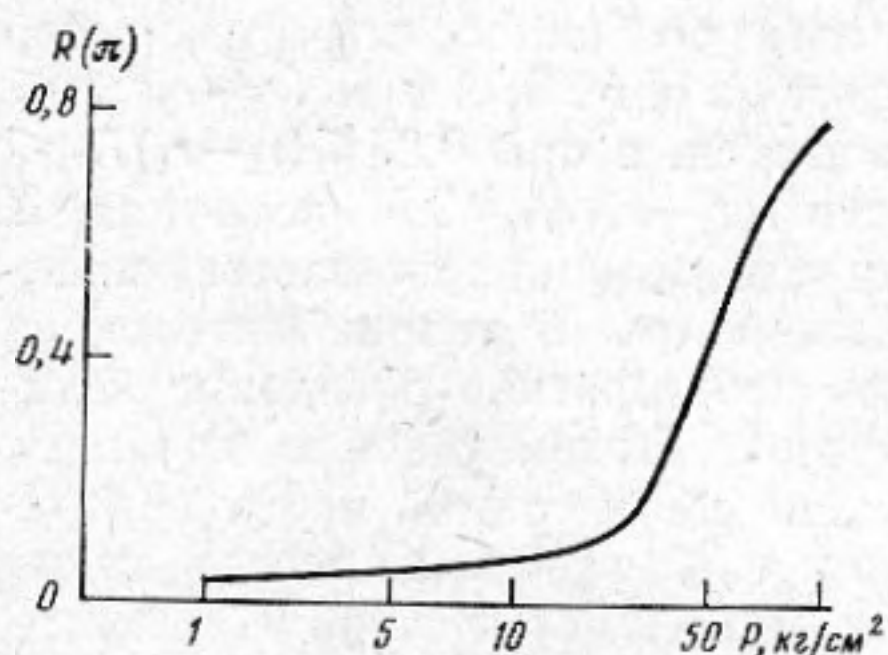
Приступим к анализу акустических свойств рассматриваемого излучателя. При этом ограничимся исследованием одного важного для практики случая, когда $f(\varphi)=\text{const}$, $\varphi_0=\pi/2$. В качестве окружающей среды примем воду с $\rho c=1,5 \cdot 10^5$ г/см²·с. Прежде всего определим влияние прозрачности слоя на направленные свойства излучателя. На фиг. 2 представлены диаграммы направленности $R(\varphi)$ излучателя с четвертьволновым слоем при различных значениях $\rho_1c_1/\rho c$. Как следует из этих данных, увеличение прозрачности слоя прежде всего сказывается на повышении тыльного уровня излучения. Если при значениях $\rho_1c_1/\rho c$ порядка 10^{-4} – 10^{-3} диаграмма направленности практически совпадает с таковой, рассчитанной для абсолютно непрозрачного слоя по [2] (ср. кривые 2 и 1 на фиг. 2), то уже при $\rho_1c_1/\rho c \approx 10^{-2}$ она заметно изменяется, и тыльное излучение возрастает почти в 2 раза.

Приведенные данные касались случая, когда звукопрозрачность слоя была близка к минимальной, поскольку $r_2-r_1=0,25\lambda_1$. Теперь логично определить, какую роль играет толщина слоя. Ответ на этот вопрос можно получить, обратившись к фиг. 3, на которой представлены зависимости тыльного уровня излучения $R(\pi)$ от волновой толщины слоя. Как видно, общий уровень величины $R(\pi)$ растет с увеличением $\rho_1c_1/\rho c$. В сторону малых значений $(r_2-r_1)/\lambda_1$ величина $R(\pi)$ возрастает за счет снижения звукоизоляции слоя и повышения уровня волны, дифрагированной на

