

УДК 534.213

**ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ ВИХРЕВОГО ЗВУКА
ПРИ ОБТЕКАНИИ ПРОФИЛЯ В КАНАЛЕ***М. А. Ильченко, А. Н. Руденко, В. Л. Эпштейн*

В работе содержатся результаты экспериментального исследования генерации звука при обтекании пластин различных профилей, установленных в канале прямоугольного сечения. Исследовано влияние профиля пластин и некоторых режимных параметров на частоту и амплитуду возбуждаемых колебаний. Приведен также теоретический анализ, позволивший дать качественное объяснение полученным результатам.

Отрывная зона в следе за цилиндром или пластинкой с затупленной задней кромкой может быть причиной генерации звука («эоловы тона»). Это явление было впервые исследовано Струхалем [1], который нашел связь между скоростью потока и частотой звука. Дальнейшими исследованиями было установлено, что излучение звука зоной вихреобразования носит дипольный характер [2], и определена зависимость излучаемой мощности от скорости потока и длины цилиндра. В настоящее время возбуждению вихревого звука в свободном потоке посвящено большое число работ, обзор которых можно найти, например, в [3].

Менее изучены вопросы, связанные с возбуждением вихревого звука в потоке, ограниченном стенками канала. В этом случае возбуждение наблюдается не при всех скоростях потока [4, 5]. При этом частота звука совпадает с одной из собственных частот канала или близка к ней, а амплитуда звукового давления значительно превышает ту, которая наблюдалась бы при тех же условиях в свободном потоке [6]. Рассматривая это явление с позиций теории автоколебаний, можно сказать, что звуковое поле оказывает влияние на процесс вихреобразования, играя роль обратной связи в автоколебательной системе. Подобные представления использовались в работе [7].

В настоящей работе представлены результаты экспериментального изучения возбуждения вихревого звука при обтекании изолированных пластинок различных профилей и размеров в канале и приведен теоретический анализ, позволивший дать качественное объяснение полученным результатам.

Эксперимент проводился на установке, изображенной на фиг. 1, рабочая часть которой представляет собой канал прямоугольного сечения размером 150×50 мм. Длина канала ~2500 мм. Профиль шириной 50 мм устанавливался на оси канала. Колебания давления измерялись тремя датчиками (см. фиг. 1). Один из них (№ 1) располагался над центром пластинки, а два других (№ 2 и 3) — на расстоянии около 20 мм вниз по потоку от задней кромки. Сигнал от датчиков записывался на магнитограф. Вторичная обработка производилась на анализаторе, позволявшем получать спектральные и статистические характеристики сигнала.

Для исследования влияния формы пластинки на генерацию звука было проведено две серии экспериментов с двумя типами моделей со сле-

дующими размерами (см. фиг. 1):

$$h/H=0,095, l/H=0,2\div 1,2 - \text{I тип,}$$

$$r/H=0,02\div 0,147, l/H=1,25 - \text{II тип}$$

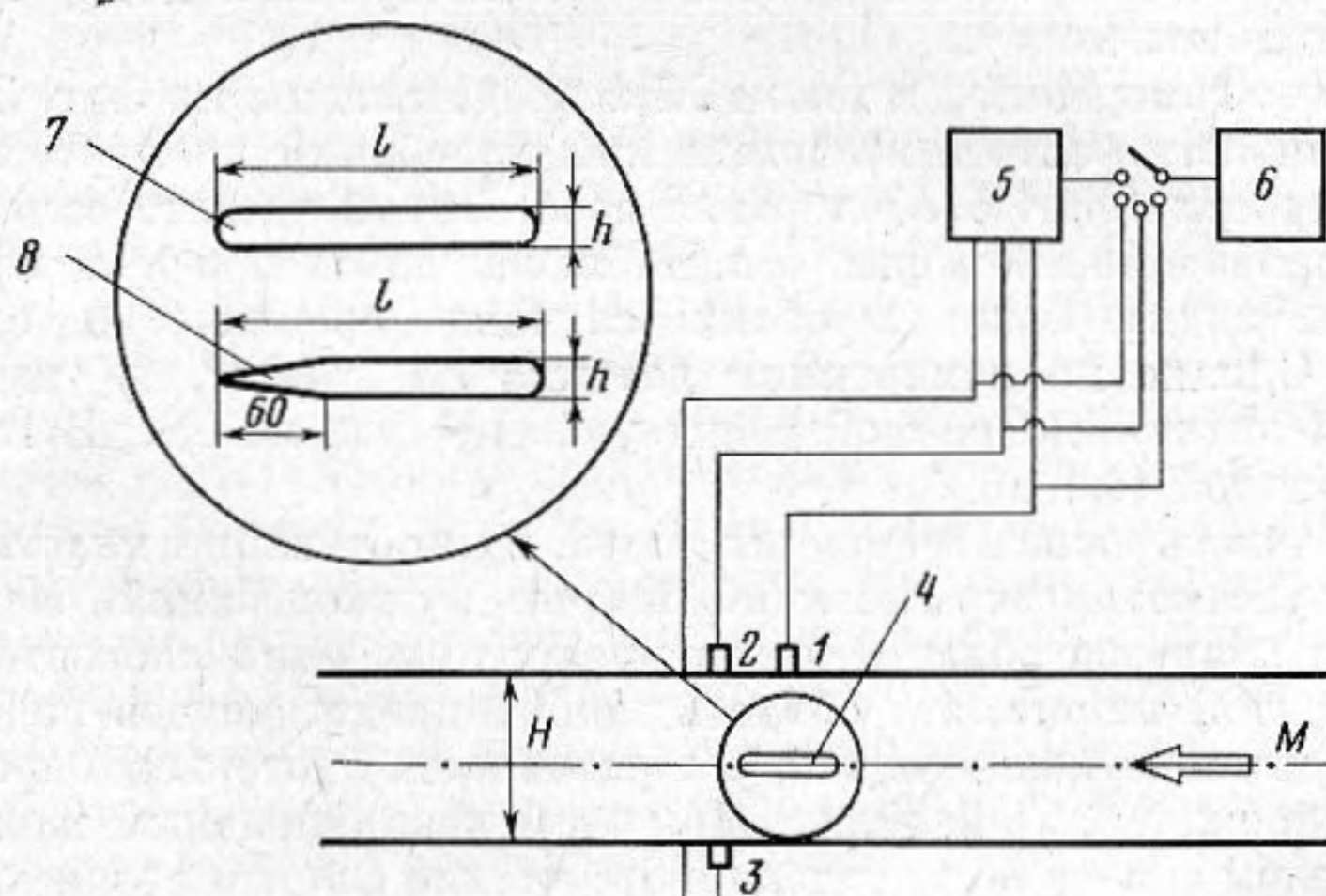
(l, h — длина и толщина профиля, $H=150$ мм — ширина канала). Хвостовая часть пластинки II типа была выполнена в виде клина с углом раствора 10° .

