

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН  
НА ПРОВОДЯЩЕЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ*В. А. Губанов*

Рассмотрена дифракция акустических поверхностных волн Гуляева — Блюштейна при нормальном падении на кромку идеально проводящей, тонкой, невесомой полуплоскости. Методом краевой задачи Римана для аналитических функций получено решение в квадратурах. Определена асимптотика решения и выведены формулы для коэффициентов отражения, прохождения и диаграммы рассеяния объемных волн.

Показано, что с увеличением диэлектрической проницаемости среды доля потока энергии падающей поверхностной волны, рассеиваемая в виде объемной сдвиговой волны, увеличивается. Однако большая часть энергии преобразуется в прошедшую поверхностную волну.

Метод эквивалентных схем, который используется при анализе работы приборов на акустических поверхностных волнах, неприменим при расчете характеристик рассеяния акустических поверхностных волн на электродных неоднородностях. Это связано с тем, что часть энергии поверхностной волны преобразуется в энергию объемной волны и не может быть учтена в одномерном уравнении, соответствующем эквивалентной схеме. Только решение двумерной задачи позволяет учесть особенности рассеяния акустических поверхностных волн, вычислить комплексные коэффициенты отражения и прохождения, диаграмму рассеяния объемных волн.

В статье рассматривается дифракция волн Гуляева — Блюштейна, использование которых в СВЧ-акустике дает ряд преимуществ по сравнению с рэлеевскими волнами [1]. Кроме того, волны Гуляева — Блюштейна — это наиболее характерный и одновременно наглядный пример электроакустических волн. Дело в том, что поверхностный характер волн Гуляева — Блюштейна принципиально связан с наличием электрического поля у волны, а существование единственной сдвиговой компоненты механического смещения позволяет существенно упростить выкладки.

Попытка решения подобной задачи методом факторизации была сделана в работе [2]. Следует отметить, что полученные в ней результаты вызывают сомнения по следующим причинам: формулы (16) и (24) из [2] противоречат известной теореме о свертке, коэффициенты отражения и прохождения определяются не через плотность потока энергии акустических поверхностных волн (вектор Пойнтинга), а из плотности электростатической энергии. Как показано, например, в [3], выражение для энергии электростатического поля, используемое в работе [2], несправедливо для полубесконечных структур. Следствием этого будет расходимость интеграла в формуле (33) цитируемой статьи.

В данной работе аналогичная задача для волн Гуляева — Блюштейна в гексагональном кристалле решается другим методом — сведением к краевой задаче Римана. При таком подходе решение легко обобщается на акустические поверхностные волны произвольной поляризации.

Пусть справа из бесконечности на кромку металлизации нормально падает волна Гуляева — Блюштейна. Полагаем, что пленка идеально



проводящая и не нагружает поверхность механически. Ось  $x_2$  совпадает с осью шестого порядка и коллинеарна механическому смещению  $u$ , акустическая поверхностная волна распространяется по границе раздела воздуха и кристалла  $x_2=0$ . При учете симметрии исходные уравнения для механического смещения и электрических потенциалов сверху  $\varphi^+$  и снизу  $\varphi^-$  будут иметь вид

$$(1) \quad \Delta\varphi^+=0 \quad \text{при} \quad x_2>0,$$

$$(2) \quad \left. \begin{aligned} e\Delta u - \varepsilon\Delta\varphi^- &= 0 \\ c\Delta u &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad \text{при} \quad x_2<0,$$

$c=c_{44}$  — упругий модуль,  $e=e_{15}$  — пьезомодуль,  $\varepsilon=\varepsilon_{11}$  — диэлектрическая постоянная,  $\rho$  — плотность кристалла. Компоненты волны зависят от времени гармонически как  $\exp\{-i\omega t\}$ . Если часть границы  $x_1<0$  металлизирована, то граничные условия для нормальных составляющих электрической индукции сверху  $D_2^+$  (при  $x_2=+0$ ) и снизу  $D_2^-$  (при  $x_2=-0$ ), плотности заряда  $\sigma$  и тангенциальных составляющих электрического поля будут такими:

$$(3) \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial\varphi^+}{\partial x_1} = \frac{\partial\varphi^-}{\partial x_1} &= 0 \\ D_2^+ - D_2^- &= \sigma \end{aligned} \right\} \quad (x_1<0, x_2=0),$$

$$(4) \quad \left. \begin{aligned} \frac{\partial\varphi^+}{\partial x_1} = \frac{\partial\varphi^-}{\partial x_1} \\ D_2^+ - D_2^- &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (x_1>0, x_2=0).$$

