АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVI 1980 Вып. 5

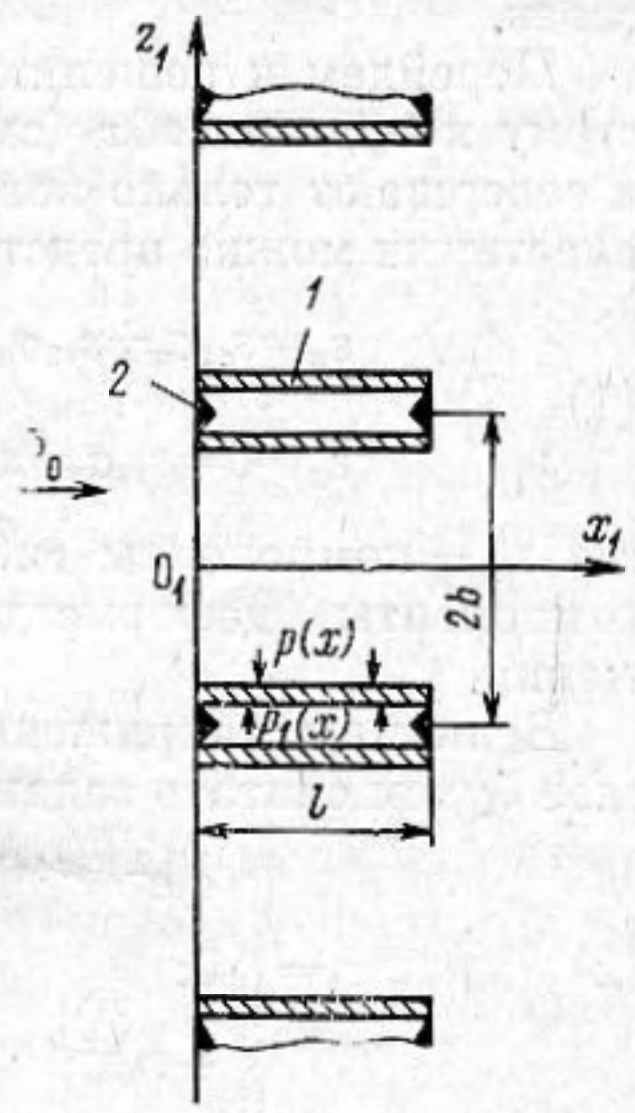
УДК 534.26

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ПРОХОЖДЕНИЯ ЗВУКА ЧЕРЕЗ РЕШЕТКУ С УПРАВЛЯЕМОЙ ПОДАТЛИВОСТЬЮ ЭЛЕМЕНТОВ

И. В. Вовк

Исследуется звукопрозрачность плоской периодической решетки из полых упругих брусьев при воздействии на стенки брусьев внешней нагрузки.