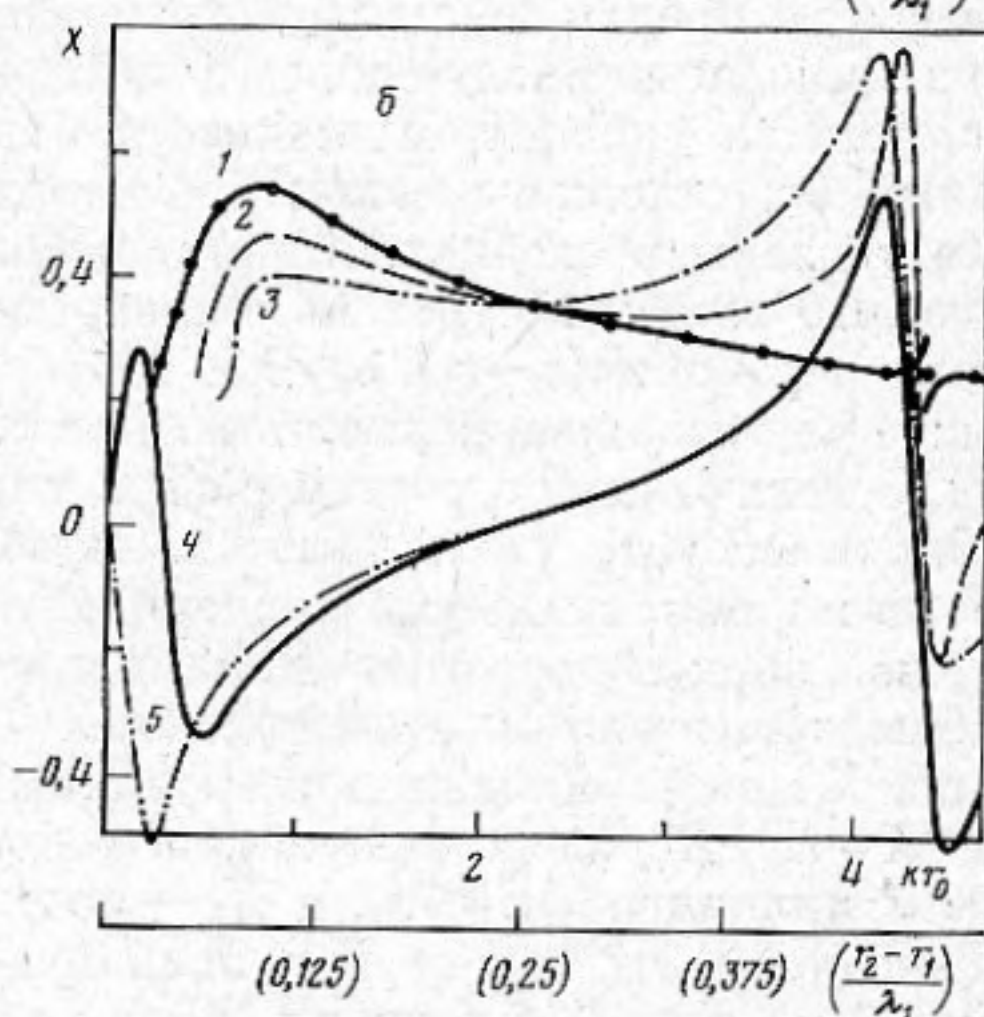
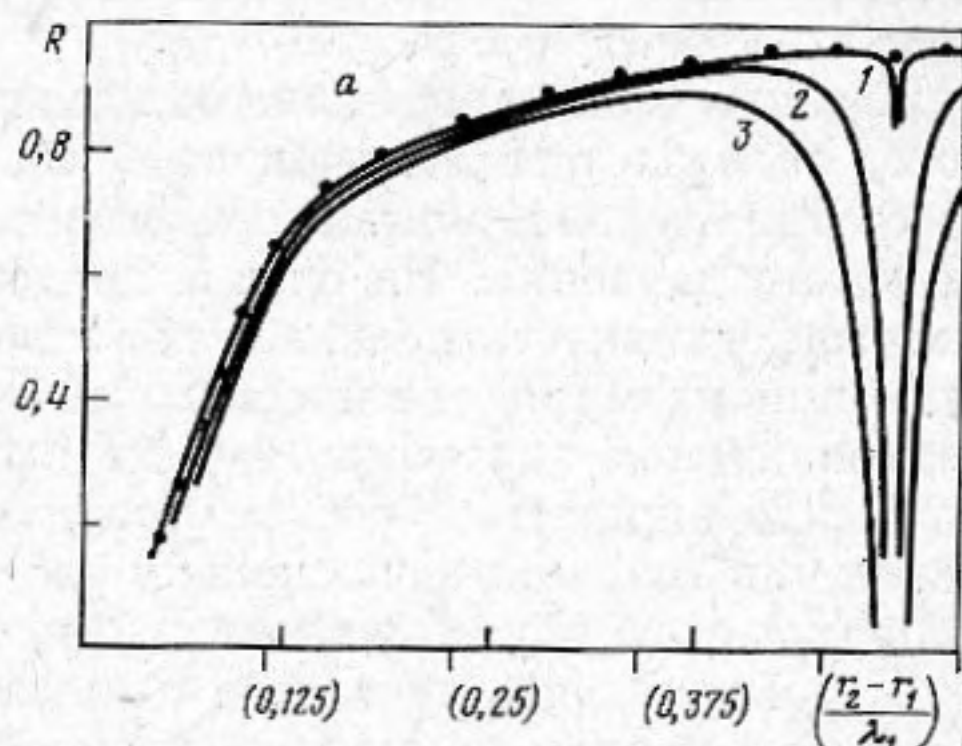
излучателе. В области $(r_2-r_1)/\lambda_1 \approx 0,25-0,35$ наблюдается минимум $R(\pi)$, поскольку здесь звукоизоляция слоя максимальна. В дальнейшем величина $R(\pi)$ растет (за счет уменьшения звукоизоляции слоя) и в области $(r_2-r_1)/\lambda_1 \approx 0,5$ достигает максимального значения, после чего снова падает. Таким образом, зависимость тыльного уровня излучения цилиндра от волновой толщины слоя аналогична известной зависимости коэффициента прохождения звука через плоскопараллельный слой [4-6]. Однако эта аналогия носит лишь качественный характер. Для иллюстрации



