

УДК 534.212—16

**О НЕРЕЗОНАНСНОМ ПРОХОЖДЕНИИ ЗВУКА  
ЧЕРЕЗ ПРЯМОУГОЛЬНУЮ ПЛАСТИНУ**

*Ю. А. Гурович*

Рассмотрены энергетические характеристики прохождения шума через прямоугольную пластину. Получены расчетные формулы для коэффициента звукопроницаемости пластины и соответственного коэффициента потерь энергии помещения вследствие колебаний пластины по тем формам, собственные частоты которых расположены вне анализируемой полосы частот (нерезонансным формам). Расчет звукоизоляции перегородки с помощью статистического энергетического метода при использовании полученных формул показал лучшее совпадение с экспериментальными результатами в области низких звуковых частот, чем при описании нерезонансного прохождения по закону массы.

Рассмотрение задачи о звукоизоляции прямоугольной пластины при воздействии широкополосного воздушного шума показало [1], что передача звуковой энергии различными формами колебаний пластины зависит от того, расположены их собственные частоты внутри анализируемой полосы частот (так называемые резонансные формы) или вне ее (нерезонансные формы). Соответственно различают резонансное и нерезонансное прохождение звука через пластину, причем последнее играет существенную роль в области докритических звуковых частот, где излучение звука резонансными изгибными формами колебаний пластины относительно мало. Ранее предполагалось [2], что нерезонансное прохождение описывается известным в теории звукоизоляции безграничных пластин законом массы. В работе [1] показано, однако, что нерезонансное прохождение звука через пластины конечных размеров значительно меньше, чем предписывается законом массы.

Для определения соответственного коэффициента звукопроницаемости тонкой прямоугольной пластины при воздействии диффузного звукового поля воспользуемся формулой [1]

$$(1) \quad \tau = \frac{64\rho c}{\pi^5} \sum_{(m)} \sum_{(n)} \frac{A_{mn} \operatorname{Re} Z_{mnmn}}{|Z_{mn} + Z_{mnmn}|^2},$$

где

$$(2) \quad A_{mn} = \frac{1}{4m^2n^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{[1 - (-1)^m \cos \alpha][1 - (-1)^n \cos \beta]}{[(\alpha/m\pi)^2 - 1]^2 [(\beta/n\pi)^2 - 1]^2} \sin 2\theta d\theta d\varphi,$$

$$(3) \quad Z_{mnmn} = \frac{4\rho c}{i\pi} \int_0^{\mu_2} \int_0^{\mu_1} \left[ \left(1 - \frac{u_1}{\mu_1}\right) \cos \frac{m\pi u_1}{\mu_1} + \frac{1}{m\pi} \sin \frac{m\pi u_1}{\mu_1} \right] \times \\ \times \left[ \left(1 - \frac{u_2}{\mu_2}\right) \cos \frac{n\pi u_2}{\mu_2} + \frac{1}{n\pi} \sin \frac{n\pi u_2}{\mu_2} \right] \frac{\exp(i\sqrt{u_1^2 + u_2^2})}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}} du_1 du_2,$$

$Z_{mn} = -i\omega M(1 - \omega_{mn}^2/\omega^2)$  — механический импеданс  $m$ - $n$ -й формы колебаний пластины с собственной частотой  $\omega_{mn}$ ,  $Z_{mnmn}$  — импеданс излучения данной формы,  $\rho$ ,  $c$  и  $k = \omega/c$  — плотность, скорость звука и волновое число в воздухе,  $\omega$  — круговая частота,  $M$  — масса единицы площади пластины размером  $l_1 \times l_2$ ,  $\varphi$  и  $\theta$  — углы падения звуковых волн на пластину,  $\alpha = \mu_1 \cos \varphi \sin \theta$ ,  $\beta = \mu_2 \sin \varphi \sin \theta$ ,  $\mu_1 = kl_1$ ,  $\mu_2 = kl_2$ .

