

УДК 534.2:532

## К ТЕОРИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО САМОВОЗБУЖДЕНИЯ ЗВУКА: УСИЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

*А. А. Андронов, А. Л. Фабрикант*

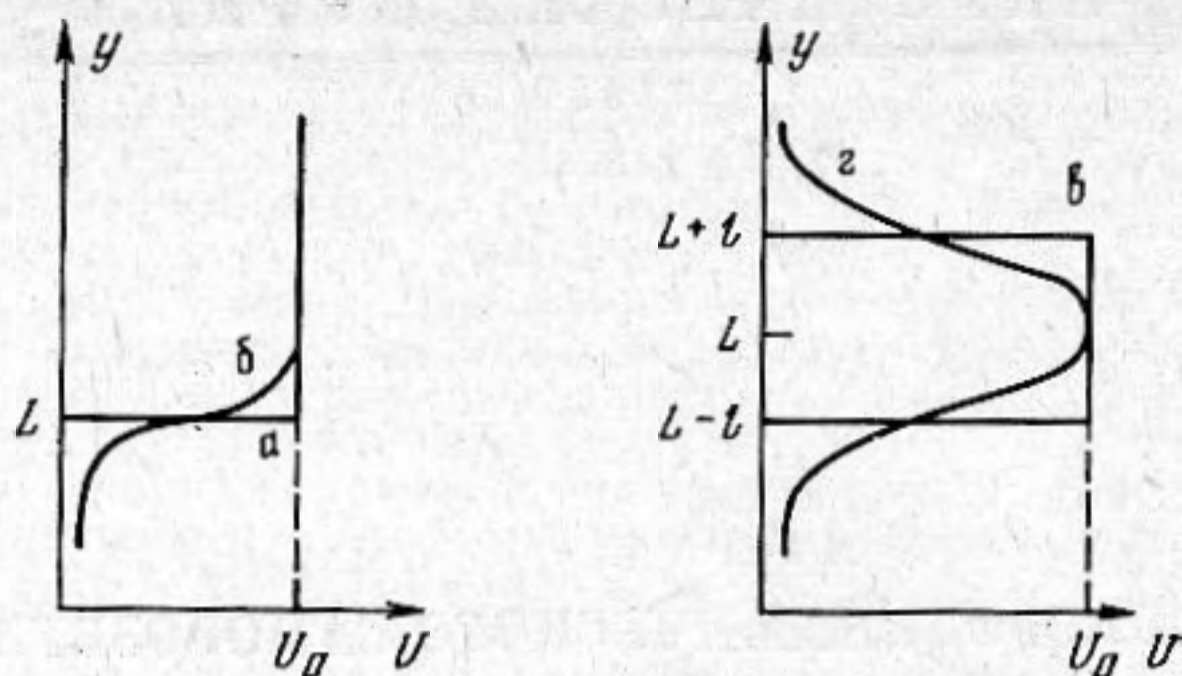
Найден коэффициент отражения монохроматических возмущений давления от плоскопараллельного потока. Это позволяет рассчитать влияние потока на акустическую поверхностную волну (свисток бегущей волны), исследовать резонансный механизм усиления поверхностной волны синхронными с ней частицами потока.

Аэродинамическую генерацию звука и других волновых движений в гидродинамике связывают часто с их возбуждением из-за нестационарного движения вихрей в воздушном потоке. Сюда относятся механизм Лайтхилла генерации звука турбулентностью [1], механизм Филлипса возбуждения волн на воде турбулентным ветром [2] и работы по возбуждению акустических резонаторов движущимися вихрями [3–5]. Однако такой способ возбуждения звука не подходит для объяснения самовозбуждения свистков и других генераторов звука (органный труба, флейта и др.). Будучи автоколебательной системой, свисток возбуждается за счет положительной обратной связи, возникающей при взаимодействии звукового поля с потоком газа.

Необходимость механизма обратной связи (отрицательного трения) осознана давно [6, 7]. Однако исследования, посвященные аналитическому расчету отрицательного трения в свистках по существу отсутствуют. В настоящей работе мы рассчитаем величину отрицательного трения в свистке бегущей волны, когда акустическая поверхностная волна возбуждается потоком газа. Экспериментальное исследование такого свистка обсуждалось в работе [8].