Режимные параметры изменялись в следующих пределах: число Маха $M=0,05-0,3$, давление $p=(1,05-2,5) \cdot 10^5$ Па. Колебания наблюдались в определенном диапазоне скоростей потока, зависящем от длины и толщины пластинки. Так, для моделей I типа ($l/H \leq 1$) результаты измерений датчиком № 1 представлены на фиг. 2. Цифры 1–5 на кривых соответствуют длинам пластинок 30–150 мм. Как видно из фиг. 2, а, частота возникающих колебаний в области самовозбуждения практически постоянна и, как показано ниже, совпадает с собственной частотой для канала с перегородкой. Амплитуда звукового давления в области самовозбуждения, как видно из фиг. 2, б, зависит от скорости потока. При удлинении пластинки скорость потока, соответствующая максимальной амплитуде давления, и частота колебаний уменьшаются так, что число Струхала остается практически постоянным, равным $0,27-0,285$. Исключение составляет пластинка длиной 30 мм. Наибольший уровень звукового давления (168 дБ) наблюдался при $l=60$ мм (кривая 2 фиг. 2, б).

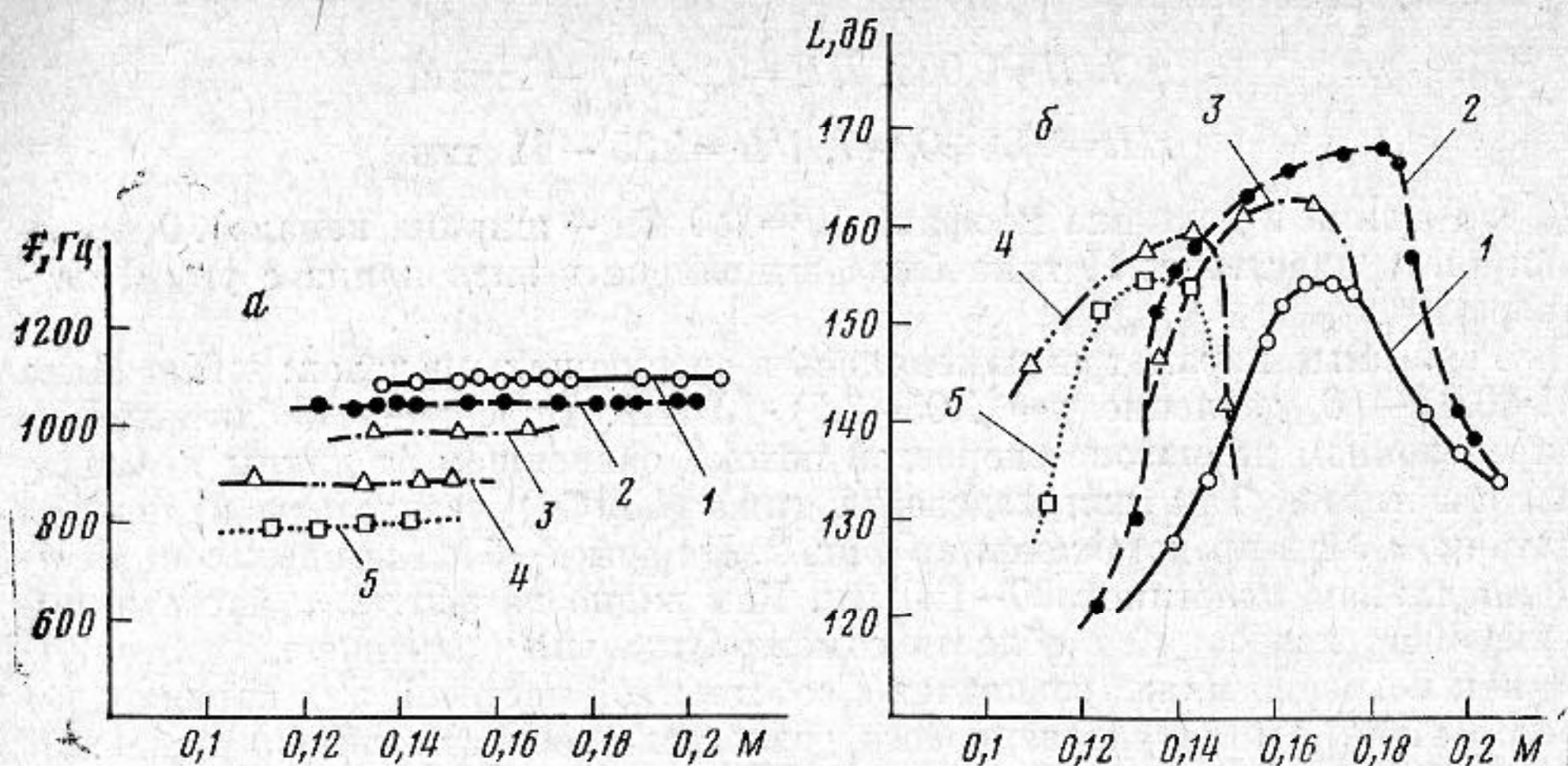
Для этой пластинки на фиг. 3 представлены примеры спектров и плотности распределения вероятности мгновенного значения звукового давления от датчика № 1 (фиг. 1) для трех значений числа M . Фиг. 3, а и в соответствуют границе области самовозбуждения, фиг. 3, б — области развитых колебаний. На границе распределение вероятностей близко к нормальному, что соответствует случайному узкополосному процессу. В области самовозбуждения распределение изменяется и принимает вид, характерный для детерминированных колебаний. Одновременно максимум в спектре становится выше и уже.