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

Фиг. 4. Диаграммы направленности при различных зазорах между слоем и цилиндром для $2r_0/\lambda=0,98$; $(r_2-r_1)/\lambda_1=0,357 \cdot 2r_0/\lambda$; $\rho_1 c_1/\rho c=2,8 \cdot 10^{-4}$; 1-3 - для $r_1/r_0=1,01$; 1,2; 1,5

Фиг. 5. Зависимость тыльного уровня излучения цилиндра со слоем воздуха от статического давления при $2r_0/\lambda=0,7$; $r_1/r_0=1,01$

Фиг. 6. Частотная зависимость импеданса излучения цилиндра при $(r_2-r_1)/\lambda_1=0,357 \cdot 2r_0/\lambda$; $r_1/r_0=1,01$; а - активная составляющая, б - реактивная составляющая; 1-3 - для $\rho_1 c_1/\rho c=2,8 \cdot 10^{-4}$; $6,6 \cdot 10^{-2}$; $1,45 \cdot 10^{-1}$; 4 - расчет для кольцевого замкнутого слоя; 5 - расчет для плоскопараллельного слоя; X - расчет по методу [2]

этого на фиг. 3 приведена кривая б, характеризующая коэффициент прохождения звука через плоскопараллельный слой для $\rho_1 c_1/\rho c=0,3$. Сравнивая кривые 5 и 6, легко убедиться, что звукоизоляция плоскопараллельного слоя почти в 2 раза выше, чем у незамкнутого кольцевого слоя. Причина этого заключается в том, что кольцевой слой имеет конечные размеры, а плоскопараллельный слой бесконечен. Поэтому в нашем случае значительную роль играет дифракция волн как на кольцевом слое, так и на излучателе в целом.