Кроме того, запишем условие отсутствия нормальных механических напряжений:

$$(5) \quad e \frac{\partial\varphi^-}{\partial x_2} + c \frac{\partial u}{\partial x_2} = 0 \quad \text{при} \quad x_2=0.$$

Решение системы (1) и (2) можно представить в форме интегралов Фурье (подробный вывод в более сложном случае кубического кристалла дан в работе [4])

$$(6) \quad u(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [u(p) e^{\sqrt{p^2 - k^2} x_2}] e^{-ipx_1} dp,$$

$$(7) \quad \varphi^-(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{e}{\varepsilon} u(p) e^{\sqrt{p^2 - k^2} x_2} + B(p) e^{|p|x_2} \right] e^{-ipx_1} dp,$$

$$(8) \quad \varphi^+(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [A(p) e^{-|p|x_2}] e^{-ipx_1} dp,$$

где

$$u(p) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x_1, 0) e^{ipx_1} dx_1,$$

и  $k^2 = \omega^2 \rho / c$ . Функции  $A(p)$  и  $B(p)$  определяются из граничных условий (3), (4). Разрезы для корня показаны на фиг. 1, и выбрана ветвь, для которой  $\sqrt{1} = 1$ .



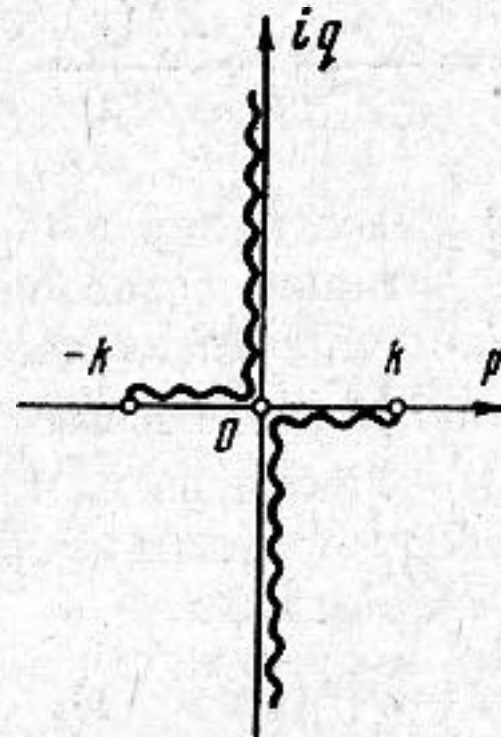
Воспользовавшись выражениями (6) — (8) и граничными условиями, легко получить фурье-образ напряженности электрического поля на границе

$$(9) \quad E_1(p) = -ip \frac{c}{e} u(p) (1+K^2) (\sqrt{p^2-k^2}/|p| - \alpha),$$

при  $x_2=0$ ,

причем  $K^2=e^2/c\epsilon$ ,  $\alpha=K^2/1+K^2$ . Из формулы (9) следует, что для нахождения фурье-образа механического смещения на поверхности достаточно

Фиг. 1. Разрезы на комплексной плоскости для функции  $\sqrt{z^2-k^2}$



определить фурье-образ тангенциальной составляющей электрического поля  $E_1(p)$ . Введем поверхностный импеданс аналогично тому, как это сделано в [5]:

$$(10) \quad E_1(p) = Z^\pm(p) D_2^\pm(p).$$

Здесь

$$(11) \quad Z^+(p) = i \operatorname{sgn} p / \epsilon_0$$

— поверхностный импеданс свободного полупространства,

$$(12) \quad Z^-(p) = -i \frac{\operatorname{sgn} p \sqrt{p^2-k^2} - \alpha|p|}{\epsilon \sqrt{p^2-k^2}}$$