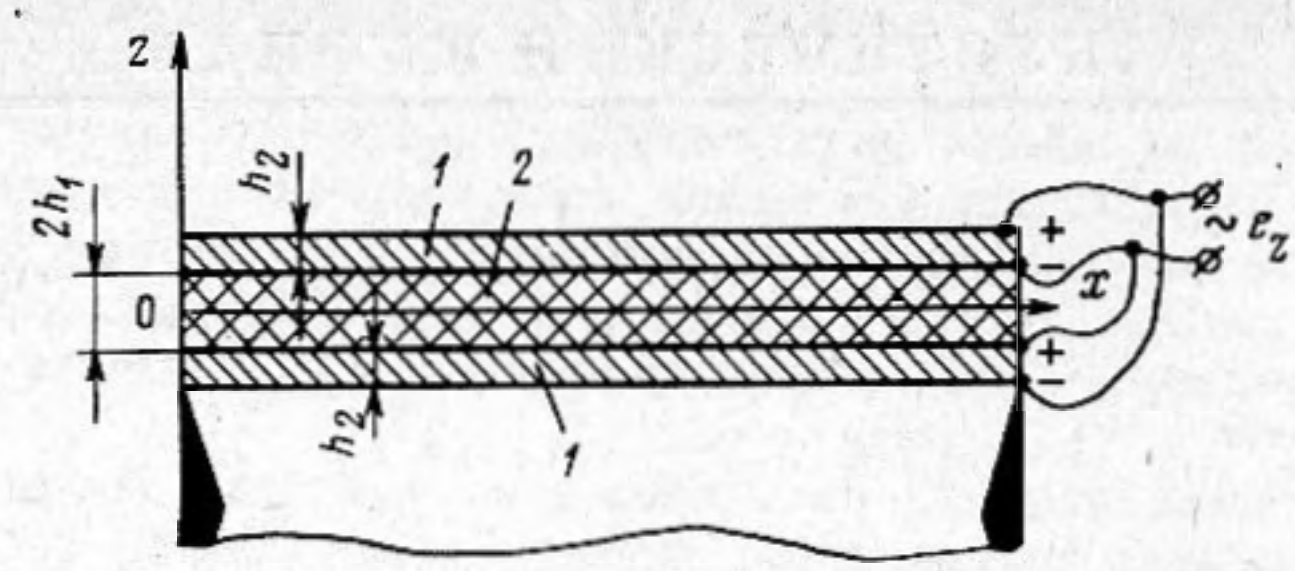
В работах [1—3] исследовались акустические свойства решеток, состоящих из полых упругих брусьев. Одним из важных свойств таких решеток является их низкая звукопрозрачность в области частот, близких к первой собственной частоте стенок брусьев f_1. Наличие указанного свойства упрощенно можно объяснить тем, что податливость стенок брусьев вблизи f_1 больше податливости (сжимаемости) среды, окружающей решетку. Таким образом, при прочих равных условиях величина податливости стенок брусьев определяет степень звукопрозрачности решетки и полосу частот, где звукопрозрачность имеет низкое значение. К сожалению, на практике не всегда удается реализовать брусья с большой податливостью стенок (например, при больших статических давлениях в окружающей решетку среде) и тем самым обеспечить низкое значение звукопрозрачности решетки. Поэтому возникает вопрос о поиске новых путей снижения звукопрозрачности указанного типа решетки. Один из таких путей исследуется в настоящей работе.



Фиг. 1. Решетка из полых упругих брусьев; *1* – пластинки, *2* – опоры

Рассмотрим периодическую решетку, аналогичную описанной в работе [3]. Кратко напомним, что она состоит из брусьев, каждый из которых образован двумя тонкими пластинками, шарнирно опертыми по краям на недеформируемые опоры (см. фиг. 1).

Пусть на решетку падает плоская гармоническая звуковая волна с потенциалом скорости Φ_0. Под воздействием этой волны на внешних поверхностях пластинок создается некоторое распределение давления $p(x)$, в результате чего пластинки прогибаются пропорционально своим податливостям. Как уже указывалось выше, чем больше податливость пластинок, тем ниже звукопрозрачность решетки в целом. Приложим теперь к пластинкам некоторое дополнительное давление $p_1(x)$ той же частоты, что и падающая волна (см. фиг. 1). Вполне очевидно, что при $\arg p(x) = -\arg p_1(x)$ давление $p_1(x)$ будет способствовать увеличению прогиба пластинок, что эквивалентно увеличению их податливости при отсутствии $p_1(x)$. Таким образом, подбирая соответствующее значение



Фиг. 2. Трехслойная пластинка; *1* – слой из пьезоактивного материала, *2* – слой из пассивного материала

$p_1(x)$, можно (по крайней мере в принципе) влиять на звукопрозрачность решетки. Для количественной же оценки влияния дополнительного давления на звукопрозрачность решетки необходимо решить соответствующую граничную задачу, которая не отличается существенно от задачи, рассмотренной в работе [3].

Приступая к непосредственному решению поставленной задачи, необходимо указать на способ создания дополнительного давления $p_1(x)$. Будем полагать, что каждая пластина выполнена из трех слоев: средний слой из пассивного изотропного материала, а крайние слои из пьезоактивного материала (например, из пьезокерамики) (см. фиг. 2). Подавая на электроды пьезокерамических слоев электрическое напряжение, можно заставить пластинки прогибаться, что эквивалентно эффекту от воздействия дополнительного давления $p_1(x)$. Обратим внимание, что на фиг. 2 знаки «+» и «–» обозначают направление поляризации пьезокерамических слоев.

