АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVI 1980 Вып. 3

УДК 534.222

ВЛИЯНИЕ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АНТЕНН

С. Н. Гурбатов, И. Ю. Демин, А. Н. Малахов

Исследованы статистические характеристики параметрических антенн, работающих в режиме малых чисел Рейнольдса. Изучено влияние флуктуаций частоты высокочастотного поля на характеристики низкочастотного излучения, получена связь между спектрами и корреляционными функциями высокочастотного и низкочастотного сигналов. Рассмотрены особенности генерации низкочастотной акустической волны для различных видов модуляции. Изучен вопрос о стабильности низкочастотного излучения.

Исследование статистических характеристик параметрических антенн представляет интерес как с точки зрения стабильности их работы, так и для изучения свойств возбуждаемого шумового поля.

Одной из основных задач, которые возникают в статистической теории параметрических антенн, является установление связей между статистикой высокочастотного возбуждающего поля и статистикой низкочастотного излучения. Наиболее подробно здесь исследован случай взаимодействия плоских волн [1, 2]. Для параметрических антенн, работающих в режиме малых чисел Рейнольдса, статистический анализ проведен для сигналов с гауссовой статистикой высокочастотного поля на входе [3, 4]. Вместе с тем конечная ширина линии возбуждающего поля обусловлена, как правило, флуктуациями частоты.

В работе исследовано влияние флуктуаций частоты на характеристики низкочастотного излучения. Рассмотрен, в частности, вопрос стабильности этого излучения при различных видах модуляции высокочастотного сигнала.

Поле акустической волны на низкой частоте $p_н(t, r)$ определяется интегралом [5]

$$p_н(t,r)=\frac{\varepsilon}{4\pi\rho_0c_0^4}\int\limits_v\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(t',\mathbf{r}')\,dv', \tag{1}$$

$$t'=t-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/c_0,$$

где $u(t, r)=\overline{p_в^2(t, r)}^т$ — усредненный по высокочастотному периоду квадрат поля высокочастотной волны, $\varepsilon=(\gamma+1)/2$ — параметр нелинейности среды, ρ_0 — невозмущенная плотность, c_0 — скорость звука, r' — координаты точки источника. Заметим, что $u(t, r)$ с точностью до коэффициента есть плотность энергии высокочастотной волны. Появление низкочастотной волны связано с изменением плотности энергии во времени, которое может быть обусловлено как амплитудной входной модуляцией, так и амплитудной модуляцией, связанной с переходом частотной модуляции в амплитудную из-за неравномерности затухания в полосе частот сигнала накачки.

Рассмотрим работу параметрического излучателя (ПИ) в режиме малых чисел Рейнольдса, т. е. будем пренебрегать нелинейным искажением первичных сигналов и учитывать затухание только за счет высокочастотной диссипации. Пусть характерная длина дифракции высокочастотной волны $L_д$ много больше длины затухания $L_з$, и, следовательно, можно пренебречь дифракцией первичных сигналов. Будем считать также, что спектр первичного поля сосредоточен вблизи несущей частоты ω_0, а ширина спектра $\Delta\omega \ll \omega_0$.

Рассмотрим вначале случай, когда изменение коэффициента затухания $\alpha(\omega)$ мало на ширине спектра первичной волны и можно считать $\alpha(\omega) \simeq \simeq \alpha(\omega_0) = \alpha_0$. Тогда на расстоянии x от излучателя возмущение давления будет иметь вид

$$p_в(t, x, \mathbf{r}_\perp) = p_0(t - x/c_0) f_\perp(\mathbf{r}_\perp) \exp(-\alpha_0 x), \tag{2}$$

где x, $\mathbf{r}_\perp$ — продольная и поперечная координаты, $p_0(t)$ — поле на излучателе, $f_\perp(\mathbf{r}_\perp)$ — функция, описывающая поперечное поле на антенне. В дальнейшем мы будем считать, что $p_0(t)$ является стационарным процессом.