— поверхностный импеданс гексагонального кристалла, который можно вывести из (6), (7) и граничного условия (5). Если поверхность наполовину металлизирована, то при  $x_2=0$

$$E_1(x_1, 0) = 0, \text{ когда } x_1 < 0,$$

$$\sigma(x_1) = 0, \text{ когда } x_1 > 0.$$

Отсюда фурье-образы напряженности поля  $E_1(p)$  и поверхностной плотности заряда  $\sigma(p)$  суть граничные значения функций, аналитических в верхней и нижней полуплоскостях комплексной плотности  $z=p+iq$  (см., например, [6]). Введем функцию  $\Phi^+(z)$ , аналитичную в верхней полуплоскости ( $\operatorname{Im} z > 0$ ), граничное значение которой  $\Phi^+(p) = E_1(p)$  при  $q \rightarrow 0$  сверху. Аналогично введем  $\Phi^-(z)$ , аналитичную в нижней полуплоскости ( $\operatorname{Im} z < 0$ ), граничное значение которой  $\Phi^-(p) = \sigma(p)$  при  $q \rightarrow 0$  снизу. На вещественной оси  $p$   $\Phi^+(p)$  и  $\Phi^-(p)$  связаны краевым условием

$$(13) \quad [Z^-(p) - Z^+(p)] \Phi^+(p) = Z^-(p) Z^+(p) \Phi^-(p).$$

Таким образом, задача сводится к исключительному случаю краевой задачи Римана (коэффициент имеет особенности на контуре) на действительной оси. Следуя [6], обозначим

$$\Phi_1^+(z) = (z^2 - p_0^2) \Phi^+(z), \quad \Phi_1^-(z) = (z^2 - p_m^2) \Phi^-(z),$$

где  $\alpha_1 = \alpha \epsilon_0 / \epsilon_r$ ,  $\epsilon_r = \epsilon + \epsilon_0$ ,



$$(14) \quad p_0^2 = k^2 / (1 - \alpha_1^2),$$

$$(15) \quad p_m^2 = k^2 / (1 - \alpha^2),$$

$\pm p_0, \pm p_m$  — нули  $Z^-(p) - Z^+(p)$ ,  $Z^-(p)Z^+(p)$  и соответствуют волновым числам акустических поверхностных волн, распространяющихся на свободной и металлизированной поверхности кристалла. Вместо (13), учитывая (14) и (15), получаем

$$(16) \quad \Phi_1^+(p) = G_1(p) \Phi_1^-(p),$$

$$G_1(p) = \frac{Z^-(p)Z^+(p)(p^2 - p_0^2)}{[Z^-(p) - Z^+(p)](p^2 - p_m^2)},$$

причем  $G_1(p)$  не имеет нулей и полюсов на вещественной оси  $p$ . Для того чтобы устранить оставшиеся особенности коэффициента  $G_1(p)$  — разрывы в нуле и на бесконечности, введем функции  $\omega^\pm(z)$ . Пусть  $\omega^+(z)$  — любая ветвь корня  $\sqrt{z}$ , выделенная в плоскости с разрезом, идущим вниз по мнимой оси, а  $\omega^-(z)$  — любая ветвь корня  $\sqrt{z}$ , выделенная в плоскости с разрезом, идущим вверх по мнимой оси (окончательный результат не зависит от выбора ветви). Обозначим

$$\Psi^\pm(z) = \Phi_1^\pm(z) / \omega^\pm(z).$$

Теперь, воспользовавшись (11) и (12), имеем краевое условие

$$(17a) \quad \Psi^+(p) = G(p) \Psi^-(p),$$

$$G(p) = \frac{\omega^-(p)}{\omega^+(p)} G_1(p) = \frac{i (\sqrt{p^2 - k^2 + \alpha_1 |p|}) p_0^2}{\varepsilon_r (\sqrt{p^2 - k^2 + \alpha |p|}) p_m^2}.$$