Для свистка бегущей волны величина обратной связи определяется коэффициентом отражения возмущений давления, связанных с поверхностной волной, от плоскопараллельного потока. Рассмотрим поэтому взаимодействие малых возмущений давления с неоднородным движущимся потоком невязкого газа. Будем считать невозмущенное течение плоскопараллельным с профилем скорости  $\mathbf{V} = (U(y), 0, 0)$  и рассмотрим двумерные возмущения, гармонические по  $x$  и  $t$  ( $\sim \exp(i\omega t - ikx)$ ). Уравнения для амплитуд возмущений скорости  $\mathbf{v} = (u, v, 0)$  и давления  $p$  в баротропной жидкости при отсутствии стратификации имеют вид

$$(1) \quad \begin{aligned} i(\omega - kU)u + v \frac{dU}{dy} - \frac{ik}{\rho_0} p &= 0, \\ i(\omega - kU)v + \frac{1}{\rho_0} \frac{dp}{dy} &= 0, \\ \frac{i(\omega - kU)}{\rho_0 c^2} p + \frac{dv}{dy} - iku &= 0, \end{aligned}$$



Фиг. 1. Профили скорости плоскопараллельных течений: тангенциальный разрыв (а), слой сдвига (б), струи с кусочно-постоянным (в) и непрерывным (г) профилями

где  $c$  — скорость звука,  $\rho_0$  — невозмущенная плотность. Отсюда можно получить уравнение для амплитуды давления:

$$(2) \quad \frac{d^2 p}{dy^2} - \frac{2}{U - \omega/k} \frac{dU}{dy} \frac{dp}{dy} + k^2 \left[ \frac{(U - \omega/k)^2}{c^2} - 1 \right] p = 0.$$

Пусть невозмущенное течение расположено так, что в нижней полуплоскости (при  $y \rightarrow -\infty$ ) скорость  $U \rightarrow 0$ , а в верхней (при  $y \rightarrow +\infty$ )  $U \rightarrow U_0 = \text{const}$  (либо  $U \rightarrow 0$ ). Будем считать, что источники возмущений находятся лишь при  $y \rightarrow -\infty$ . В этом случае при  $y \rightarrow +\infty$  решение уравнения (2) должно иметь вид

$$(3) \quad p = D \exp[-\eta(\omega, k)y],$$

где  $\eta(\omega, k) = [k^2 - (\omega - kU_0)^2/c^2]^{1/2}$  — двузначная функция, ветвь которой выбираем из условия  $\text{Re } \eta > 0$  (а при  $\text{Re } \eta = 0$  — из условия излучения).

В нижней полуплоскости при  $y \rightarrow -\infty$  будем аналогично иметь

$$(4) \quad p = G \exp(\kappa y) + H \exp(-\kappa y),$$

где  $\kappa(\omega, k) = [k^2 - \omega^2/c^2]^{1/2}$ ,  $\text{Re } \kappa > 0$ . Коэффициент отражения  $r(\omega, k) = G/H$ , характеризующий воздействие потока на малые возмущения, понадобится нам при исследовании взаимодействия поверхностных волн с потоком.

Найдем прежде всего коэффициент отражения  $r$  для разрывных профилей скорости (кривые  $a$  и  $b$  на фиг. 1). Здесь скорость кусочно-постоянна и изменяется скачком на границах. На тангенциальных разрывах скорости должны быть непрерывны амплитуды давления и вертикального (по координате  $y$ ) смещения [9]. Поскольку вне разрывов течение однородно, то с учетом граничного условия (3) при  $y \rightarrow +\infty$  нетрудно провести сшивание экспоненциальных решений уравнения (2) (при  $U = \text{const}$ ) на разрывах и получить для вихревой целины (фиг. 1, а)

$$(5) \quad r(\omega, k) = \frac{(\omega - kU_0)^2/\eta - \omega^2/\kappa}{(\omega - kU_0)^2/\eta + \omega^2/\kappa}$$

и для струи с резкими границами ( $b$  на фиг. 1)

$$(6) \quad r = \frac{[(\omega - kU_0)^4 \eta^{-2} - \omega^4 \kappa^{-2}] \text{th } \eta b}{2\omega^2 (\omega - kU_0)^2 \kappa^{-1} \eta^{-1} + [(\omega - kU_0)^4 \eta^{-2} + \omega^4 \kappa^{-2}] \text{th } \eta b},$$

где  $b$  — ширина струи. Отметим, что условие  $r(\omega, k) = 0$  — это условие существования собственных колебаний течения [10].