Аналогичная картина наблюдается для всех остальных размеров пластинок, за исключением $l=30$ мм, для которого распределение вероятности остается нормальным для всех чисел M .

Во всех экспериментах с моделями I и II типов датчики № 2 и 3 (см. фиг. 1), расположенные на противоположных стенках канала, регистрировали колебания в противофазе. Для уточнения формы возникающих



Фиг. 1. Схема установки: 1, 2, 3 — датчики, 4, 7 — пластина I типа, 5 — магнитограф, 6 — анализатор, 8 — пластина II типа с клиновидным краем



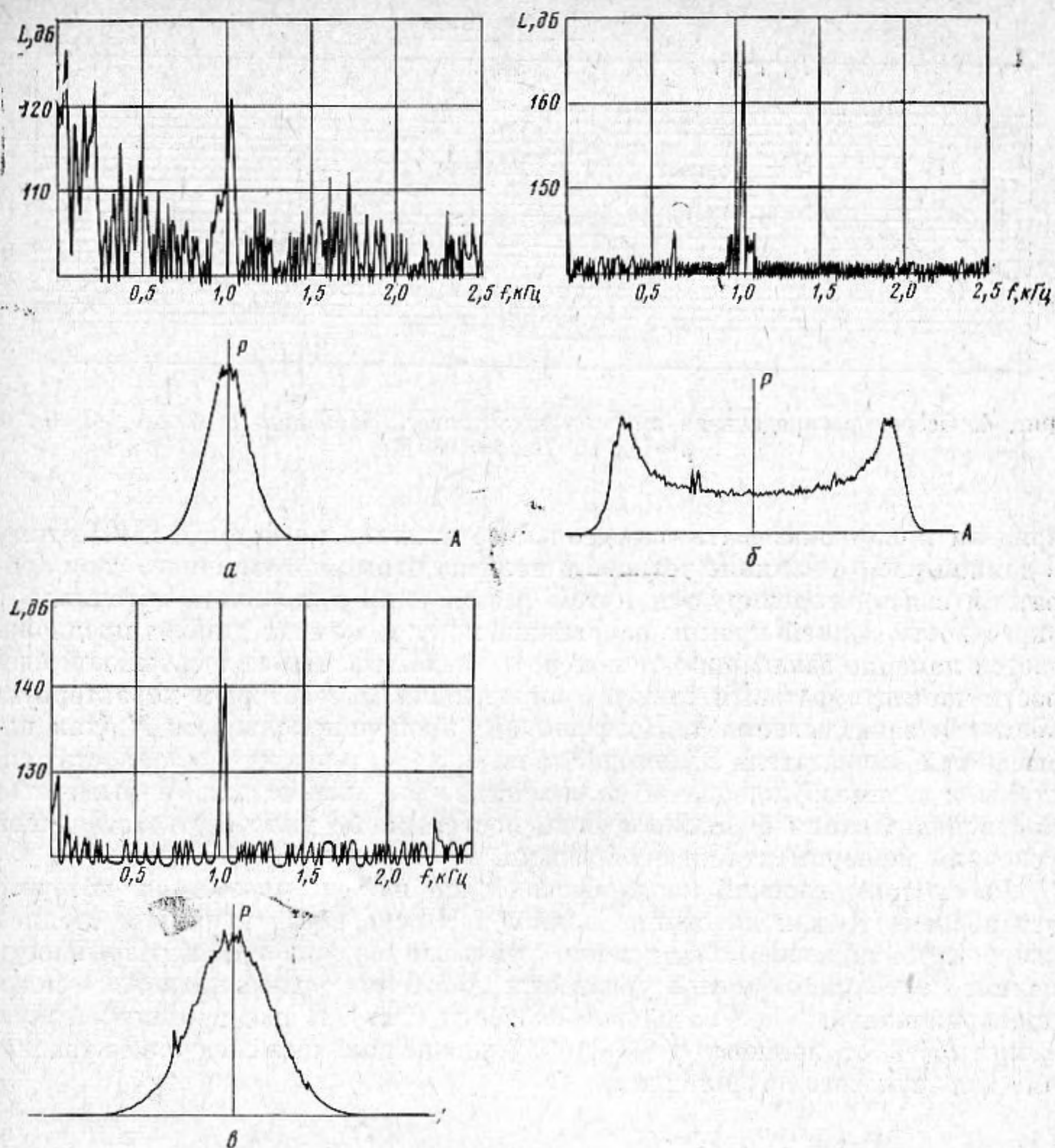
Фиг. 2. Зависимость частоты (а) и уровня звукового давления (б) от числа Маха. 1 — $l=30$ мм, 2 — 60, 3 — 90, 4 — 120, 5 — 150