Перейдем к решению рассматриваемой задачи. Введем локальную систему координат $z0x$ (см. фиг. 2). Будем полагать, что пластинки тонкие и совершают только колебания изгиба [4, 5]. Тогда уравнение состояния пластинки можно представить в следующей форме [6]:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_x = s_{11}\sigma_x + s_{12}\sigma_y + d_{31}e_z; \\ (1)\qquad & \\ &\varepsilon_y = 0 = s_{12}\sigma_x + s_{11}\sigma_y + d_{31}e_z, \end{aligned}$$

где s_{ij} – компоненты гибкости, d_{31} – пьезоэлектрический модуль, ε_x, ε_y – компоненты деформации, σ_x, σ_y – компоненты механического напряжения.

Величину напряженности электрического поля в пьезокерамическом слое будем считать заданной:

$$(2)\qquad e_z = \begin{cases} e_0 e^{-j(\omega t+\varphi)}; & h_1 < z < h_1 + h_2; \\ 0; & |z| \leqslant h_1; \\ -e_0 e^{-j(\omega t+\varphi)}; & -h_1 - h_2 < z < -h_1. \end{cases}$$

Определив величину σ_y из второго уравнения системы (1) и подставив ее в первое уравнение, будем иметь

$$(3)\qquad \sigma_x = \frac{s_{11}}{s_{11}^2 - s_{12}^2}\varepsilon_x - \frac{d_{31}}{s_{11}+s_{12}}e_z.$$

Учитывая, что в рамках линейной теории Кирхгофа – Лява справедливо равенство

$$(4)\qquad \varepsilon_x = -z\frac{\partial^2 w(x,t)}{dx^2},$$

где $w(x, t)$ – смещение, определим изгибающий момент в пластинке, для чего умножим левую и правую части выражения (3) на z и проинтегриру-

ем их в пределах толщины пластинки. Опуская элементарные выкладки имеем

$$M_x = -\frac{\partial^2 w(x,t)}{dx^2} D + e_z S, \tag{5}$$

где

$$D = \frac{s_{11}^E}{(s_{11}^E)^2 - (s_{12}^E)^2} \frac{2}{3} [(h_1+h_2)^3 - h_1^3] + \frac{2Eh_1^3}{3(1-\sigma^2)},$$

$$S = \frac{d_{31}}{s_{11}^E + s_{12}^E} [h_1^2 - (h_1-h_2)^2],$$

s_{11}^E, s_{12}^E — компоненты гибкости пьезокерамических слоев при напряженности электрического поля, равном нулю, E, σ — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала среднего слоя соответственно.

Учитывая, что ε_z не зависит от координаты x, и принимая во внимание выражение (5), уравнение движения пластинки можно представить в известной форме [4, 5]

$$D \frac{\partial^4 w(x,t)}{dx^4} + M \frac{\partial^2 w(x,t)}{dt^2} = -j\omega\rho\Phi(x,t), \tag{6}$$

где $M = 2\rho_2 h_2 + 2\rho_1 h_1$, ρ_1, ρ_2, ρ — соответственно плотность среднего слоя, крайних слоев и окружающей среды, $\Phi(x, t)$ — потенциал скорости на поверхности пластинок. Здесь необходимо отметить, что точность уравнения (6) тем выше, чем меньше отличаются модули Юнга среднего и крайних слоев. При значительном отличии этих модулей необходимо введение соответствующих поправок, которые усложняют вычисления, но не изменят приведенные ниже результаты, по крайней мере в качественном отношении.