Расчет коэффициента отражения  $r$  для непрерывных профилей (кривые  $c$  и  $d$  на фиг. 1) скорости можно провести до конца аналитически,

если характерный размер течения мал по сравнению с длиной волны возмущения. В этом случае можно использовать метод сращиваемых асимптотических разложений [11] для нахождения решений уравнения (2).

Рассмотрим сначала узкий слой сдвига характерной ширины  $l$  (случай  $b$  на фиг. 1), находящийся в окрестности  $y=0$ , т. е. будем считать, что вне узкой области ширины  $l$  скорость  $U=\text{const}$ . Кроме того, «хвосты» слоя сдвига мы будем считать экспоненциальными:

$$[U(y)-U_0] \propto \exp(-2|y|/l),$$

а профиль скорости примем монотонным:

$$U=U(y/l), \quad U(-\infty)=0, \quad U(+\infty)=U_0, \quad dU/dy > 0.$$

Считая малым параметр  $\mu=kl \ll 1$ , введем внешнюю  $\sigma$  и внутреннюю  $\xi$  переменные:

$$\sigma=ky, \quad \xi=y/l, \quad \sigma=\mu\xi.$$

Будем искать внешнее асимптотическое разложение, записав (2) в безразмерном виде:

$$\frac{d^2 p}{d\sigma^2} - p \left[ 1 - \frac{(U-\omega/k)^2}{c^2} \right] = \frac{2}{U(\sigma/\mu) - \omega/k} \frac{dU(\sigma/\mu)}{d\sigma} \frac{dp}{d\sigma}.$$

Правая часть в этом уравнении при  $\sigma \gg 1$  экспоненциально мала ( $\propto \exp(-2|\sigma|/\mu)$ ). Поэтому она не дает вклада в асимптотический ряд по степеням  $\mu$ . Учитывая граничные условия (3) и (4), получим приближение первого порядка по  $\mu$ :

$$p_1^+ = p_1(\sigma > 0) = D \exp(-\eta\sigma/k),$$

$$p_1^- = p_1(\sigma < 0) = G \exp(\kappa\sigma/k) + H \exp(-\kappa\sigma/k).$$

Выразим теперь решение через внутреннюю переменную  $\xi$  и возьмем приближение второго порядка по  $\mu$ :

$$(p_1^+)_2^i = D - \mu\xi \frac{\eta}{k} D + \mu^2 \xi^2 \frac{\eta^2}{2k^2} D,$$

$$(7) \quad (p_1^-)_2^i = G + H + \mu\xi \frac{\kappa}{k} (G - H) + \mu^2 \xi^2 \frac{\kappa^2}{2k^2} (G + H).$$

Теперь будем искать внутреннее разложение второго порядка, переписав уравнение (2) во внутренней переменной  $\xi$ :

$$(8) \quad \frac{d^2 p}{d\xi^2} - \frac{2}{U-\omega/k} \frac{dU}{d\xi} \frac{dp}{d\xi} = \mu^2 p \left[ 1 - \frac{(U-\omega/k)^2}{c^2} \right].$$