Поскольку  $\omega^-(p)/\omega^+(p) = \text{sgn } p$ , то коэффициент  $G(p)$  не имеет особенностей на вещественной оси. Из четности  $G(p)$  следует, что индекс краевой задачи (17a) равен нулю. Поэтому  $\text{Ln } \Psi^+(z)$  и  $\text{Ln } \Psi^-(z)$  аналитичны при  $\text{Im } z > 0$  и  $\text{Im } z < 0$  соответственно. Этот факт позволяет записать (17a) в виде

$$(17b) \quad \text{Ln } \Psi^+(p) - \text{Ln } \Psi^-(p) = \text{Ln } G(p).$$

По формулам Сохоцкого [6]

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Ln } G(\tau) d\tau}{\tau - p - i0} - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Ln } G(\tau) d\tau}{\tau - p + i0} = \text{Ln } G(p)$$

получаем, что

$$(18) \quad \Psi^\pm(p) = P_n(p) \exp \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Ln } G(\tau) d\tau}{\tau - p \mp i0} \right\}$$

где  $P_n(p)$  — произвольный полином. Легко установить, что (18) удовлетворяет краевому условию (17a) и дает, таким образом, общее решение задачи.

Для того чтобы полученное решение (18) удовлетворяло условиям излучения на бесконечности и единственности, должен быть взят полином первой степени  $P_1(p) = ap + b$ . Действительно, предположим, что  $n < 1$ , тогда остается полюсная особенность типа  $p - p_m$ , которая в итоге дает волну, падающую со стороны металлизации, что противоречит постановке задачи. Если же  $n > 1$ , то появляются дополнительные произвольные по-



стоянные и решение (18) становится неединственным. Поэтому положим  $ap+b=M(p-p_m)$ . Теперь при  $x_1 \rightarrow -\infty$   $\sigma(x_1) \sim e^{-ip_mx_1}$ , так как  $\sigma(p)$  не содержит особенности в точке  $p_m+i0$  и условие отсутствия источников на  $-\infty$  выполняется. Постоянная  $M$  определяется амплитудой падающей волны. Переходя к исходным обозначениям, решения для фурье-образов  $E_1(p)$ ,  $\sigma(p)$  можно записать так:

$$(19) \quad E_1(p) = M \frac{(p-p_m) \omega^+(p) \exp\{\Gamma^+(p)\}}{(p+p_0+i0)(p-p_0+i0)},$$

$$(20) \quad \sigma(p) = M \frac{\omega^-(p) \exp\{\Gamma^-(p)\}}{p+p_m-i0},$$

где

$$(21) \quad \Gamma^\pm(p) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Ln } G(\tau) d\tau}{\tau - p \mp i0}.$$

Подставив (19) и (20) в (9), получим выражения для фурье-образов механического смещения справа и слева на оси  $x_1$ :

$$(22) \quad u^+(p_1, x_2) = i \operatorname{sgn} p M_0 \frac{(\sqrt{p^2 - k^2} + \alpha |p|) \omega^+(p) \exp\{\Gamma^+(p)\}}{(p+p_m)(p-p_0+i0)(p+p_0+i0)} e^{\sqrt{p^2 - k^2} x_2}$$

— граничное значение функции, аналитичной в верхней полуплоскости  $z$ ,

$$(23) \quad u^-(p, x_2) = -\frac{M_0}{\varepsilon} \frac{(1-\alpha^2)(\sqrt{p^2 - k^2} + \alpha_1 |p|) \omega^-(p) \exp\{\Gamma^-(p)\}}{(1-\alpha_1^2)(p+p_m-i0)(p^2-p_0^2)} e^{\sqrt{p^2 - k^2} x_2}$$

— граничное значение функции, аналитичной в нижней полуплоскости  $z$ ,  $M_0 = M\varepsilon\alpha/e(1-\alpha^2)$ . Формулы (19) — (23) дают полное решение поставленной задачи в квадратурах. Выполнив обратное преобразование Фурье, можно получить все необходимые данные о рассеянии акустических поверхностных волн на кромке металлизации.