колебаний были проведены измерения распределения амплитуды в осевом направлении на стенке канала с помощью перемещающегося датчика, не показанного на фиг. 1. Результаты измерений для пластинки длиной 60 мм приведены на фиг. 4. Как видно, акустическое поле симметрично относительно центра пластинки и имеет в центре максимум. Вне пластинки наблюдается экспоненциальное затухание вправо и влево от пластинки, что свидетельствует о возбуждении нераспространяющейся моды. Были проведены также измерения распределения звукового давления по ширине канала в области, расположенной над пластинкой и непосредственно за задней кромкой. Измерения показали, что над пластинкой звуковое поле мало отличается от одномерного, а за пластинкой звуковое давление на стенке выше, чем на оси на ~ 12 дБ.

Для пластинки II типа ($l/H=1,25$ и $0,147$) возбуждаются две низшие моды. Как показано ниже, обе они характеризуются одинаковым распределением звукового давления по ширине канала. Справа и слева от пластинки это распределение в основном определяется первой модой, а в области над пластинкой — плоской модой, причем в центре пластинки может реализоваться либо пучность давления (симметричная мода) либо узел (антисимметричная мода).

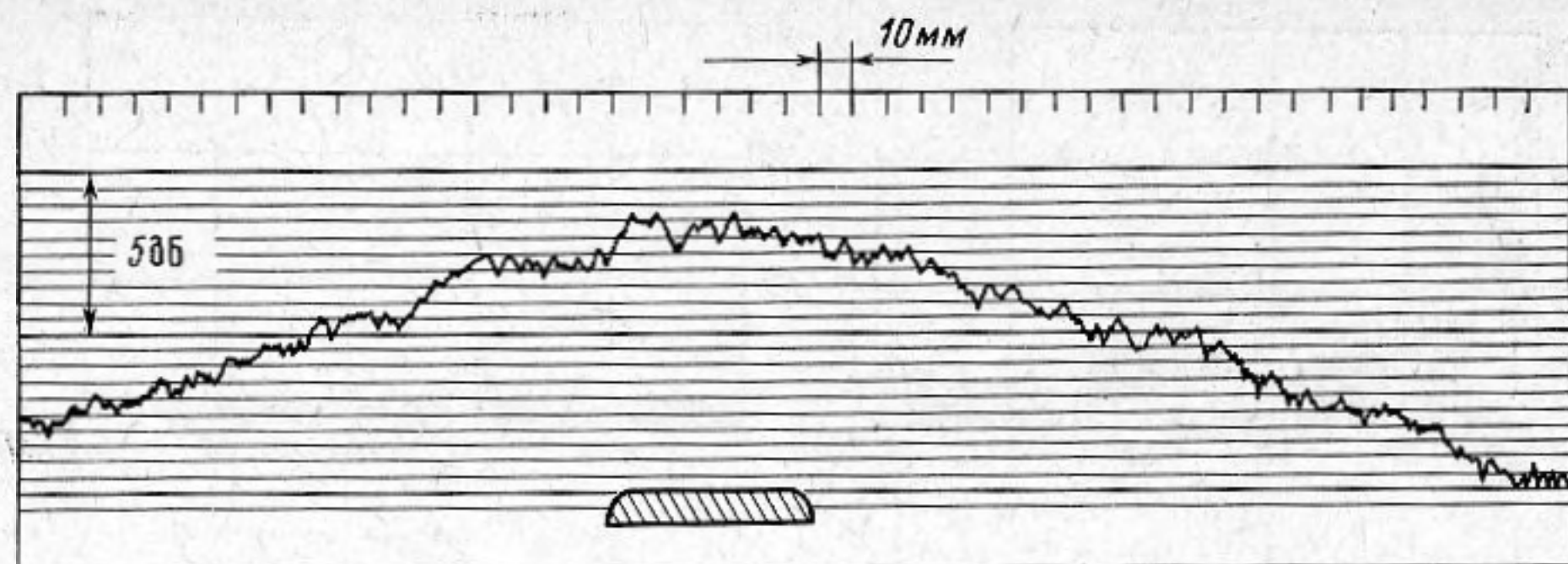
Результаты измерений датчиком № 1 представлены на фиг. 5. В области неустойчивости частота возбуждаемых колебаний практически не зависит от скорости (фиг. 5, а) и равна собственной частоте соответствующей моды, приведенной на фиг. 6, а. Наблюдавшиеся при этом максимальные уровни звука были в обоих случаях практически одинаковы (фиг. 5, б). Однако по измерениям датчика № 2 (фиг. 1) над задней кромкой для антисимметричной моды уровень был на 20 дБ выше, чем для симметричной (фиг. 6, б).