Положив правую часть нулем, найдем решение в квадратурах:

$$p = E + \mu F \int_0^\xi (U - \omega/k)^2 d\xi.$$

При  $\xi \gg 1$  второе слагаемое  $\sim \xi$ . Поэтому, имея в виду дальнейшее «сшивание» с внешним решением (7), это слагаемое взято с коэффициентом  $\mu$ . Второе приближение по  $\mu$  находим методом последовательных приближений, решая уравнение (8). В результате получаем внутреннее разложение второго порядка

$$p_2^i = E + \mu F \int_0^\xi (U - \omega/k)^2 d\xi +$$

$$+\mu^2 E \left\{ \int_0^{\xi} \left[ U(\tau) - \frac{\omega}{k} \right]^2 \int_0^{\eta} \frac{d\chi d\tau}{[U(\chi) - \omega/k]^2} - \frac{1}{c^2} \int_0^{\xi} \tau \left( U - \frac{\omega}{k} \right)^2 d\tau \right\}$$

Теперь после громоздких, но несложных преобразований можно выразить это внутреннее разложение через внешнюю переменную  $\sigma$  и оставить приближение первого порядка по  $\mu$ :

$$(9) \quad \begin{aligned} (p_2^i)_{-}^{+} &= E + \mu W_2^{+} F + \mu \xi \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^2 F + \\ &+ \mu^2 \xi \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^2 W_{-2}^{+} E + \frac{\mu^2 \xi^2 \eta^2}{2k^2} E, \\ (p_2^i)_{1}^{-} &= E - \mu W_2^{-} F + \mu \xi \left( \frac{\omega}{k} \right)^2 F - \mu^2 \xi \left( \frac{\omega}{k} \right)^2 W_{-2}^{-} E + \frac{\mu^2 \xi^2 \eta^2}{2k^2} E, \end{aligned}$$

где  $W_i^{\pm} = \pm \int_0^{\pm\infty} [(U - \omega/k)^i - (U(\pm\infty) - \omega/k)^i] d\xi$ . Теперь «срачиваем» внут-

реннее и внешнее асимптотические разложения, т. е. просто приравниваем выражения (7) и (9). Получаем систему уравнений, связывающую коэффициенты с точностью первого порядка по  $\mu$ :

$$(10) \quad \begin{aligned} E + \mu W_2^{+} F &= D, \\ (F + \mu W_{-2}^{+} E) (U_0 - \omega/k)^2 &= -D\eta/k, \\ E - \mu W_2^{-} F &= G + H, \\ (F - \mu W_{-2}^{-} E) (\omega/k)^2 &= (G - H)\kappa/k. \end{aligned}$$

Отсюда легко найти отношение  $r = G/H$  в первом приближении по  $\mu$ :

$$(11) \quad r = \frac{\frac{(\omega - kU_0)^2}{\eta} - \frac{\omega^2}{\kappa} \left[ 1 + \mu \frac{k}{\eta} \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^2 (W_{-2}^{+} + W_{-2}^{-}) - \mu \frac{\eta}{k} \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^{-2} (W_2^{+} + W_2^{-}) \right]}{\frac{(\omega - kU_0)^2}{\eta} + \frac{\omega^2}{\kappa} \left[ 1 + \mu \frac{k}{\eta} \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^2 (W_{-2}^{+} + W_{-2}^{-}) - \mu \frac{\eta}{k} \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^{-2} (W_2^{+} + W_2^{-}) \right]}.$$

Аналогичным образом можно найти коэффициент отражения от тонкой струи, используя полуширину струи  $l = b/2$  в качестве малого параметра. Вычисления по методу срачиваемых разложений полностью эквивалентны приведенным выше для слоя сдвига, если положить  $U(+\infty) = U_0 = 0$ ,  $\xi = 2y/b$  и «внутренней» считать всю область струи. При этом из системы (10) мы получим при условии  $\mu = kl \ll 1$ :

$$(12) \quad r = \frac{\mu \left[ \frac{\kappa}{k} \left( \frac{\omega}{k} \right)^{-2} (W_2^{-} + W_2^{+}) - \frac{k}{\kappa} \left( \frac{\omega}{k} \right)^2 (W_{-2}^{+} + W_{-2}^{-}) \right]}{2 - \mu \left[ \frac{\kappa}{k} \left( \frac{\omega}{k} \right)^{-2} (W_2^{-} + W_2^{+}) - \frac{k}{\kappa} \left( \frac{\omega}{k} \right)^2 (W_{-2}^{+} + W_{-2}^{-}) \right]}.$$

При  $U = \text{const}$  получаем выражение (6) для коэффициента отражения от струи с резкими границами (надо учесть при этом, что  $\eta b \ll 1$ ).