На практике наибольший интерес представляет поведение решения в волновой зоне — при  $|x_1| \rightarrow \infty$ . Для этого воспользуемся асимптотическим разложением из [7], причем поверхностным волнам соответствует нулевой член разложения:

$$\frac{e^{-ipx_1}}{p+i0} = -2\pi i \delta(p) \quad \text{при } x_1 \rightarrow \infty,$$

$$\frac{e^{-ipx_1}}{p-i0} = 2\pi i \delta(p) \quad \text{при } x_1 \rightarrow -\infty.$$

Для падающей и отраженной акустических поверхностных волн ( $x_1 > 0$ ) сразу получаем

$$(24) \quad u_{\text{пад}}(x_1, x_2) + u_{\text{от}}(x_1, x_2) = U(p_0) e^{-ip_0 x_1 + \alpha_1 p_0 x_2} - U(-p_0) e^{ip_0 x_1 + \alpha_1 p_0 x_2},$$

здесь

$$U(p) = M_0 \frac{(\alpha + \alpha_1) \omega^+(p) \exp\{\Gamma^+(p)\}}{2(p_0 - p_m)}$$

Прошедшая акустическая поверхностная волна под металлизацией ( $x_1 < 0$ ) имеет вид

$$(25) \quad u_{\text{пр}}(x_1, x_2) = -\frac{M_0(1-\alpha^2)}{\varepsilon_r(1-\alpha_1^2)} \times \\ \times \frac{p_m(\alpha + \alpha_1) \omega^-(p_m) \exp\{\Gamma^-(p_m)\}}{p_m^2 - p_0^2} e^{-ip_m x_1 + \alpha p_m x_2}$$



Из формул (24) и (25) легко получить модуль и фазу коэффициентов отражения и прохождения по амплитуде.

Определим коэффициенты отражения и прохождения волн Гуляева — Блюштейна по мощности. Полный поток энергии в частном случае гексагонального кристалла и чисто сдвиговых акустических поверхностных волн определяется так же, как в [8]:

$$(26) \quad \Pi = \int_{-\infty}^0 i\omega c u(x_1, x_2) \frac{\partial u^*(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_2$$

(здесь \* означает комплексное сопряжение). Подставляя соответствующее слагаемое из (24), (25) в (26), с учетом (21) получим коэффициент отражения  $W_{от}$  и коэффициент прохождения  $W_{пр}$ :

$$W_{от} = - \left( \frac{p_0 - p_m}{p_0 + p_m} \right)^2 \exp \{ 2 \operatorname{Re} \Gamma^+(-p_0) - 2 \operatorname{Re} \Gamma^+(p_0) \},$$

$$W_{пр} = |G(p_m)| |G(p_0)| \left( \frac{1 - \alpha_1^2}{1 - \alpha^2} \right) \frac{4p_0 p_m}{(p_0 + p_m)^2} \times \\ \times \exp \{ 2 \operatorname{Re} \Gamma^-(p_m) - 2 \operatorname{Re} \Gamma^+(p_0) \}.$$

Введем функцию

$$(27) \quad w(\alpha, x) = \exp \left\{ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \operatorname{arctg} \left( \alpha \frac{|\tau|}{\sqrt{1 - \tau^2}} \right) \frac{d\tau}{\tau - x} \right\},$$

причем  $w(\alpha, x)w(\alpha, -x) = 1$ . Тогда по формулам Сохоцкого и (27) выражения для  $W_{от}$  и  $W_{пр}$  принимают окончательный вид:

$$(28) \quad W_{от} = \eta^2 [w(\alpha, x_0) / w(\alpha_1, x_0)]^2,$$

$$(29) \quad W_{пр} = (1 - \eta^2) \left( \frac{1 - \alpha_1^2}{1 - \alpha^2} \right) \frac{w(\alpha_1, x_m) w(\alpha, x_0)}{w(\alpha, x_m) w(\alpha_1, x_0)},$$

$$\eta = \frac{\sqrt{1 - \alpha_1^2} - \sqrt{1 - \alpha^2}}{\sqrt{1 - \alpha_1^2} + \sqrt{1 - \alpha^2}} = \frac{V_m - V_0}{V_m + V_0},$$

где  $x_0 = p_0/k$ ,  $x_m = p_m/k$ , а  $V_m$  и  $V_0$  — фазовые скорости акустических поверхностных волн на металлизированной и свободной поверхностях кристалла. Коэффициенты отражения и прохождения для случая падения акустических поверхностных волн со стороны металлизации можно получить заменой  $\alpha$  на  $\alpha_1$  и  $p_m$  на  $p_0$  в формулах (27) — (29). Использование  $\eta^2$  для оценки коэффициента отражения в приборах на сильных пьезоэлектриках может привести к значительным погрешностям (при  $K^2 = 0,5$  и  $\epsilon = 10$   $W_{от} \cong 0,25\eta^2$ ).