Считая, что расстояние от параметрической антенны до точки наблюдения r много больше «длины» антенны, равной $L_з$, и предполагая, что точка наблюдения находится в зоне Фраунгофера, для корреляционной функции низкочастотного поля имеем

$$B_н(\tau, r, \mathbf{n}) = \frac{A^2}{r^2} \int\limits_{V'} \int\limits_{V''} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} B_0(\tau') f_\perp^2(\mathbf{r}_\perp') f_\perp^2(\mathbf{r}_\perp'') e^{-2\alpha_0(x'+x'')} \, dv' \, dv'', \tag{3}$$

где $A = \varepsilon / 4\pi\rho_0 c_0^4$,

$$\tau' = \tau - \frac{(x' - x'')(1 - n_\parallel) + \mathbf{n}_\perp (\mathbf{r}_\perp' - \mathbf{r}_\perp'')}{c_0},$$

$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{r}$ — единичный вектор в точку наблюдения, $n_\parallel$, $\mathbf{n}_\perp$ — его компоненты, параллельные и перпендикулярные оси антенны. Здесь $B_0(\tau)$ — функция корреляции низкочастотной компоненты квадрата входного высокочастотного сигнала:

$$B_0(\tau) = \langle u_0(t+\tau) u_0(t) \rangle,$$
$$u_0(t) = \overline{p_0^2(t)}^T.$$

Из формулы (3) легко получить выражение для корреляционной функции низкочастотного поля на оси антенны

$$B_н(\tau, r, \mathbf{n}_\perp = 0) = \frac{A^2}{r^2} \frac{s_{эф}}{4\alpha_0^2} \frac{\partial^4 B_0(\tau)}{\partial \tau^4}, \tag{4}$$

здесь $s_{эф}$ — эффективная площадь антенны

$$s_{эф} = \int\int f_\perp^2(\mathbf{r}_\perp) \, d^2\mathbf{r}_\perp. \tag{5}$$

Для того чтобы найти статистические характеристики низкочастотного излучения под произвольным углом, удобно перейти к спектральному представлению. Пусть $S_0(\omega)$ — спектр $u_0(t)$:

$$S_0(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} B_0(\tau) e^{i\omega\tau} \, d\tau. \tag{6}$$

Тогда для спектра низкочастотной части поля из формулы (3) имеем

$$S_н(\omega, r, \mathbf{n}) = \frac{A^2 s_{эф}^2}{r^2 4\alpha_0^2} \omega^4 S_0(\omega) |K(\omega, \mathbf{n})|^2, \tag{7}$$

где $|K(\omega, \mathbf{n})|$ — эффективный коэффициент передачи параметрической антенны, равный произведению диаграмм направленности, связанных соответственно с антенной бегущей волны — $D_\text{П}(\omega, \mathbf{n})$ и с конечностью излучающей апертуры — $D_\text{А}(\omega, \mathbf{n})$:

(8) $$|K(\omega, \mathbf{n})|^2 = |D_\text{П}(\omega, \mathbf{n})|^2 |D_\text{А}(\omega, \mathbf{n})|^2,$$

(9) $$|D_\text{П}(\omega, \mathbf{n})|^2 = \frac{4\alpha_0^2}{4\alpha_0^2 + \left(\frac{\omega}{c_0}\sin^2\frac{\theta}{2}\right)^2}$$

(10) $$|D_\text{А}(\omega, \mathbf{n})| = \frac{1}{s_\text{эф}} \iint f_\perp^2(\mathbf{r}_\perp)\, e^{i\frac{\omega}{c_0}\mathbf{n}_\perp \mathbf{r}_\perp} d^2\mathbf{r}_\perp,$$

здесь $|\mathbf{n}_\perp| = \sin\theta$. Так, для прямоугольной излучающей антенны размером а$\times$в в направлении одной из главных осей имеем из (10):

(11) $$|D_\text{А}(\omega, \mathbf{n})|^2 = \left|\sin\left(\frac{\omega}{c_0} a \sin\theta\right) \Big/ \left(\frac{\omega}{c_0} a \sin\theta\right)\right|^2.$$

Нетрудно видеть, что $|K(\omega, \mathbf{n})|^2$ имеет две характерные полосы частот: $\omega_\text{П} = 2\alpha_0 c_0/\sin^2\theta/2$ и $\omega_\text{А} = \pi c_0/a\sin\theta$, обусловленные диаграммами направленности антенны бегущей волны и конечностью излучающей апертуры. В практически интересных случаях $a \ll L_з = 1/\alpha_0$ и, следовательно, $\omega_\text{П} \ll \omega_\text{А}$. Таким образом, в полосе частот меньше $\omega_\text{П}$ коэффициент передачи $|K(\omega, \mathbf{n})|^2$ пропорционален ω^4, на более высоких частотах $(\omega_\text{П} < \omega < \omega_\text{А})$ $|K|^2 \sim \omega^2$, а при $\omega \gg \omega_\text{А}$ коэффициент передачи уменьшается из-за апертурного множителя.