Выражения (11) и (12) определяют, фактически, вклад в коэффициент отражения, который вносят узкие «склоны» профиля скорости  $U(y)$ . Этот вклад определяется интегралами  $W_i^\pm$  по всей области, занятой неоднородным движущимся потоком. Интегралы  $W_{-2}^\pm$  содержат, вообще говоря, полюса в подынтегральном выражении, соответствующие резонансным точкам  $y_c$ , где скорость потока совпадает с фазовой скоростью возмущений:  $U(y_c) = \omega/k$ . Обход этих полюсов (при действительном  $\omega/k$ ) по правилу Липша [10] определяет мнимую часть этих интегралов

$$(13) \quad \text{Im } \mu W_{-2}^\pm = \text{Im } k \int \frac{dy}{(U - \omega/k)^2} = k \sum \left[ \frac{\pi d^2 U / dy^2}{|dU/dy|^3} \right]_{y=y_c},$$

где сумма берется по всем резонансным точкам  $y_c$ .

Прежде чем перейти к исследованию поверхностных волн, заметим, что величина  $r(\omega, k)$  представляет собой коэффициент отражения от потока плоской звуковой волны, падающей под углом  $\theta$  ( $\sin \theta = ck/\omega$ ), если положить (см. решения (3) и (4))

$$\kappa(\omega, k) = i[(\omega/c)^2 - k^2]^{1/2},$$

$$\eta(\omega, k) = \begin{cases} i[(\omega - kU_0)^2/c^2 - k^2]^{1/2} & \text{при } \sin \theta < c/(U_0 + c), \\ [k^2 - (\omega - kU_0)^2/c^2]^{1/2} & \text{при } c/(U_0 + c) < \sin \theta < c/(U_0 - c), \\ -i[(\omega - kU_0)^2/c^2 - k^2]^{1/2} & \text{при } \sin \theta > c/(U_0 - c). \end{cases}$$

Такие граничные условия для преломленной волны в сверхзвуковом потоке соответствуют условию излучения (групповая скорость направлена от слоя сдвига) [11]. В частности, в диапазоне углов падения  $c/U_0 < \sin \theta < c/(U_0 - c)$ , соответствующих углам полного отражения ( $|r| = 1$ ) от тангенциального разрыва, выражение (11) дает нам коэффициент отражения от слоя сдвига

$$r = \frac{\frac{(\omega - kU_0)^2}{|\eta|} + i \frac{\omega^2}{|\kappa|} \left[ 1 + \mu \frac{k}{|\eta|} \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^2 (W_{-2}^+ + W_{-2}^-) - \mu \frac{|\eta|}{k} \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^{-2} (W_2^+ + W_2^-) \right]}{\frac{(\omega - kU_0)^2}{|\eta|} - i \frac{\omega^2}{|\kappa|} \left[ 1 + \mu \frac{k}{|\eta|} \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^2 (W_{-2}^+ + W_{-2}^-) - \mu \frac{|\eta|}{k} \left( U_0 - \frac{\omega}{k} \right)^{-2} (W_2^+ + W_2^-) \right]}$$