Интегрирование в формулах (2) и (3) выполнимо лишь численными методами. Поэтому с целью получения аналитических выражений для  $\tau$  рассмотрим асимптотическое поведение функций  $A_{mn}$  и  $Z_{mnmn}$ . В низкочастотной области ( $\omega < c/l_{\max}$ , где  $l_{\max}$  — наибольшее из  $l_1$  и  $l_2$ ), разлагая экспоненциальный множитель подынтегрального выражения формулы (3) в степенной ряд и удерживая только первый его член, после интегрирования получим

$$(4) \quad \operatorname{Re} Z_{mnmn} = \frac{16\rho c \mu_1 \mu_2}{\pi^5 m^2 n^2} [1 - (-1)^m][1 - (-1)^n] =$$

$$= \begin{cases} \frac{64\rho c \mu_1 \mu_2}{\pi^5 m^2 n^2}; & m, n \text{ — нечетные} \\ 0; & m \text{ и/или } n \text{ — четные} \end{cases} \quad \text{при } \omega < c/l_{\max},$$

$$(5) \quad \operatorname{Im} Z_{mnmn} = -\frac{4\omega\rho}{\pi} \left( l_1 \operatorname{arsh} \frac{l_2}{l_1} + l_2 \operatorname{arsh} \frac{l_1}{l_2} \right) \quad \text{при } \omega \rightarrow 0.$$

При том же условии знаменатель подынтегрального выражения в формуле (2) мало отличается от единицы и интегрирование дает

$$(6) \quad A_{mn} = \frac{\pi}{2m^2 n^2} [1 - (-1)^m][1 - (-1)^n] =$$

$$= \begin{cases} \frac{2\pi}{m^2 n^2}; & m, n \text{ — нечетные} \\ 0; & m \text{ и/или } n \text{ — четные} \end{cases} \quad \text{при } \omega < c/l_{\max}.$$

При рассмотрении нерезонансного прохождения ( $\tau_{\text{пр}}$ ) суммирование в формуле (1) следует производить только по нерезонансным формам колебаний пластины. При этом, как следует из выражений (4) и (6), в области низких частот достаточно учесть нерезонансные формы лишь с нечетными индексами  $m$  и  $n$ .

Рассмотрим вклад основной формы колебаний  $m=n=1$  в коэффициент звукопроницаемости при условии  $\omega_{11} < \omega < c/l_{\max}$ , учитывая, что при этом  $Z_{11} \approx -i\omega M$ . Из формул (1), (4) — (6) получим

$$(7) \quad \tau_{11} = \frac{64\rho c A_{11} \operatorname{Re} Z_{1111}}{\pi^5 |Z_{11} + Z_{1111}|^2} =$$

$$= \frac{(2^{11}/\pi^9) \mu_1 \mu_2}{\left\{ \frac{\omega}{2\rho c} \left[ M + \frac{4\rho}{\pi} \left( l_1 \operatorname{arsh} \frac{l_2}{l_1} + l_2 \operatorname{arsh} \frac{l_1}{l_2} \right) \right] \right\}^2 + \left( \frac{2}{\pi} \right)^{10} \mu_1^2 \mu_2^2}.$$

В большинстве практических случаев выражение (7) может быть значительно упрощено, так как оказывается возможным пренебречь величиной импеданца излучения по сравнению с величиной механического импеданца пластины в знаменателе:

$$(8) \quad \tau_{11} \approx \frac{2^{13} \rho^2 S}{\pi^9 M^2},$$

где  $S = l_1 l_2$  — площадь пластины. Можно показать далее, что в рассматриваемой области частот суммирование по нерезонансным формам дает ре-

зультат, пренебрежимо мало отличающийся от получаемого по формуле (8), что подтверждается также данными численного анализа, выполненного в работе [1]. Таким образом, в области низких частот коэффициент звукопроницаемости  $\tau_{np} \approx \tau_{11}$  определяется в соответствии с выражением (8) материалом и размерами пластины и не зависит от частоты.