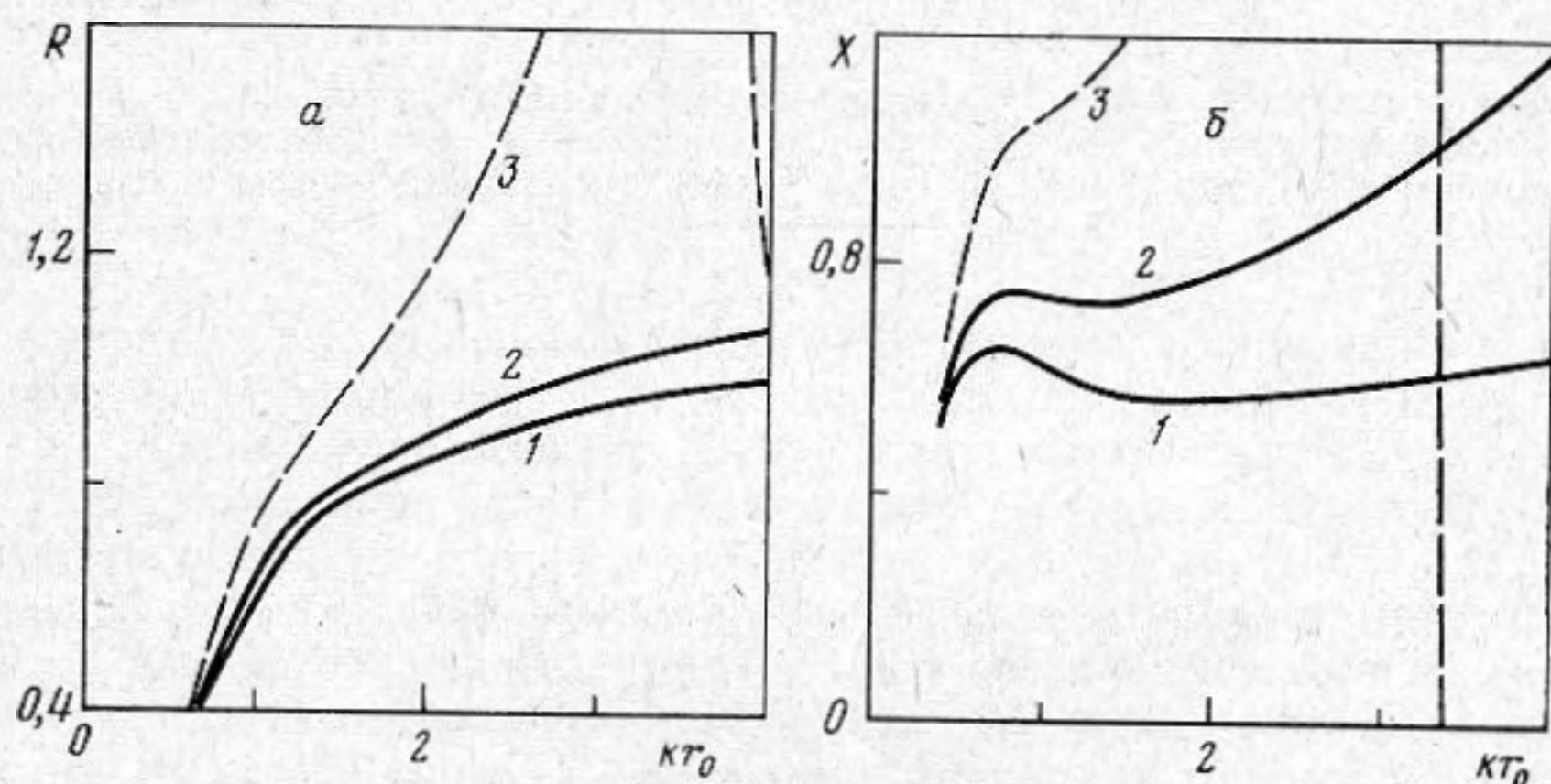
Приведенный анализ касался только случая, когда зазор между цилиндром и слоем был незначительным и составлял $0,01 r_0$. Установим теперь, как этот зазор влияет на направленные свойства излучателя. На фиг. 4 приведен ряд диаграмм направленности при различной ширине зазора. Как видно, увеличение зазора приводит к искажениям формы диаграммы направленности главным образом в области углов $|\varphi| \leq \pi/2$. На уровень тыльного излучения зазор практически не влияет. Указанная особенность обусловлена тем, что при больших зазорах существенную роль начинает играть звуковая энергия, «вытекающая» из-под слоя через щели $r_0 \leq r \leq r_1$, $\varphi = \pm \varphi_0$.