Далее определим диаграмму рассеяния объемных сдвиговых волн (зависимость плотности потока энергии объемных волн от угла рассеяния  $\xi$ ). Представим решение так:

$$u(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{-k} + \int_k^{\infty} + \int_{-k}^k \right\} u(p) e^{-ipx_1 + \sqrt{p^2 - k^2} x_2} dp.$$

Первый и второй интегралы дают асимптотику в виде поверхностных волн. Следовательно, рассеяние объемных волн определяется третьим интегралом.



лом. Представим его в полярных координатах  $R, \xi$ :

$$u_{ac}(R, \xi) = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-k}^k u(p) e^{-iR(\sqrt{k^2 - p^2} \sin \xi + p \cos \xi)} dp.$$

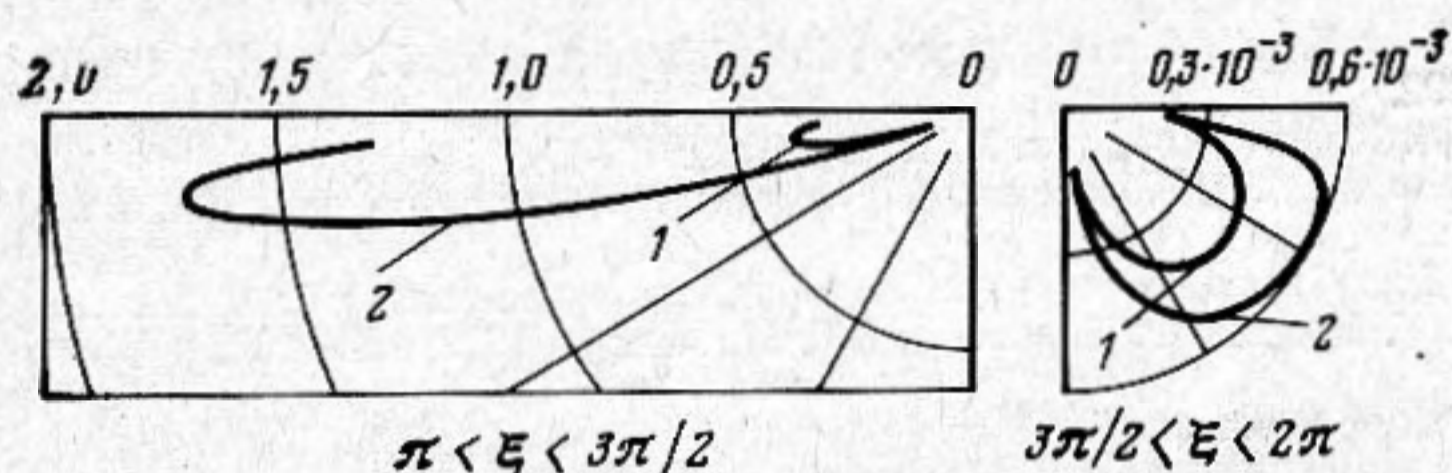
Методом стационарной фазы получаем асимптотику объемных волн:

$$(30) \quad u_{ac}(R, \xi) = e^{i k R - i \pi / 4} \sqrt{\frac{2 \pi k}{R}} \sin \xi u(-k \cos \xi) + O(1/R).$$

Выражение (30) представляет собой цилиндрическую сдвиговую волну. Полный поток в этом случае определяется так:

$$(31) \quad \Pi = \int_{\pi}^{2\pi} d\Pi(\xi) = \frac{k^2 \omega c}{\pi} \int_{-\pi}^0 \sin^2 \xi |u(-k \cos \xi)|^2 d\xi.$$