Для того чтобы найти спектр и корреляционную функцию поля параметрической антенны, кроме коэффициента передачи $|K(\omega, \mathbf{n})|^2$ необходимо знать спектр $S_0(\omega)$ и корреляционную функцию $B_0(\tau)$ квадрата поля на входе. Для определения $B_0(\tau)$ и $S_0(\omega)$ в общем случае недостаточно знать лишь огибающую корреляционной функции $B_\text{в}(\tau)$ и спектра входного поля $S_\text{в}(\omega)$ [6]. Лишь для гауссовой статистики имеется прямая связь между спектрами высокочастотного и низкочастотного полей. Пусть входной спектр высокочастотной волны задан в виде $S_\text{в}(\omega) = \tilde{S}(\omega - \omega_0) + \tilde{S}(\omega + \omega_0)$. Тогда для $S_0(\omega)$ имеем [6]

(12) $$S_0(\omega) = 2\tilde{S}(\omega) \otimes \tilde{S}(\omega),$$

здесь $\otimes$ обозначает операцию свертки. Если считать, что входной спектр имеет максимумы на частотах ω_1 и ω_2, т. е. входной сигнал представляет суперпозицию двух квазимонохроматических сигналов на частотах ω_1 и ω_2, то для гауссовой статистики характерным является появление низкочастотных составляющих в спектре вблизи нуля, связанных с детектированием квазимонохроматических волн, и появление составляющих вблизи разностной частоты $\Omega = |\omega_1 - \omega_2|$, связанных со взаимодействием высокочастотных волн. Подробно случай гауссовой статистики рассмотрен в работе [3].

Для практически используемых генераторов конечность ширины спектральной линии обусловлена, как правило, частотными флуктуациями. Для возбуждения низкочастотных акустических волн обычно используются амплитудно-модулированные (АМ) или бигармонические сигналы (БГ). Входное поле при этом можно записать соответственно в виде

(13а) $$p_0(t) = p_0[1 + m\cos(\Omega t + \varphi_\text{н}(t))]\cos(\omega_0 t + \varphi_\text{в}(t)),$$

(13б) $$p_0(t) = p_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1(t)) + p_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2(t)),$$

где Ω, m — частоты и глубина модуляции, $\varphi_н(t)$, $\varphi_в(t)$ — флуктуации фазы модулирующего и высокочастотного генераторов, $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ — флуктуации фазы высокочастотных квазигармонических колебаний. Для $u_0(t)$ в этом случае соответственно имеем

$$(14а) \qquad u_0(t)=p_0^2\left[m\cos(\Omega t+\varphi_н(t))+\frac{m^2}{4}\cos(2\Omega t+2\varphi_н(t))\right],$$

$$(14б) \qquad u_0(t)=p_0^2\cos(\Omega t+\varphi(t)).$$

Здесь $\Omega=|\omega_1-\omega_2|$, $\varphi(t)=\varphi_1(t)-\varphi_2(t)$ — флуктуации разности фаз высокочастотных генераторов. В (14б) мы считаем также, что $p_1=p_2=p_0$, и не выписываем постоянную составляющую, которая несущественна в дальнейшем.

Таким образом, $u_0(t)$ представляет «гармонический» сигнал (или сумму «гармонических» сигналов) с фазовой модуляцией, и для определения спектра низкочастотной волны необходимо знать статистику фазовых флуктуаций высокочастотных генераторов. Если считать, что фазы генераторов распределены по нормальному закону, то для корреляционных функций $B_0(\tau)$ будем иметь соответственно [6]:

$$(15а) \qquad B_0(\tau)=\frac{p_0^2}{2}\left[m^2e^{-D_\varphi(\tau)/2}\cos\Omega\tau+\frac{m^2}{8}e^{-2D_\varphi(\tau)}\cos 2\Omega\tau\right],$$

$$(15б) \qquad B_0(\tau)=\frac{p_0^2}{2}e^{-D_\varphi(\tau)/2}\cos\Omega\tau,$$

где $D_\varphi(\tau)=\langle\Delta\varphi^2\rangle=\langle(\varphi(t+\tau)-\varphi(t))^2\rangle$ — дисперсия фазовых набегов за время τ. Причем для АМ- и БГ-сигналов имеем соответственно:

$$(16а) \qquad D_\varphi(\tau)=\langle(\varphi_н(t+\tau)-\varphi_н(t))^2\rangle,$$

$$(16б) \qquad D_\varphi(\tau)=\langle[(\varphi_1(t+\tau)-\varphi_2(t+\tau))-(\varphi_1(t)-\varphi_2(t))]^2\rangle.$$