Как отмечалось выше, генерацию звука при обтекании пластинки в канале следует рассматривать с позиций теории автоколебаний. Источником возбуждения является область интенсивных пульсаций скорости. Согласно общепринятой теории, эту область можно представить в виде некоторого распределения квадрупольей, интенсивность которых определяется тензором напряжений Лайтхилла. При этом квадрупольный характер источника в целом сохраняется только в отсутствие силового взаимодействия потока с обтекаемым им телом (как, например, в случае турбулентной струи при $M=0,5-2$ [8]). Если же это взаимодействие существенно, то распределение квадрупольей может в целом оказаться эквивалентным



Фиг. 3. Спектр и плотность распределения вероятности мгновенного значения звукового давления. Длина профиля $l=60$ мм: а) $M=0,125$, б) $M=0,175$, в) $M=0,203$

источнику более низкого порядка (например, диполю [6]). Для цилиндра в свободном потоке это подтверждается результатами эксперимента [9]. В рассматриваемом случае, когда пластинка находится в потоке, ограниченном стенками канала, описанная выше структура возбуждаемой моды также свидетельствует о дипольном излучении. Однако в отличие от цилиндра, размеры которого малы в сравнении с длиной волны, пластинку нельзя заменить точечным источником, поскольку ее наличие приводит к деформации звукового поля. Дипольный характер источника хорошо согласуется с известными представлениями о нестационарном обтекании задней кромки. Согласно этим представлениям, пограничный слой, отрываясь попеременно с каждой из поверхностей обтекаемой пластинки, сворачивается в вихри. Таким образом, из пограничного слоя в след периодически добавляется некоторое количество газа, которое затем уносится при перемещении вихревой дорожки по потоку, что может быть отождествлено с действием двух монополей, находящихся в противофазе. Воздействие звукового поля на возникающий таким образом диполь может осуществляться через колебательную скорость либо через звуковое давление. Результаты эксперимента, приведенные выше, показывают, что звуковое давление в окрестности задней кромки имеет минимум и вследствие этого



Фиг. 4. Осевое распределение амплитуды звукового давления. $l=60$ мм, $M=0,179$, $p=1,06 \cdot 10^5$ Па, $f=1080$ Гц

вряд ли может оказывать определяющее влияние на источник. Поэтому в данной работе влияние звукового поля на отрыв пограничного слоя (обратная связь) моделируется путем размещения дипольного источника в окрестности задней кромки пластинки, причем момент диполя предполагается линейно зависящим от поперечной компоненты колебательной скорости частиц с фазовым сдвигом, определяемым некоторым характерным временем запаздывания τ . Коэффициент пропорциональности N (так называемый «показатель взаимодействия») характеризует склонность системы к самовозбуждению. Аналитическое выражение для N выводится при использовании функции Грина, построенной для соответствующих условиям эксперимента краевой задачи.

Рассмотрим плоский канал бесконечной длины, вдоль оси которого установлена тонкая пластинка длиной l . Пренебрегая влиянием средней скорости на звуковое поле, а также учитывая в уравнении неразрывности наличие источников m и в уравнении движения — диссипативные силы, пропорциональные колебательной скорости ($2\alpha v$), и вводя гармоническую зависимость от времени $\varphi = \tilde{\varphi} \exp(st)$, можно получить следующее уравнение для звукового потенциала:

$$(1) \quad \Delta \tilde{\varphi} - (s^2 + 2\alpha s) \tilde{\varphi} = \tilde{m}.$$

Потенциал связан со звуковым давлением и колебательной скоростью соотношением

$$\tilde{p} = -(s + 2\alpha) \tilde{\varphi},$$

$$\tilde{v} = \text{grad } \tilde{\varphi},$$

где s — комплексная частота.

Все переменные считаются безразмерными, причем линейные размеры отнесены к ширине канала H , скорость — к скорости звука c ; давление — к ρc^2 , время к H/c .

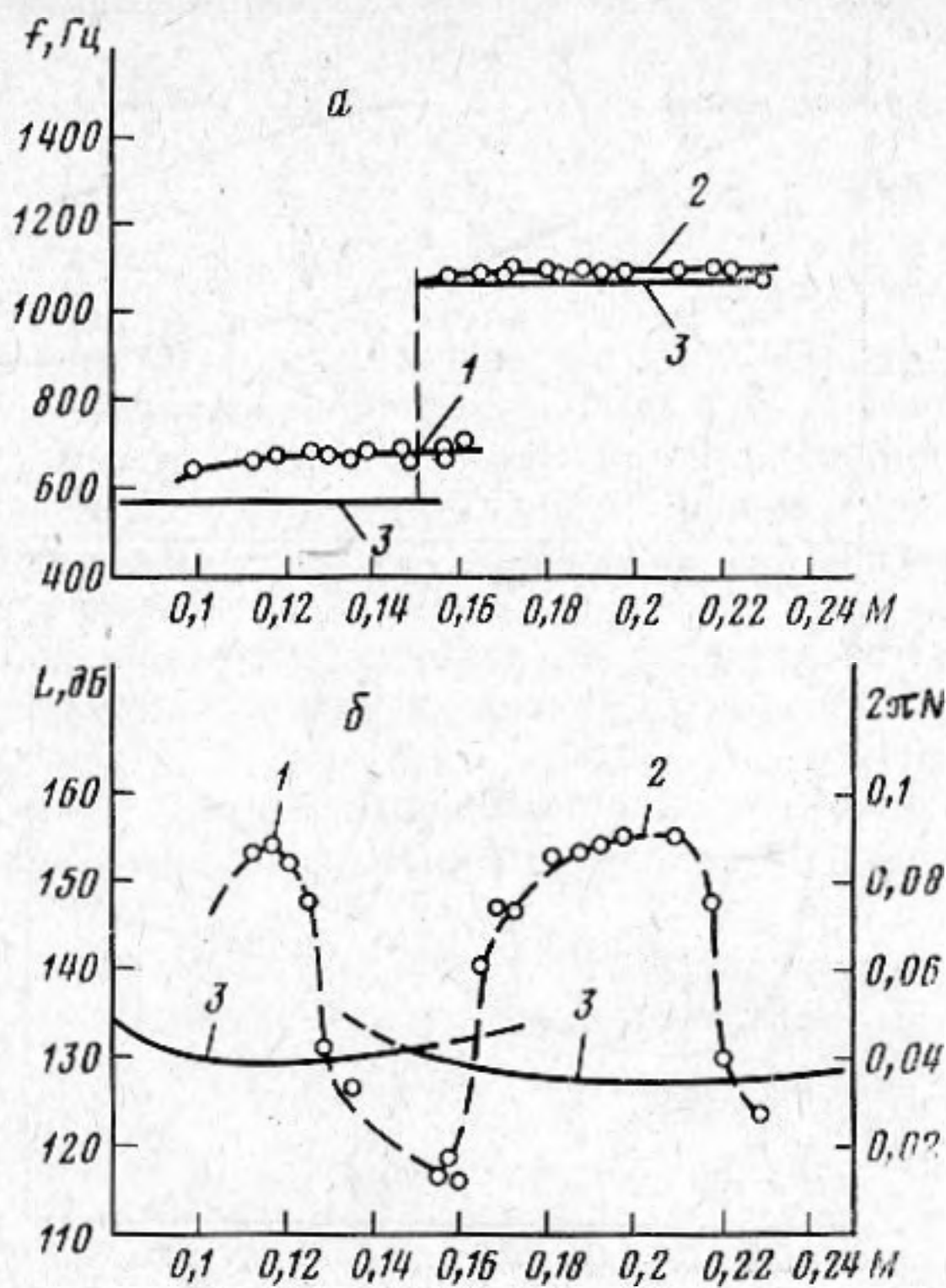
Решение уравнения (1) должно удовлетворять граничным условиям