Нормируем  $d\Pi(\xi)$  относительно потока падающей акустической поверхностной волны и определим диаграмму рассеяния объемных волн  $S(\xi) =$



Фиг. 2. Диаграммы рассеяния объемных волн в различных средах: кривая 1 —  $K^2=0,5, \epsilon=1$ ; кривая 2 —  $K^2=0,5, \epsilon=10$

$=d\Pi(\xi)/\Pi_{пад}$ . Подставляя (22) или (23) (на окончательном ответе это не сказывается) в (31), для  $S(\xi)$  имеем

$$(32) \quad S(\xi) = -\frac{2}{\pi} \frac{\sqrt{1-\alpha_1^2} - \sqrt{1-\alpha^2}}{\sqrt{1-\alpha^2}(\alpha+\alpha_1)} \sin^2 \xi |\cos \xi| \times \\ \times \left[ \frac{x_m - \cos \xi}{(x_m + \cos \xi)^3 (x_0^2 - \cos^2 \xi)^3} \right]^{1/2} \frac{w(\alpha, \cos \xi) w(\alpha, x_0)}{w(\alpha_1, \cos \xi) w(\alpha_1, x_0)}$$

По формулам (28) и (29) были проведены расчеты на ЭЦВМ для двух сред. Для первой среды ( $K^2=0,5, \epsilon=1$ )  $W_{от}=0,000267, W_{пр}=0,958$  и доля энергии объемной волны составляет около 4% энергии падающей волны. Во втором случае ( $K^2=0,5, \epsilon=10$ )  $W_{от}=0,000183, W_{пр}=0,751$ , а доля объемной волны составляет около 25%. Диаграммы рассеяния для первого и второго случаев приведены на фиг. 2.

Таким образом можно сказать, что при переходе через кромку металлизации акустическая поверхностная волна перестраивается локально и ближняя зона существует только у объемной волны. Основная часть потока энергии падающей акустической поверхностной волны преобразуется в прошедшую акустическую поверхностную волну, а меньшая часть рассеивается в виде объемной волны. Картина дифракции существенно не меняется при падении акустической поверхностной волны со стороны металлизированной поверхности. Полученные численные результаты значительно (для коэффициента отражения на порядок) отличаются от результатов работы [2]. Следует отметить, что рассеяние в гексагональном кристалле — это вырожденный случай рассеяния акустической поверхностной волны на электродной неоднородности, так как волновое число



рассеянной объемной волны не зависит от угла рассеяния  $\xi$ . В общем случае, в том числе и для дифракции волн Гуляева — Блюштейна в кубическом кристалле, волновое число объемной волны зависит от  $\xi$  и определяется из решения дисперсионного уравнения. Процедура решения аналогичной задачи для кубического кристалла описана в работе [4].

Автор благодарит А. И. Кириллова за конструктивную критику и полезные дискуссии, а также В. И. Пустовойта и участников его семинара за обсуждение работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Морозов А. И. Обнаружение и исследование поверхностных звуковых волн Гуляева — Блюштейна. В сб.: Исследования в области радиотехники и электроники 1954—1974, ч. 2. М., Ин-т радиотехники и электроники АН СССР, 1975, 97—123.
2. Van der Pauw L. J. Diffraction of a Bleustein — Gulyaev wave by a conductive semi-infinite surface layer. J. Acoust. Soc. America, 1973, 53, 4, 1107—1115.
3. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, т. 5, М., «Мир», 1966.
4. Губанов В. А., Кириллов А. И. Дифракция волн Гуляева — Блюштейна на проводящей полуплоскости. Труды МЭИ. Прикладные вопросы математики, 1978, вып. 357, 31—38.
5. Ingebrigtsen K. A. Surface wave in piezoelectrics. J. Appl. Phys., 1969, 40, 7, 2681—2692.
6. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., «Наука», 1977.
7. Владимиров В. С. Обобщенные функции в математической физике. М., «Наука», 1979.
8. Фарнелл Дж. Свойства упругих поверхностных волн. В сб.: Физическая акустика, под ред. У. Мэсона, Р. Терстона, т. 6. М., «Мир», 1973, 138—202.

Московский энергетический институт

Поступила  
11 июля 1979 г.