Рассмотрим особенности генерации низкочастотной волны для различных видов модуляции. Из (14)—(16) видно, что ширина спектра АМ-сигнала определяется только флуктуациями частоты низкочастотного модулирующего генератора и не зависит от флуктуаций частоты высокочастотного генератора. Известно, что абсолютная ширина линии автогенераторов возрастает с частотой [7]. Следовательно, если спектр входного АМ-сигнала, состоящий из трех спектральных составляющих на частотах $\omega_0\pm\Omega$, ω_0, определяется в основном флуктуациями высокочастотного генератора (флуктуациями $\varphi_в(t)$), то спектр низкочастотной волны определяется только флуктуациями низкочастотного генератора, а его ширина существенно меньше, чем у исходного поля. Заметим, что для АМ-сигнала ширина спектра на удвоенной гармонике шире, чем на основной (для медленных флуктуаций частоты, когда $D_\varphi(\tau)=D^2\tau^2$ — в 2 раза, а для быстрых, когда $D_\varphi(\tau)=D|\tau|$ — в $\sqrt{2}$ раз [7]).

Для бигармонического входного сигнала ширина линии определяется статистикой частоты высокочастотных генераторов и зависит от степени коррелированности их фаз. Если фазы $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ коррелированы между собой с коэффициентом корреляции, равным единице, то $D_\varphi(\tau)=0$ и из (6), (15б), (16б) следует, что

$$(17) \qquad S_0(\omega)=\frac{p_0^2}{4}[\delta(\omega-\Omega)+\delta(\omega+\Omega)],$$

т. е. ПИ излучает в этом случае регулярный гармонический сигнал вне зависимости от величины фазовых флуктуаций высокочастотных генераторов. Если же флуктуации фаз независимы, то происходит некогерентное сложение разностей фаз и

(18) $$D_\varphi(\tau)=D_{\varphi_1}(\tau)+D_{\varphi_2}(\tau).$$

Спектр $S_0(\omega)$ при этом пропорционален свертке спектров высокочастотных генераторов. Следует подчеркнуть, что в этом случае ширина спектра низкочастотного поля для бигармонической модуляции существенно шире, чем для АМ-сигнала.

Если считать, что задана спектральная плотность флуктуаций частоты $\nu(t)-S_\nu(\omega)$, то структурная функция фазы запишется в виде [8]

(19) $$D_\varphi(\tau)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1-\cos\omega\tau}{\omega^2}S_\nu(\omega)\,d\omega.$$

Задавая конкретный вид спектральной плотности флуктуаций частоты, делая предположения о независимости фазовых флуктуаций высокочастотных генераторов, можно на основе (14)—(19) детально исследовать форму спектра низкочастотной волны. Подробный анализ спектров сигналов с фазовыми флуктуациями проведен в монографиях [6—8], и поэтому мы не будем останавливаться на этом вопросе подробно.

Особенности излучения параметрической антенны связаны с тем, что эффективный коэффициент передачи системы (7), (8) резко возрастает с частотой. Для интенсивности излучения параметрической антенны на оси из (4), (15), (19) имеем

(20) $$I_\Omega=\frac{A^2 s_{\text{эф}}^2}{4\alpha_0^2r^2}\Omega^4\left[1+\frac{6\sigma_\nu^2}{\Omega^2}+3\left(\frac{\sigma_\nu^2}{\Omega^2}\right)^2+\frac{\sigma_\nu^2\Pi^2}{\Omega^4}\right],$$

где $\sigma_\nu^2=\int_{-\infty}^{+\infty}S_\nu(\omega)\,d\omega$ — дисперсия частотных флуктуаций, Π — эффективная ширина спектра: $\Pi^2\sigma_\nu^2=\int_{-\infty}^{+\infty}\omega^2S_\nu(\omega)\,d\omega$, Ω — разность частот высокочастотных генераторов.