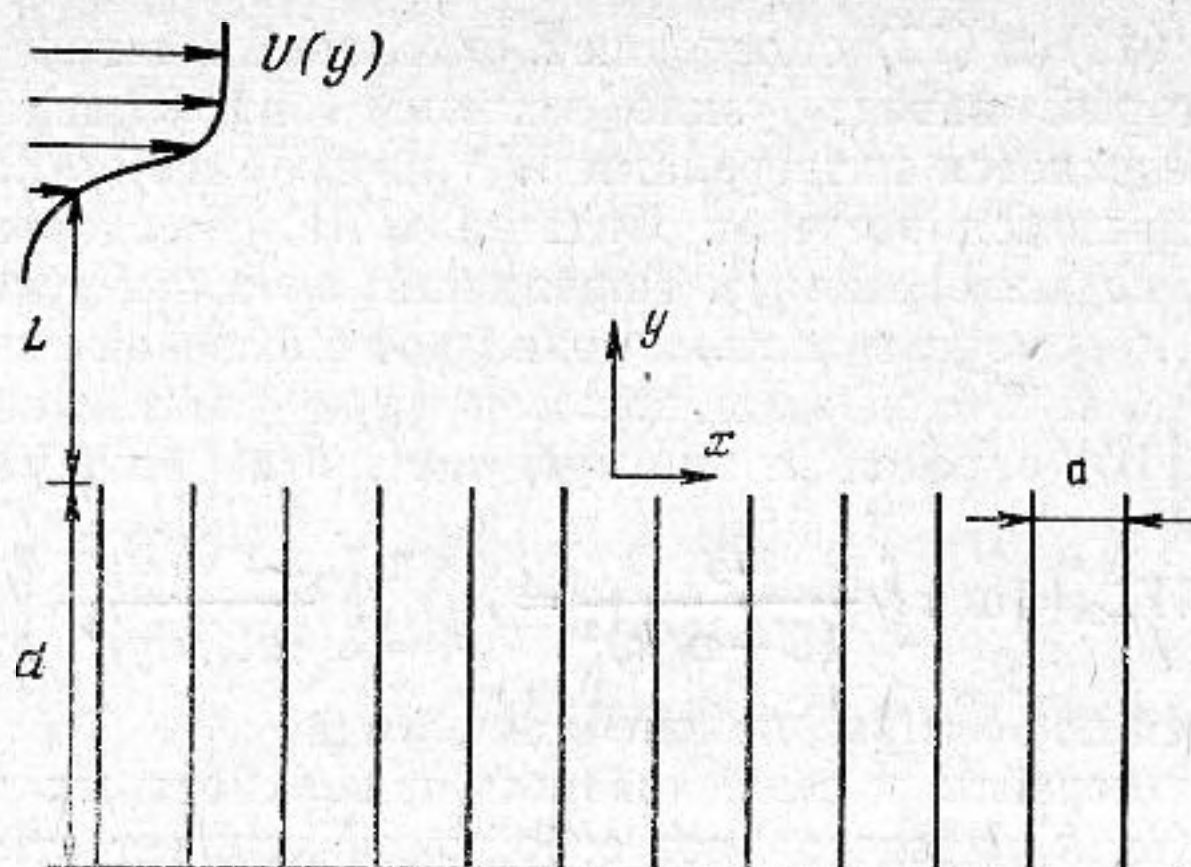
Отсюда видно, что усиление (поглощение) звука при отражении определяется мнимой частью интегралов  $W_i^\pm$ , т. е. (учитывая (13))

$$(1 - |r|^2) \propto \text{Im } \mu (W_{-2}^+ + W_{-2}^-) \propto \sum \left[ \frac{d^2 U / dy^2}{|dU/dy|^3} \right]_{y=y_c}.$$

Такая зависимость резонансного усиления от кривизны профиля скорости была получена в работе [11] для плоской звуковой волны, отраженной от модельного профиля скорости.

Рассмотрим теперь возбуждение гидродинамическим течением акустических замедленных поверхностных волн, распространяющихся вдоль акустических замедляющих структур [12]. Примером такой структуры является «гребенка» (см. фиг. 2). Распространение длинной поверхностной волны ( $ka \ll 1$ ) вдоль «гребенки» описывается поверхностным импедансом

$$(14) \quad Z = p(y = -L) / v(y = -L) = ic\rho_0 \text{ctg}(\omega d/c),$$



Фиг. 2. Свисток бегущей волны,  $U(y)$  — профиль скорости течения

где  $a$  и  $d$  — период и глубина «гребенки». Гидродинамический поток при  $y > 0$  может существенно влиять на поверхностную волну вдоль «гребенки». Поскольку при  $-L < y < 0$  скорость потока  $U = 0$ , то возмущение давления имеет вид (4). Используя импедансное условие (14) и значение коэффициента отражения  $r$  при  $y = 0$ , нетрудно получить дисперсионное уравнение для волн на замедляющей структуре при наличии потока:

$$(15) \quad Z_0 - i\rho_0\omega/k = r(\omega, k) (Z_0 + i\rho_0\omega/k) \exp(-2\kappa L).$$

Когда  $r = 0$ , это уравнение вырождается в дисперсионное уравнение свободной поверхностной волны.