Полагая, что движение среды и пластинок носит гармонический характер, имеющий зависимость от времени $e^{-j\omega t}$, окончательно имеем

$$\frac{\partial^4 v(x)}{dx^4} - k_1^4 v(z) = -\frac{\omega^2\rho}{D}\Phi(x), \tag{7}$$

где $v(x)$ — колебательная скорость. Учитывая принятое выше предположение о характере закрепления пластинок и принимая во внимание выражение (5), граничные условия будут иметь следующий вид:

$$-\frac{\partial^2 v(x)}{dx^2} D + e_z S = 0; \quad x=0; \quad x=l. \tag{8}$$

Представляя частное решение уравнения (7) в виде ряда по собственным функциям колебаний пластинок в вакууме и учитывая условие (8), общее решение уравнения (7) можно написать в виде

$$v(x) = Ax(x-l) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin\frac{n\pi}{l} x, \tag{9}$$

где A, a_n — неизвестные комплексные коэффициенты. Последнее выражение, описывающее колебательную скорость пластинок, отличается от соответствующего выражения, используемого в работе [3], наличием первого слагаемого. Это обусловлено неоднородностью условия (8), которое учитывает влияние электрического поля, приложенного к пластинке, на изгибающий момент.

Можно определить коэффициент A в выражении (9), для чего необходимо осуществить его подстановку в формулу (8) и положить $x=0$

или $x=l$.

$$A=j\frac{\omega S e_0}{2D}e^{-j\varphi}, \tag{10}$$

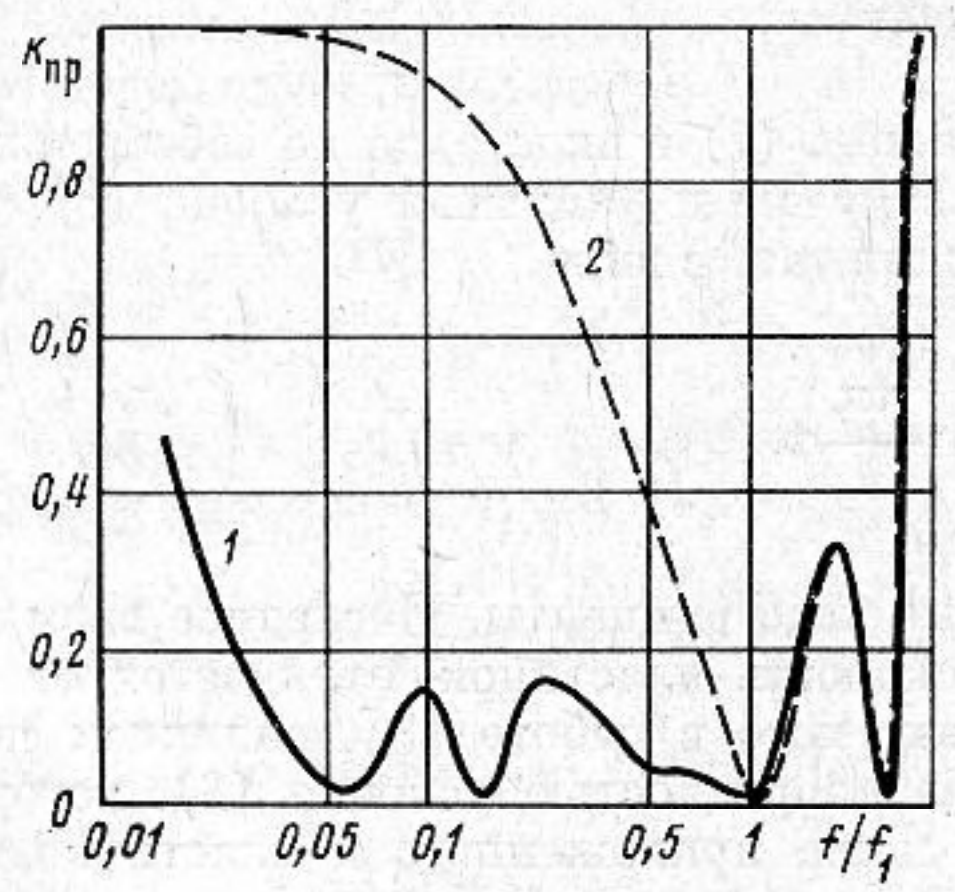
и окончательно

$$v(x)=j\frac{\omega S e_0}{2D}e^{-j\varphi}x(x-l)+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sin\frac{n\pi}{l}x. \tag{11}$$