Из формулы (20) видно, что флуктуации частоты приводят к увеличению средней интенсивности низкочастотной волны по сравнению с монохроматическими сигналами. Влияние флуктуаций пренебрежимо мало, если дисперсия частотных флуктуаций и ширина полосы спектра много меньше разностной частоты Ω, т. е. если выполнены условия $\sigma_\nu\ll\Omega$, $\Pi\ll\Omega$. В частности, из этих условий следует, что широко используемая модель диффузионного набега фазы $D_\varphi(\tau)=D|\tau|$ непригодна для оценки спектрального состава низкочастотного сигнала из-за расходимости спектра при $\omega\to\infty$. Из формулы (20) видно, что для быстрых флуктуаций частоты, т. е. при $\Pi\gg\sigma_\nu$, образование спектра низкочастотного сигнала происходит на ширине спектра частотных флуктуаций Π, и, следовательно, энергия низкочастотного сигнала на оси возрастает. Заметим, что формула (20) справедлива и в случае, когда разность частот $\Omega\ll\Pi$, σ_ν и в среде генерируется широкополосная шумовая волна, энергия которой определяется дисперсией σ_ν^2 и шириной полосы Π частотных флуктуаций высокочастотных генераторов.

Часто в приложениях большую роль играют (кроме энергетического спектра волны) спектры амплитудных и частотных флуктуаций. На оси антенны из (1), (12), (14б) легко получить следующее приближенное выражение для сигнала

$$(21)\qquad p_{\text{н}}(t,r,\mathbf{n}{=}0)=\frac{As_{\text{эф}}}{2\alpha_0 r}\frac{d^2}{dt^2}\cos(\Omega t+\varphi(t))\approx$$
$$\approx\frac{As_{\text{эф}}}{2\alpha_0 r}\Omega^2\left(1+2\frac{\partial\varphi}{\partial t}\frac{1}{\Omega}\right)\cos(\Omega t+\varphi(t)).$$

При выводе формулы (21) предполагалось, что характерная полоса изменения и дисперсия фазы много меньше разностной частоты Ω. Из (21) следует, что при входной частотной модуляции в спектре низкочастотного сигнала появляется амплитудная модуляция, пропорциональная флуктуациям частоты высокочастотного генератора. Для спектра амплитудных флуктуаций при этом имеем $S_a(\omega)=(As_{\text{эф}}\Omega/\alpha_0 r)^2 S_\nu(\omega)$. В приведенном анализе предполагалось, что можно пренебречь изменением коэффициента затухания $\alpha(\omega)$ на ширине спектра высокочастотного сигнала накачки. Это приводило к тому, что между входным полем $p_0(t)$ и высокочастотным полем в произвольном сечении антенны существует локальная связь (2). Появление низкочастотной волны возможно, если плотность энергии высокочастотной волны $\overline{p_{\text{в}}^2(t,\ r)}^T$ меняется со временем. Следовательно, в рассматриваемом приближении низкочастотная волна появляется только в том случае, если $p_0(t)$ имеет амплитудную модуляцию.

Учет неравномерности коэффициента затухания $\alpha(\omega)$ в полосе частот высокочастотного сигнала приводит к тому, что в среде может происходить переход частотной модуляции высокочастотной волны в амплитудную и, следовательно, к появлению низкочастотных компонент для частотно-модулированных высокочастотных входных сигналов [9, 10]. Появление добавочных низкочастотных компонент возможно и при работе не только параметрических, но и обычных достаточно мощных «линейных» антенн.

Рассмотрим случай, когда на входе имеется сигнал с частотной модуляцией

$$(22)\qquad p_0(t)=a_0\cos(\omega_0 t+\varphi(t)),$$

здесь $\Omega(t)=\partial\varphi/\partial t$ — флуктуации частоты сигнала.

Считая, что флуктуации частоты достаточно медленные, для поля в антенне можно записать следующее приближенное выражение:

$$(23)\qquad p_{\text{в}}(t,x,\mathbf{r}_\perp)=p_0(\tau)f_\perp(\mathbf{r}_\perp)e^{-\alpha(\omega_0+\Omega(\tau))x},\qquad \tau=t-x/c_0.$$

Из (1), (23) на оси антенны имеем

$$(24)\qquad p_{\text{н}}(t,r)=\frac{As_{\text{эф}}}{r}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{a_0^2}{4\alpha(\omega_0+\Omega(t))}\simeq\frac{As_{\text{эф}}a_0^2\alpha'}{4\alpha_0^2 r}\Omega''(t);$$

появление низкочастотного сигнала в этом случае связано с неравномерностью затухания и зависимостью полной поглощающей энергии от частоты.