Прежде чем обсуждать влияние потока на эту величину, заметим следующее. И при отсутствии замедляющей системы поток, вообще говоря, неустойчив. Эта неустойчивость собственных колебаний потока сохраняется и при наличии замедляющей системы. Мы же будем интересоваться неустойчивостью той моды системы «гребенка» — поток, которая близка к свободной поверхностной волне. Разделение двух мод колебаний становится очевидным, когда поток и поверхностная волна связаны слабо, например, вследствие удаленности потока от замедляющей системы ( $kL \gg 1$ ), поскольку коэффициент отражения входит в дисперсионное уравнение (15) с коэффициентом  $\exp(-2\kappa L)$ .

Рассмотрим прежде всего влияние кусочно-однородного потока с разрывным профилем скорости (например, вихревой пелены) на поверхностную волну. В этом случае все собственные колебания потока неустойчивы, т. е. дисперсионное уравнение свободного потока  $r^{-1}(\omega, k) = 0$  не имеет действительных корней  $\omega < ck$  [10]. Поэтому дисперсионные кривые потока и поверхностной волны не пересекаются ни при каких действительных  $\omega$  и  $k$ , что могло бы привести, за счет их связи, к неустойчивости поверхностной волны (подобной «гидродинамической» неустойчивости плазменных волн в плазме с потоком [13, 14]). Коэффициент отражения  $r(\omega, k)$  действителен при действительных  $k$ ,  $\omega < ck$ , так что малая связь волны с потоком лишь мало изменяет фазовую скорость поверхностной волны и не приводит к ее неустойчивости.

Иная ситуация возникает для потоков с размытым профилем скорости. Из-за наличия резонансного слоя, где  $U(y_c) = \omega/k$ , коэффициент отражения становится комплексным при  $\omega < ck$ . Нетрудно найти из (15) инкремент возникающей при этом неустойчивости поверхностной волны, если ее связь с потоком мала:

$$(16) \quad \gamma = -\text{Im } \omega = \frac{2\omega \exp(-2\kappa L)}{1 + (ik/\rho_0) \partial z(\omega, k) / \partial \omega} \text{Im } r(\omega, k) = \\ = \frac{2\omega \exp(-2\kappa L) \text{Im } r(\omega, k)}{1 + kd \sin^{-2}(\omega d/c)}$$

Как видно из выражений (11), (12), (13), мнимая часть коэффициента отражения определяется кривизной профиля скорости в резонансном слое:  $\text{Im } r \sim [-d^2U/dy^2 |dU/dy|^{-3}]_{y=y_c}$ . В результате получаем, что выпуклые участки профиля ( $d^2U/dy^2 < 0$ ) усиливают синхронные с ними поверхностные волны, а вогнутые ( $d^2U/dy^2 > 0$ ) — поглощают. Это условие усиления эквивалентно условию майлсовской неустойчивости ветровых волн на воде [15].

Связь инкремента с кривизной профиля допускает простую физическую интерпретацию [14]. Именно знак второй производной профиля скорости на резонансном уровне определяет соотношение числа резонансных частиц, обгоняющих волну, и частиц отстающих. Если в окрестности резонансного уровня обгоняющих частиц больше, то волна усиливается, отбирая энергию от потока в этой окрестности.

Действительно, рассмотрим функцию распределения частиц плоскопараллельного потока по скоростям — число частиц на единицу площади в единичном интервале скоростей:

$$f(U) = dy/dU = (dU/dy)^{-1}.$$

Соотношение между числом обгоняющих и отстающих частиц определяется производной величины  $f$  по скорости  $U$ :  $df/dU = -(d^2U/dy^2 |dU/dy|^{-3})$ , т. е. пропорционально  $(-d^2U/dy^2)$ . Эта связь усиления (затухания) волны с производной функции распределения частиц по скоростям  $df/dU$  вполне аналогична условию кинетической неустойчивости плазменных волн [13]. Такая аналогия естественна, поскольку оба механизма неустойчивости определяются резонансными частицами, движущимися со скоростью, равной фазовой скорости волны.