В области высоких частот ( $\omega \gg \pi l_1 c / l_1$ ,  $\omega \gg \pi l_2 c / l_2$ ) для форм с достаточно низкими собственными частотами (так называемых низкочастотных форм), которые практически полностью определяют нерезонансное прохождение звука через пластину [1], выполняются соотношения  $\operatorname{Re} Z_{mnmn} \approx 2\rho c$ ,  $\operatorname{Im} Z_{mnmn} \approx 0$ ,  $Z_{mn} \approx -i\omega M$ . Суммирование по этим формам дает

$$(9) \quad \tau_{np} \approx \frac{64\rho c}{\pi^5} \frac{2\rho c}{(\omega M)^2 + (2\rho c)^2} \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q A_{mn} =$$

$$= \left(\frac{2}{\pi}\right)^5 \left[ \left(\frac{\omega M}{2\rho c}\right)^2 + 1 \right]^{-1} \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q A_{mn}$$

при  $\omega \gg \pi l_1 c / l_1$ ,  $\omega \gg \pi l_2 c / l_2$ . Интересно отметить, что сомножитель в квадратных скобках в выражении (9) соответствует закону массы для нормального падения звуковых волн на пластину. Интеграл, сходный с выражением (2), изучался в работе [3]. Используя результаты этой работы в указанной области частот, можно получить

$$(10) \quad A_{mn} = \frac{\pi^6}{8\mu_1\mu_2} \quad \text{при } \mu_1 \gg \pi l, \mu_2 \gg \pi l.$$

Расчет по формуле (10) дает хорошее совпадение с точным значением по формуле (2). Поскольку  $A_{mn}$  по (10) не зависит от номера формы, суммирование в формуле (9) сводится к умножению выражения (10) на количество нерезонансных форм  $N(\omega_{pq})$ , для которых  $\operatorname{Re} Z_{mnmn} \approx 2\rho c$ . Для этих форм изгибные волновые числа меньше волнового числа в среде, откуда легко найти:  $\omega_{pq} < \omega^2 / \omega_{кр}$ , где  $\omega_{кр}$  — круговая критическая частота пластины. Так как количество собственных частот, лежащих ниже частоты  $\omega$ , есть  $N(\omega) = \omega \omega_{кр} S / (4\pi c^2)$  [4], то  $N(\omega_{pq}) = \omega^2 S / (4\pi c^2)$ .

Подставив  $A_{mn} \cdot N(\omega_{pq})$  в формулу (9), получим

$$(11) \quad \tau_{np} = \left[ 1 + \left(\frac{\omega M}{2\rho c}\right)^2 \right]^{-1}$$