Для того чтобы оценить диаграмму направленности такого излучения, предположим, что модуляция достаточно медленная и на характерной длине антенны $L_з$ индекс амплитудной модуляции достаточно мал, т. е. $\alpha'\Omega L_з\sim\alpha'\Omega/\alpha_0\ll 1$, где полагаем $\alpha(\omega)=\alpha_0+\alpha'(\omega-\omega_0)$. Из (23) в этом случае для $p_{\text{в}}(t,r)$ приближенно имеем

$$p_{\text{в}}(t,x,\mathbf{r}_\perp)=a_0 e^{-\alpha_0 x}[1-\alpha'\Omega(\tau)x]f_\perp(\mathbf{r}_\perp)\cos(\omega_0 t+\varphi(t)).$$

Тогда для спектра низкочастотной части поля (7) получим

$$(25)\qquad S_{\text{н}}(\omega,r,\mathbf{n})=\frac{A^2 s_{\text{эф}}^2 a_0^4}{16\alpha_0^2 r^2}\omega^4 S_\Omega(\omega)|K(\omega,\mathbf{n})|^2\frac{\alpha'^2}{\alpha_0^2},$$

где $S_\Omega(\omega)$ — спектр частотных флуктуаций $\Omega(t)=\partial\varphi/\partial t$.

В этом случае эффективный коэффициент передачи $|K(\omega, \mathbf{n})|^2$ записывается также в форме (8), однако коэффициент $D_п(\omega, \mathbf{n})$, связанный с антенной бегущей волны, будет иметь иной вид:

$$|D_п(\omega, \mathbf{n})|^2 = 16\alpha_0^4 \Big/ \left[4\alpha_0^2 + \frac{\omega^2}{c_0^2}\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]^2. \tag{26}$$

Сравнивая (26) и (9), видим, что диаграмма направленности сигнала с входной фазовой модуляцией уже, чем у сигнала с амплитудной модуляцией. Этот результат становится физически понятным, если обратиться к функции первичных источников $u(t, r)$. В случае амплитудной модуляции, когда изменение затухания мало, функция $u(t, r)$ пропорциональна $e^{-2\alpha_0 x}$ и носит разрывной характер, для частотно-модулированного сигнала с учетом неравномерности затухания функция первичных источников определяется множителем $\alpha'\Omega(t)xe^{-2\alpha_0 x}$ и носит более плавный характер. Заметим, что эффективность возбуждения низкочастотных компонент в этом случае существенно меньше, чем у АМ-сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Новиков Б. К., Руденко О. В.* Генерация низкочастотных гармоник в поле мощной амплитудно-модулированной волны. Акуст. ж., 1977, *23*, 5, 797—804.
2. *Новиков Б. К., Руденко О. В., Чиркин А. С.* О синтезе характеристик параметрического излучателя по спектру низкочастотного шума. Второе Всесоюзное научно-техническое совещание «Нелинейная гидроакустика-76». Таганрог, 1976, 15.
3. *Foote K. G.* Wideband responce of parametric acoustic array. 1973 — Symposium of finite amplitude wave effects in fluids. Copenhagen, 1973, 2.4, 145—150.
4. *Зарембо Л. К., Чунчузов И. П.* Параметрическая трансформация характеристики направленности дипольного источника мощного акустического шума. Вестник МГУ. Серия физика, астрономия, 1978, *19*, 4, 120—124.
5. *Westervelt P. J.* Parametric acoustic array. J. Acoust. Soc. America, 1963, *35*, 4, 535—537.
6. *Малахов А. Н.* Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М., «Советское радио», 1978.
7. *Малахов А. Н.* Флуктуация в автоколебательных системах. М., «Наука», 1968.
8. *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику, ч. 1, М., «Наука», 1976.
9. *Гурбатов С. Н.* Детектирование сигналов со случайной фазовой модуляцией в нелинейной недиспергирующей среде. Изв. вузов. Радиофизика, 1977, *20*, 5, 796—798.
10. *Гурбатов С. Н., Малахов А. Н.* О статистических характеристиках случайных квазимонохроматических волн в нелинейных средах. Акуст. ж., 1977, *23*, 4, 569—575.

Горьковский государственный
университет им. Н. И. Лобачевского

Поступила
11 июля 1979 г.