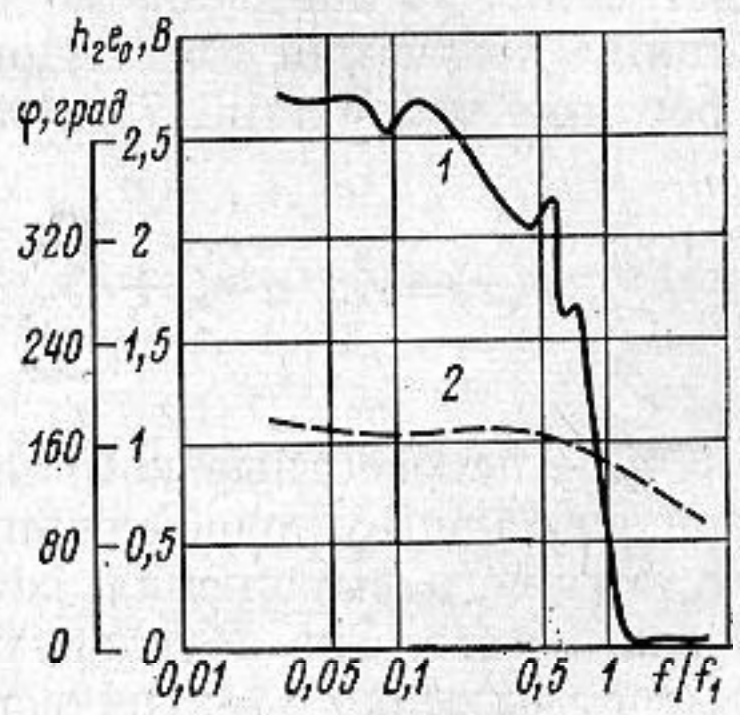
Дальнейшее решение рассматриваемой задачи полностью аналогично решению, выполненному в работе [3], поэтому на нем останавливаться не будем. Напомним лишь узловые моменты процесса решения. Вся область существования звукового поля разбивается на три частичные области, а именно: I область $x_1\leqslant 0$; II область $0\leqslant x_1\leqslant l$, III область $x_1\geqslant l$. В каждой из этих областей потенциалы скоростей поля представляются в виде рядов по волновым функциям, характерным для указанных областей. Удовлетворение условий сопряжения поля на границах раздела частичных областей, граничных условий на поверхностях пластинок и решение дифференциального уравнения (7) доставляет бесконечную систему линейных алгебраических уравнений, аналогичную системам в работах [1–3]. Полученная таким образом алгебраическая система является исходной при получении конкретных количественных результатов.

Перейдем к анализу полученных расчетных данных. Расчеты выполнялись для случая нормального падения звуковой волны на решетку, имеющую шаг $2b=5$ см и помещенную в акустическую среду с волновым сопротивлением $\rho c=1{,}5\cdot 10^5$ г/с·см. Внутри брусьев полагался вакуум. Пластинки имели следующие параметры: $l=5$ см, $h_1=0{,}14$ см, $h_2=0{,}04$ см, $\rho_1=4{,}5$ г/см^3, $\rho_2=7{,}5$ г/см^3, $s_{11}^E=1{,}2\cdot 10^{-12}$ см^2/дин, $s_{12}^E=-0{,}405\cdot 10^{-12}$ см^2/дин, $d_{31}=-4{,}74\cdot 10^{-6}$ ед. CGSE/дин, $E=1{,}16\cdot 10^{12}$ дин/см^2, $\sigma=0{,}3$; давление в падающей волне составляло $\omega\rho$ дин/см^2.

При проведении конкретных расчетов мы ставили своей целью — определить такие значения амплитуды и фазы величины h_2e_z, которые обеспечивали бы низкое значение коэффициента прохождения звука $k_{пр}$ через решетку. Поэтому на каждой частоте исследуемого диапазона частот производился расчет величины $k_{пр}$ для некоторого достаточно большого набора значений h_2e_0 и φ с шагом 0,2 В и 20° соответственно. Из полученного массива значений $k_{пр}$ отбирались те, которые имели минимальную величину. На фиг. 3 приведена полученная таким образом частотная за-



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Частотная зависимость коэффициента прохождения звука через решетку: *1* – при наличии h_2e_0 и φ, приведенных на фиг. 4; *2* – при $h_2e_0=0$

Фиг. 4. Частотная зависимость электрического напряжения на пьезоактивных слоях; *1* – амплитуда, *2* – фаза

висимость $k_{пр}$ (кривая *1*), а на фиг. 4 — частотные зависимости h_2e_0 и φ, при которых она обеспечивается. Кроме этого, на фиг. 3 также приведена частотная зависимость $k_{пр}$ (кривая *2*), которая рассчитана для $h_2e_0=0$ по методике, изложенной в [3].