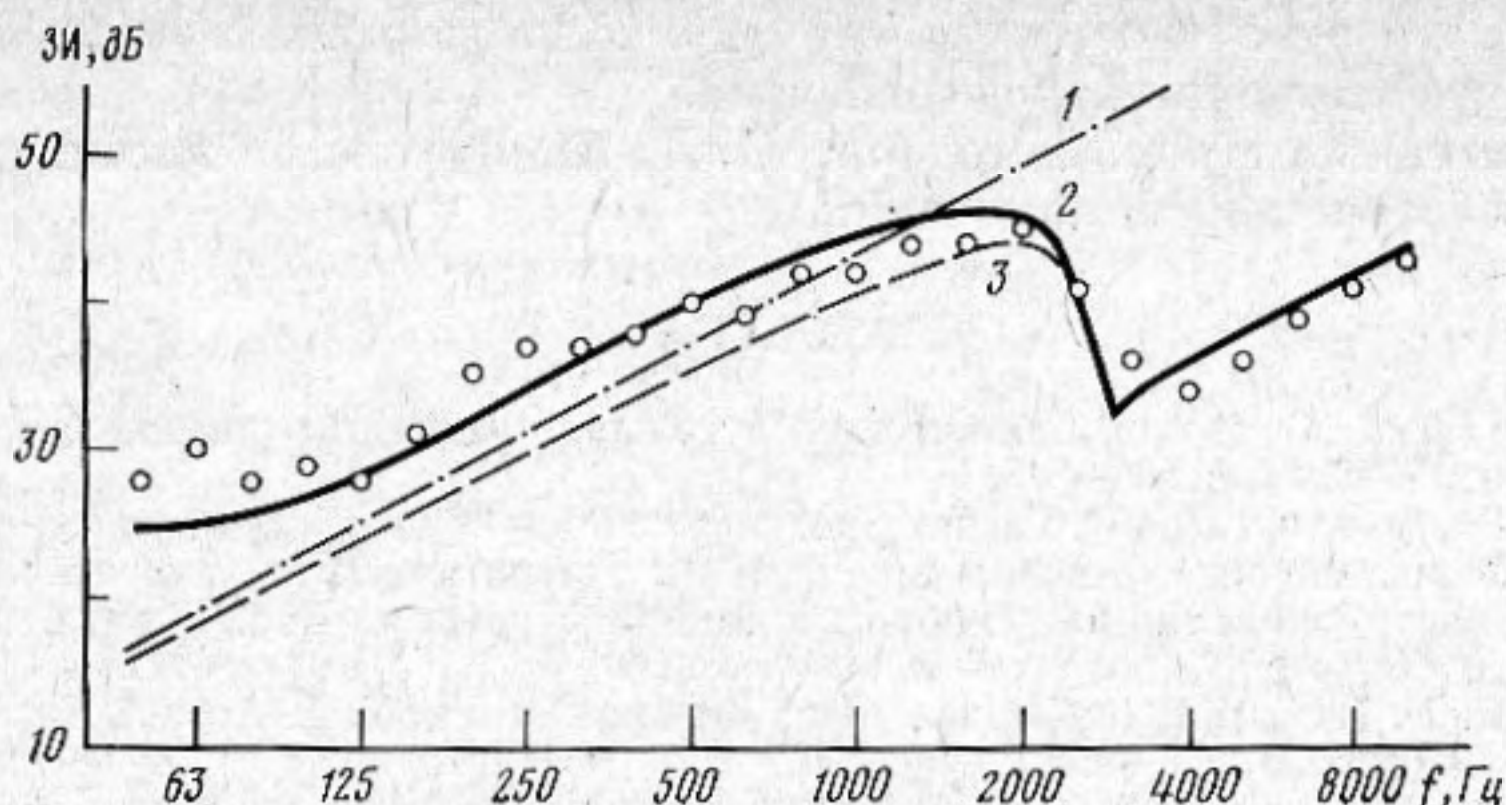
при  $\omega \gg \pi l_1 c / l_1$ ,  $\omega \gg \pi l_2 c / l_2$ .

Таким образом, на высоких частотах нерезонансное прохождение звука через пластину в диффузном звуковом поле подчиняется закону массы для нормального падения волн. Результаты расчетов, приведенные в работе [1], показывают, что зависимость (11) выполняется начиная с частоты, примерно в десять раз меньшей критической частоты пластины.

В промежуточной области частот  $c/l_{\max} < \omega < \omega_{кр}/10$  коэффициент  $\tau_{np}$  удовлетворительно аппроксимируется функцией вида  $(A + B\omega^2)^{-1}$ , так что, используя выражения (8) и (11), окончательно можно получить

$$(12) \quad \tau_{np}^{-1} \approx \begin{cases} \frac{\pi^9}{2^{13}} \frac{M^2}{\rho^2 S} \left[ 1 - \left(\frac{10\omega}{\omega_{кр}}\right)^2 \right] + \left(\frac{\omega M}{2\rho c}\right)^2 & \text{при } \omega_{11} < \omega \leq \omega_{кр}/10; \\ \left(\frac{\omega M}{2\rho c}\right)^2 & \text{при } \omega \geq \omega_{кр}/10. \end{cases}$$

При расчетах звукоизоляции [2], а также акустического излучения и возбуждения [5] ограждающих конструкций с помощью статистического