В заключение проведенного исследования отметим, что предложенный метод позволяет также оценить изменение звукоизоляции кольцевого слоя (и соответственно параметров излучателя) при воздействии на него статического давления. На фиг. 5 представлена зависимость, характеризующая эффективность подавления тыльного излучения цилиндра слоем воздуха при наличии статического давления P ; здесь предполагается, что при начальном значении $P=1$ кГ/см² толщина слоя $r_2-r_1=0,25\lambda_1$. Как и следовало ожидать, с ростом статического давления уровень тыльного излучения возрастает, поскольку сжатие воздуха приводит к уменьшению толщины слоя и увеличению его волнового сопротивления [5].

Перейдем к исследованию импеданса излучения цилиндра со слоем. На фиг. 6 представлены частотные зависимости безразмерных составляющих импеданса излучения цилиндра $r=r_0$ при различных значениях $\rho_1 c_1 / \rho c$. Для упрощения анализа данных на оси абсцисс вместе со значениями kr_0 отложены также соответствующие значения $(r_2-r_1)/\lambda_1$, которые указаны в скобках. Характеризуя величину R в целом, можно сказать, что ее общий уровень снижается с ростом $\rho_1 c_1 / \rho c$, причем особенно резко в районе $(r_2-r_1)/\lambda_1 \approx 0,5$. Интересными особенностями отличается также частотная зависимость X . Как следует из фиг. 6, б, при $(r_2-r_1)/\lambda_1 \leq 0,25$ величина X с ростом $\rho_1 c_1 / \rho c$ уменьшается, а при $0,25 \leq (r_2-r_1)/\lambda_1 \leq 0,5$, наоборот, увеличивается. В области $(r_2-r_1)/\lambda_1 \approx 0,5$, величина X достигает максимального значения, после чего резко уменьшается, меняет свой знак и достигает минимального значения. В дальнейшем снова наблюдается рост X и смена знака. Такое своеобразное поведение величины X можно объяснить следующим образом. Будем условно полагать, что $X=X_1+X_2$; здесь величина X_1 определена на открытой части поверхности цилиндра $|\varphi| \leq \varphi_0$, а X_2 — под слоем $\varphi_0 \leq |\varphi| \leq \pi$. X_1 всегда имеет характер массы и в первом приближении определяется кривой, обозначенной на фиг. 6, б точками. Что касается величины X_2 , то ее характер будет зависеть от волновой толщины слоя. Чтобы дать представление о частотной зависимости X_2 , предположим для простоты, что слой имеет форму замкнутого кольца. Тогда задача становится тривиальной и расчет X_2 не вызовет никаких трудностей. Нами были выполнены соответствующие расчеты, результаты которых отражены на фиг. 6 (кривая 4). Здесь для сравнения также приведена известная частотная зависимость X для бесконечного плоского поршня, нагруженного на среду через плоскопараллельный слой (см. кривую 5). Сравнивая кривые 4 и 5, можно заключить, что в области $(r_2-r_1)/\lambda_1 < 0,25$ они существенно отличаются друг от друга. Это вызвано тем, что X_2 определяется как свойствами слоя, так и присоединенной массой среды, окружающей кольцевой слой. При большой волновой толщине слоя (и большом kr_0) присоединенная масса среды уменьшается и кривые 4 и 5 начинают совпадать. Наличие присоединенной массы приводит к сдвигу частот резонанса и антирезонанса кольцевого слоя, причем частоты резонанса снижаются, а антирезонанса — повышаются. Например, первая частота антирезонанса плоскопараллельного слоя (при $\rho_1 c_1 < \rho c$) имеет место при $(r_2-r_1)/\lambda_1=0$, а резонанса — при $(r_2-r_1)/\lambda_1=0,25$. В случае кольцевого слоя эти частоты соответствуют значениям $(r_2-r_1)/\lambda_1 \approx 0,045$ и $(r_2-r_1)/\lambda_1 \approx 0,245$.