Анализ данных на фиг. 3 и 4 позволяет убедиться, что при соответствующем выборе величин h_2e_0 и φ можно значительно улучшить звукоизоляционные свойства решетки. Заметим, что некоторая неравномерность в ходе кривой *1* на фиг. 3 вызвана тем, что при расчетах был выбран сравнительно большой шаг перебора значений h_2e_0 и φ.

Обратим внимание на одну важную особенность. Создаваемая рассмотренным способом дополнительная нагрузка на пластинки эффективно улучшает звукоизоляцию решетки в области частот $f \leqslant f_1$. На более высоких частотах, при $f > f_1$, улучшение звукоизоляции не наблюдается. Это вызвано следующими обстоятельствами. При $f \leqslant f_1$ доминирующей формой прогиба пластинок является $\sin \frac{\pi}{l} x$. Прикладывая рассмотренным способом электрическое напряжение к пластинкам, мы способствуем увеличению их прогиба именно с такой формой (так как функция $x(x-l)$ близка к функции $\sin \frac{\pi}{l} x$). Совсем иначе обстоит дело в области частот $f > f_1$. Здесь бо́льшую роль начинают играть высшие формы колебаний пластинок, которые существенно отличаются от функции $x(x-l)$. Именно это обстоятельство и является причиной того, что при $f > f_1$ звукоизолирующие свойства решетки не улучшаются и остаются примерно такими же, как в случае $h_2e_0=0$. Однако следует подчеркнуть, что путем соответствующего секционирования электродов на поверхностях пьезоактивных слоев пластинки (и соответствующего их электрического соединения), по-видимому, можно добиться некоторого улучшения звукоизоляции решетки и на частотах, превышающих f_1.

В заключение необходимо отметить, что рассмотренная выше задача в некоторой степени примыкает к проблеме активного гашения звука. Как известно (см., например, работы [7, 8]), идея активного гашения звука заключается в подавлении исходного звукового поля дополнительным полем, создаваемым специальным источником. В нашем случае снижение уровня поля за решеткой обеспечивается в первую очередь вследствие различия податливостей среды и пластинок в брусьях, т. е. пассивным методом. Дальнейшее же снижение поля за решеткой осуществляется путем создания на пластинках дополнительной нагрузки, т. е. методом, сходным с методом активного гашения звука.

Автор выражает глубокую признательность В. Т. Гринченко за ряд ценных советов, высказанных в процессе подготовки статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вовк И. В., Гринченко В. Т., Кононученко Л. А.* Дифракция звуковой волны на плоской решетке, состоящей из полых упругих брусьев. Акуст. ж., 1976, *22*, 2, 201–105.
2. *Вовк И. В., Гринченко В. Т.* Дифракция плоской волны на двухслойной решетке из полых упругих брусьев. Акуст. ж., 1978, *24*, 6, 844–849.
3. *Вовк И. В.* Дифракция звука на решетке, состоящей из полых упругих брусьев, заполненных газом. Акуст. ж., 1979, *25*, 4, 502–506.
4. *Шендеров Е. Л.* Волновые задачи гидроакустики. Л., «Судостроение», 1972.
5. *Лямшев Л. М.* Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М., Изд-во АН СССР, 1955.
6. *Римский-Корсаков А. В.* Электроакустика. М., «Связь», 1973.
7. *Малюжинец Г. Д.* Нестационарные задачи дифракции для волнового уравнения с финитной правой частью. Тр. Акуст. ин-та, 1971, вып. 25, 124–139.
8. *Мазанников А. А., Тютекин В. В.* Экспериментальное исследование активного гашения акустических полей. Акуст. ж., 1974, *20*, 5, 807–808.

Поступила
19 ноября 1979 г.