$$\frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad \begin{cases} y = \pm 1/2, \\ y = 0 \quad \text{и} \quad -l < x < 0. \end{cases}$$

Кроме того, справа и слева от пластинки не должно быть волн, приходящих из бесконечности.

Решение строится с помощью функции Грина $\tilde{G}_s(xy|x_0y_0)$, удовлетворяющей тем же граничным условиям и уравнению

$$(2) \quad \Delta \tilde{G}_s - (s^2 + 2\alpha s) \tilde{G}_s = \delta(x - x_0) \delta(y - y_0).$$



Фиг. 5. Зависимость частоты (а), уровня звукового давления и показателя взаимодействия (б) от числа Маха. Пластина II типа; длина $l=1,267$, $\alpha=0,01$; эксперимент: 1 — симметричное, 2 — антисимметричное распределение, расчет: 3 — показатель взаимодействия

Если функция Грина найдена, то решение уравнения (1) можно представить в виде

$$(3) \quad \bar{\varphi}(x, y, s) = \int \int_F \bar{G}_s \bar{m}(x_0, y_0, s) dF(x_0, y_0),$$

где $F(x_0, y_0)$ — область, занятая источниками. Функцию Грина будем искать в виде

$$(4) \quad \bar{G}_s = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \bar{X}_n(x, x_0, s) Y_n(y),$$

где

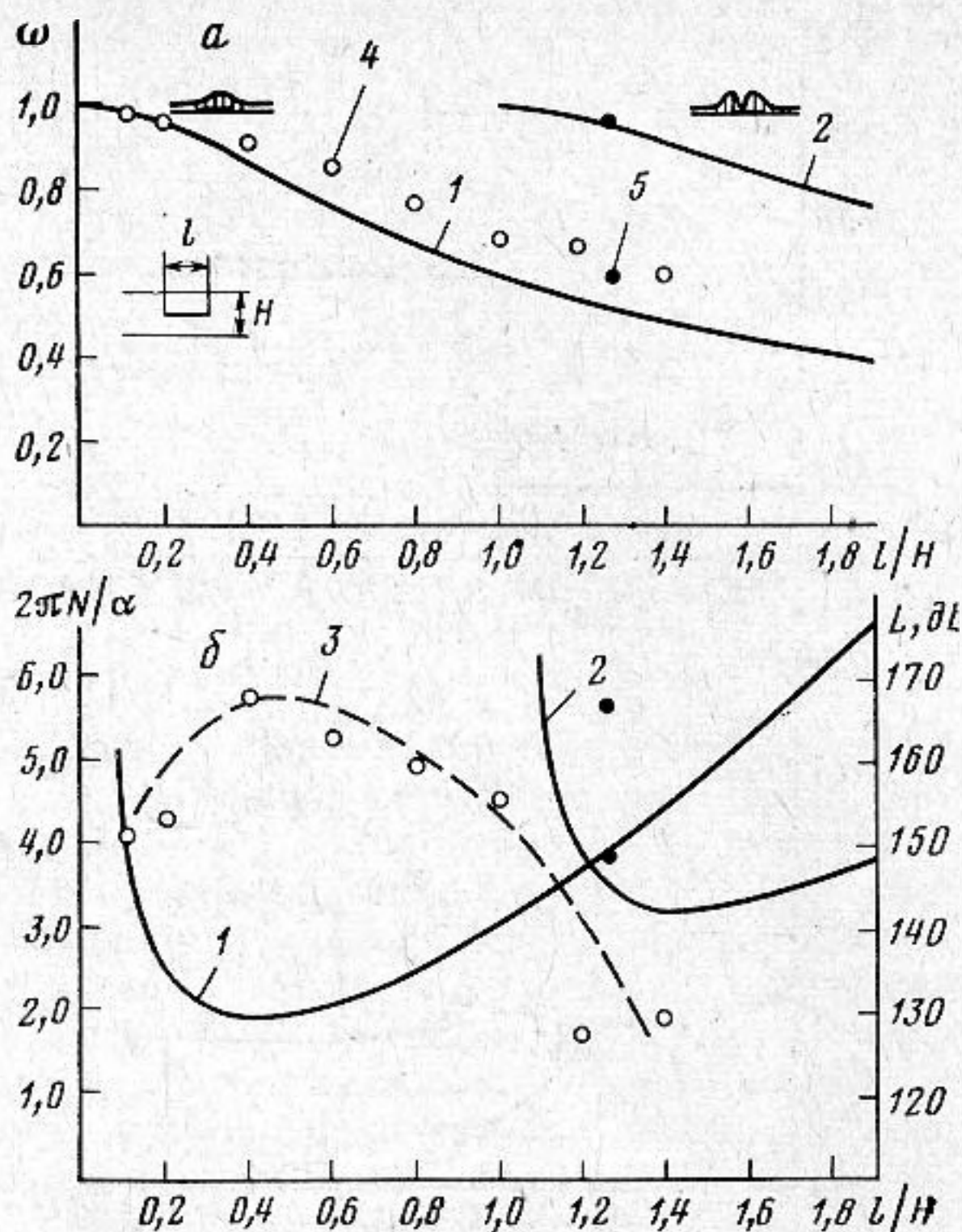
$$Y_n = \begin{cases} \sin k_{yn} y & \text{для } n \text{ нечетных} \\ \cos k_{yn} y & \text{для } n \text{ четных} \end{cases}, \quad k_{yn} = \pi n,$$