Таким образом, суммируя значения X_1 (определяемое кривой, обозначенной на фиг. 6, б точками) и X_2 (определяемое кривой 4), можно приближенно построить кривую 3. Имея в виду сказанное, можно заключить, что ход частотной зависимости реактивной составляющей импеданца излучения цилиндра с незамкнутым кольцевым слоем определяется резонансными явлениями, которые имеют место в своеобразном механическом контуре, образованном механическими параметрами слоя, присоединенной массой среды на внешней поверхности слоя ($r=r_2$, $\varphi_0 \leq |\varphi| \leq \pi$) и присоединенной массой среды на открытом участке поверхности цилиндра ($r=r_0$, $|\varphi| \leq \varphi_0$).

На основании выполненного анализа можно также объяснить причину резкого уменьшения величины R в области $(r_2-r_1)/\lambda_1 \approx 0,5$. Здесь имеет место антирезонанс (параллельный резонанс) указанного механического



Фиг. 7. Частотная зависимость импеданца излучения при различных зазорах между цилиндром и слоем для $(r_2-r_1)/\lambda_1=0,375 \cdot 2r_0/\lambda$; $\rho_1 c_1/\rho c = 2,8 \cdot 10^{-4}$; а — активная составляющая, б — реактивная составляющая; 1-3 — для $r_1/r_0=1,1; 1,2; 1,5$

контура, из-за чего среднее значение нормальной составляющей колебательной скорости среды у поверхности цилиндра становится минимальным. В результате наблюдается парадоксальное явление — при полной прозрачности слоя имеет место незначительная эффективность излучения цилиндром звуковой энергии.

Остановимся теперь на влиянии зазора между слоем и цилиндром на величины R и X . Как следует из фиг. 7, при малых зазорах, когда $r_1/r_0 \approx 1,01$, значения R и X практически совпадают с рассчитанными ранее [2]. Наиболее существенные изменения R и X происходят при больших r_1/r_0 , когда волновая ширина зазора $(r_1-r_0)/\lambda$ находится в области значений $\sim 0,25$ (для кривой 3 это соответствует $kr_0 \approx 3,4$). В этом случае величины R и $|X|$ могут принимать значения, существенно превышающие единицу, а величина X может менять знак. Указанные особенности поведения импеданца излучения цилиндра обусловлены наличием в зазоре стоячей волны, которая является результатом взаимодействия прямой волны, излучаемой цилиндром, и отраженной от слоя волны. Когда волновая ширина зазора достигает значения, близкого $\sim 0,25$, на участке поверхности цилиндра $r=r_0$, $\varphi_0 \leq |\varphi| \leq \pi$ наблюдается значительное повышение давления и, следовательно, импеданца излучения. Таким образом, импеданц излучения цилиндра со слоем в области $(r_1-r_0)/\lambda \approx 0,25$ практически полностью определяется волновыми явлениями, происходящими в зазоре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Орлов Л. В., Шабров А. А. Расчет и проектирование антенн гидроакустических рыбопоисковых станций. М., «Пищевая промышленность», 1974.
2. Вовк И. В., Гринченко В. Т., Маяцкий В. И. Звуковое поле бесконечного кругового цилиндрического преобразователя, частично покрытого слоем акустически мягкого материала. Акуст. ж., 1972, 18, 3, 365–369.
3. Вовк И. В., Гринченко В. Т. К вопросу о направленности цилиндрического излучателя, частично покрытого слоем экранирующего материала. Акуст. ж., 1975, 21, 2, 294–295.
4. Ржевкин С. Н. Курс лекций по теории звука. Изд-во МГУ, 1960.
5. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л., «Судостроение», 1972.
6. Глазанов В. Е. Некоторые задачи распространения звука в упругих средах (курс лекций). Таганрогский радиотехнический ин-т, 1973.

Поступила
4 апреля 1979 г.
После исправления
12 октября 1979 г.