Функцию распределения  $f(U)$  нетрудно найти в явном виде для некоторых частных профилей скорости [14]. В частности, для струи с профилем  $U(y) = U_0 \text{ch}^{-2}(2y/b)$  нетрудно получить

$$f(U) = -\frac{b}{U(1-U/U_0)^{3/2}} \quad \frac{df}{dU} = \frac{b(1-3U/2U_0)}{U^2(1-U/U_0)^{5/2}}$$

Отсюда, учитывая (11), (13) и (16), получим инкремент резонансного усиления струй поверхностной волны на «гребенке»

$$\gamma = \frac{4\pi\omega k^2 b \kappa \left(1 - \frac{\omega}{kU_0}\right)^{3/2} \left(\frac{3\omega}{2kU_0} - 1\right) \exp(-2\kappa L)}{\left[1 + kd \sin^{-2}\left(\frac{\omega d}{c}\right)\right] \left[4\kappa^2 \left(1 - \frac{\omega}{kU_0}\right)^3 + (\pi k^2 b)^2 \left(1 - \frac{3\omega}{2kU_0}\right)^2\right]}$$

Итак, усиление поверхностных волн потоком определяется деталями профиля скорости и лишь малая часть потока — резонансный слой — может усиливать волну. И в этом случае никак нельзя добиться того, чтобы поток, слабо связанный с волной, весь как целое принимал участие в усилении. Этому препятствует непересечение дисперсионных кривых волны и потока.

Для преодоления этого препятствия следует перейти к возбуждению потоком системы конечных размеров, у которой пространственный спектр колебаний не является монохроматическим. Тогда собственные колебания

потока могли бы пересечься с «хвостами» этого спектра. Такая ситуация возникает при возбуждении потоком органной трубы или резонатора Гельмгольца.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Lighthill M. J.* On sound generated aerodynamically. Proc. Roy. Soc. London, 1952, A211, N 1107, 564–587.
2. *Phillips O. M.* On the generation of waves by turbulent wind. J. Fluid Mech., 1957, 2, 3, 417–445.
3. *Блохинцев Д. И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.–Л., Гостехиздат, 1946.
4. *Howe M. S.* Contributions to the theory of aerodynamic sound with application to excess jet noise and the theory of the flute. J. Fluid Mech., 1975, 71, 4, 625–673.
5. *Panton R. L., Miller J. M.* Excitation of a Helmholtz resonator by a turbulent boundary layer. J. Acoust. Soc. America, 1975, 58, 4, 800–806.
6. *Релей.* Теория звука, II. М., Гостехиздат, 1955.
7. *Chanaud R. C.* Aerodynamic whistles. Sci. America, 1970, 222, 1, 40–46.
8. *Meyer E.* Neuere analogien zwischen acustischen und electromagnetischen schwingungen und wellenfeldern. 4-th Internat. Congr. Acoustics. Copenhagen, 1962. Congr. Repts., vol. 2, 139–156, Copenhagen, 1963.
9. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
10. *Берцов Р., Криминале В.* Вопросы гидродинамической устойчивости. М., «Мир», 1971.
11. *Фабрикант А. Л.* Резонансное взаимодействие звуковых волн с плоскопараллельным потоком. Акуст. ж., 1976, 22, 1, 107–114.
12. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М., «Наука», 1973.
13. *Михайловский А. В.* Теория плазменных неустойчивостей. М., Атомиздат, 1971.
14. *Андронов А. А., Фабрикант А. Л.* Затухание Ландау, ветровые волны и свисток. В сб. «Нелинейные волны» (под ред. А. В. Гапонова), М., «Наука», 1979.
15. *Miles J. W.* On the generation of surface waves by shear flows. J. Fluid Mech., 1957, 3, 2, 185–204.

Институт прикладной физики  
Академии наук СССР

Поступила  
20 декабря 1978 г.  
После исправления  
13 июля 1979 г.