$C_n = 2Y_n(y_0)$ — коэффициенты разложения $\delta(y-y_0)$ по функциям $Y_n(y)$. Подставляя в (2) ряд (4) и заменяя $\delta(y-y_0)$ с помощью упомянутого разложения, получим для \bar{X}_n обыкновенное уравнение:

$$(5) \quad \frac{d^2 \bar{X}_n}{dx^2} - k_n^2 \bar{X}_n = \delta(x-x_0),$$

где $k_n^2 = k_{yn}^2 + k^2$, $k^2 = s^2 + 2\alpha s$.

Так как источники могут располагаться лишь слева от пластинки ($x_0 > 0$), то при $x=0$ для \bar{X}_n можно сформулировать граничное условие в виде коэффициента отражения n -й моды $q_n(0)$. Кроме этого, должны



Фиг. 6. Зависимость резонансной частоты (а), максимального уровня звукового давления L и минимального показателя взаимодействия (б) от длины пластины; расчет: 1 — симметричное, 2 — антисимметричное распределение, эксперимент: 3 — уровень звукового давления, 4 — пластина I типа, 5 — пластина II типа

выполняться обычные условия для функции Грина

$$\left[\frac{d\tilde{X}_n}{dx} \right] = 1 \quad \text{и} \quad [X_n] = 0 \quad \text{при} \quad x = x_0$$

и условия на бесконечности.

Решение уравнения (5), удовлетворяющее перечисленным условиям, имеет вид

$$(6) \quad \tilde{X}_n = \begin{cases} (q_n(0) \exp(k_n(x_0+x)) + \exp(k_n(x-x_0))) / 2k_n, & x > x_0, \\ (q_n(0) \exp(k_n(x+x_0)) + \exp(k_n(x_0-x))) / 2k_n, & x < x_0. \end{cases}$$

Для определения коэффициента отражения $q_n(0)$ поле при $x < -l$ представим в виде волны n -й моды, бегущей в отрицательном направлении оси x , а при $-l < x < 0$ всеми модами, кроме плоской, пренебрежем. Как будет показано ниже, при частоте возбуждаемых колебаний только плоская мода является распространяющейся, и, следовательно, именно она в основном определяет структуру поля в указанной области. Это подтверждается также и результатами измерений.

Предполагая непрерывную зависимость импеданца от x в окрестности сечений $x = -l$ и $x = 0$ и учитывая все вышесказанное, можно получить следующее выражение для коэффициента отражения:

$$(7) \quad q_n(0) = (\exp(2kl) - 1) / (\exp(2kl) (k_n - k) / (k_n + k) - (k_n + k) / (k_n - k)).$$

Формулы (4), (6) и (7) определяют искомую функцию Грина, ее полюсы, как функции s , совпадают с собственными частотами и определяются

следующими соотношениями:

$$(8) \quad \frac{\bar{\omega}}{\sqrt{1-\bar{\omega}^2}} = \frac{\operatorname{ctg} \left(\frac{k_{yn} \bar{\omega} l}{2} \right)}{-\operatorname{tg} \left(\frac{k_{yn} \bar{\omega} l}{2} \right)},$$

$$(9) \quad \gamma = -\alpha,$$

где $\bar{\omega} = \omega/k_{yn}$.

Из (8) и (9) следует, что α есть не что иное, как декремент собственных колебаний, а частота (решение уравнения (8)) всегда меньше критической частоты рассматриваемой моды ($\bar{\omega} < 1$). Можно также показать, что первое из уравнений (8) определяет в области $-l < x < 0$ симметричное, а второе — антисимметричное распределение. Причем последнее может реализоваться только при $l > 1$.

На фиг. 6, а показана рассчитанная по формуле (8) зависимость частоты от длины пластинки для двух указанных мод. Там же показаны частоты, наблюдавшиеся в эксперименте. Видно, что расчет дает несколько заниженное значение частоты, причем ошибка составляет не более 10%.

Зададим теперь дипольное распределение источников в виде

$$\tilde{m} = \begin{cases} m_0, & 0 < x < \varepsilon_x \text{ и } 0 < y < \varepsilon_y, \\ -m_0, & 0 < x < \varepsilon_x \text{ и } -\varepsilon_y < y < 0, \\ 0, & x < 0, \text{ или } x > \varepsilon_x, \text{ или } y < -\varepsilon_y, \text{ или } y > \varepsilon_y \end{cases}$$

(ε_x и $\varepsilon_y \ll 1$ — осевой и поперечный размеры области, занятой источниками).