Звукоизоляция стальной переборки: 1 — закон массы для диффузного звукового поля, 2 — расчет с использованием формулы (14), 3 — расчет с использованием формулы (15), O — измерение

энергетического метода одним из основных параметров является коэффициент нерезонансных потерь энергии за счет связи смежных помещений через разделяющую их конструкцию. Если выполняются условия, необходимые для статистической трактовки акустических процессов [6], то указанный коэффициент связан с нерезонансным коэффициентом звукопроницаемости соотношением

$$(13) \quad \eta_{np} = \frac{cS}{4\omega V} \tau_{np},$$

где  $S$  — площадь конструкции,  $V$  — объем исходного помещения. Подставляя выражение (12) в (13), получим расчетную формулу для коэффициента нерезонансных потерь связи:

$$(14) \quad \eta_{np} = \frac{\rho^2 c^3 S}{8\pi^3 M^2 V f} \times \begin{cases} \left\{ \frac{\pi^7 c^2}{2^{18} S} \left[ 1 - \left( \frac{10f}{f_k} \right)^2 \right] + f^2 \right\}^{-1} & \text{при } f_{11} < f \leq \frac{f_{кр}}{10}; \\ \frac{1}{f^2} & \text{при } f \geq \frac{f_{кр}}{10}; \end{cases}$$

где  $f = \omega / (2\pi)$ ,  $f_{11} = \omega_{11} / (2\pi)$ ,  $f_{кр} = \omega_{кр} / (2\pi)$ .

Для сравнения приведем формулу для данного коэффициента, определенного в явном виде в соответствии с законом массы для пластины в диффузном звуковом поле на основании работы [2]:

$$(15) \quad \eta_{np}^* = \rho^2 c^3 S (2\pi^3 M^2 V f^3).$$

На фигуре результаты измерений звукоизоляции одиночной стальной переборки сравниваются с результатами расчетов по формулам работы [2] с использованием зависимостей (14) и (15). Переборка имела толщину 4 мм, размеры в плане  $2,4 \times 2,1$  м и три ребра жесткости (полособульб № 6) на расстоянии 600 мм. Коэффициент излучения пластины рассчитывался с учетом наличия ребер по данным работы [7]. При расчетах использованы измеренные значения коэффициента внутренних потерь переборки, находившиеся в пределах  $2 \cdot 10^{-3} - 8 \cdot 10^{-3}$ . Экспериментальные результаты существенно отличаются от расчетных с использованием выражения (15) на частотах ниже критической (для данной переборки

3000 Гц), что отмечено и в работе [2], тогда как применение формулы (14) дает удовлетворительное совпадение.

В заключение автор благодарит Е. Л. Шендерова за постоянное внимание к работе и ценные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гурович Ю. А. О звукоизоляции прямоугольной пластины на низких частотах. Акуст. ж., 1978, 24, 4, 508—515.
2. Крокер, Баттачария, Прайс. Расчет прохождения звука и вибраций через перегородки и соединительные стержни при помощи статистического энергетического метода. Конструирование и технология машиностроения. Пер. с англ. 1971, 93В, 3, 11—18.
3. Wallace C. E. Radiation Resistance of a Rectangular Panel. J. Acoust. Soc. America, 1972, 51, 3 (part 2), 946—952.
4. Никифоров А. С., Будрин С. В. Распространение и поглощение звуковой вибрации на судах. Л., «Судостроение», 1968.
5. Гурович Ю. А. Расчет виброакустических характеристик ограждающих конструкций. В сб. Звукоизолирующие и звукопоглощающие конструкции в практике борьбы с шумом. Ленингр. дом научно-техн. пропаганды, 1977, 29—32.
6. Фурдеев В. В. Электроакустика. М.—Л., Гостехтеориздат, 1948.
7. Maidanik G. Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustik Fields. J. Acoust. Soc. America, 1962, 34, 6, 809—826.

Поступила  
11 июня 1979 г.