Подставляя это выражение вместе с (4) в (3) и пользуясь малостью ε_x и ε_y , можно получить следующее выражение для $\tilde{\varphi}$:

$$\tilde{\varphi} = 2\varepsilon_x \varepsilon_y^2 m_0 \sum_{n-\text{нечетн.}} k_{yn} \sin(k_{yn} y) X_n(x, 0, s).$$

Дифференцируя по y при $x=y=0$, найдем поперечную компоненту скорости частиц в окрестности задней кромки:

$$(10) \quad \tilde{v}_y(0, 0, s) = \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial y} = 2\varepsilon_x \varepsilon_y^2 m_0 \sum k_{yn} \frac{\operatorname{sh}(kl + \psi_n)}{\operatorname{sh}(kl + 2\psi_n)}, \quad \psi_n = \ln \frac{k_{yn}}{k_n + k}.$$

Величина $\varepsilon_x \varepsilon_y^2 / m_0$ есть момент диполя, соответствующего заданному распределению источников. По предположению он должен линейно зависеть от $v_y(0, 0)$ с некоторым фазовым сдвигом, определяемым τ :

$$m_0 \varepsilon_x \varepsilon_y^2 = N v_y(0, 0, t - \tau),$$

для гармонических колебаний:

$$(11) \quad \tilde{m}_0 \varepsilon_x \varepsilon_y^2 = N \tilde{v}_y(0, 0, s) \exp(-s\tau).$$

Показатель взаимодействия N — безразмерный вещественный коэффициент, учитывающий влияние поперечной компоненты скорости частиц на устойчивость пограничного слоя.

Подставляя (11) в (10) и полагая $s = i\omega$, получим соотношение, связывающее между собой N и τ на границе устойчивости:

$$(12) \quad N = \exp(i\omega\tau) / 2 \sum_{n-\text{нечетн.}} k_{yn} (\operatorname{sh}(kl + \psi_n) / \operatorname{sh}(kl + 2\psi_n)).$$

Так как в автоколебательном режиме возбуждается одна мода, то $i\omega$ близко к полюсу соответствующего члена ряда, стоящего в знаменателе

(12). Оставляя в (12) только один член ряда, соответствующий низшей моде ($n=1$), и подставляя соответствующее значение $k_{yn}=\pi$, окончательно получим

$$(13) \quad 2\pi N = (\exp(i\omega\tau) \operatorname{sh}(kl+2\psi_1)) / \operatorname{sh}(kl+\psi_1).$$

Разделяя (13) на вещественную и мнимую части, можно получить уравнения границы устойчивости в параметрической форме в виде зависимости N и τ от частоты.

Исследование этой зависимости показывает, что наибольшая неустойчивость (минимум N) имеет место при резонансной частоте, определяемой формулой (8). Минимальное значение N_{\min} зависит от длины пластинки и декремента. Можно показать, что N_{\min} обращается в 0 при $\alpha=0$. Разлагая N_{\min} в ряд по α и удерживая только линейный член в разложении, получим приближенно для малых декрементов:

$$(14) \quad 2\pi N_{\min} = -i \exp(i\omega\tau) (l + 2/\pi \sqrt{1-\bar{\omega}^2}) \alpha,$$

где l и $\bar{\omega}$ связаны формулой (8).

На фиг. 6, б показана зависимость N_{\min} от длины пластинки, из которой следует, что при постоянном декременте наименьшая устойчивость (минимум N_{\min}) достигается при $l=0,4$. Этот вывод вполне согласуется с результатами эксперимента. На том же графике приведены максимальные уровни звука (кривая 3, датчик № 1), наблюдавшиеся при различных длинах пластинок. Видно, что наибольшая амплитуда возбуждается при $l=0,4$.

Следует подчеркнуть, что до сих пор речь шла о показателе взаимодействия, потребном для возбуждения колебаний. Для определения границ устойчивости по скорости потока необходимо знать зависимость действительного показателя взаимодействия и τ от числа M . Разумеется эта зависимость определяется устойчивостью пограничного слоя и в рамках данного рассмотрения определена быть не может. Однако τ может быть оценено следующим образом. Так как время запаздывания определяется свойствами течения в непосредственной близости от задней кромки, то можно предположить, что оно не зависит от размеров канала. Тогда из соображений размерности можно записать

$$(15) \quad \tau = kh/v,$$

где k — безразмерный коэффициент.

С другой стороны, при скорости, соответствующей максимальной амплитуде, как следует из (14), должно быть

$$(16) \quad \omega\tau = \frac{\pi}{2}$$

При этом, как уже упоминалось,

$$(17) \quad St = h\omega/v \cdot 2\pi = 0,28.$$

Подставляя (15) и (17) в (16), получим

$$k \approx 0,9.$$

Другими словами, τ по порядку величины оказывается равным времени переноса поперек следа со скоростью, равной скорости потока. Подставив это значение k в (15) и выразив в (13) τ через v , можно построить искомую границу устойчивости по числу M , если известны потери в системе (α). Пример такой границы для $l=1,267$, $h=0,12$ и $\alpha=0,01$ показан на фиг. 5 (частота и N). Длина и толщина соответствуют одной из исследованных пластинок. Видно, что для данной длины пластинки существуют две области значений числа M , в которых N минимально. На этом же гра-

фике приведены результаты эксперимента, из которых следует, что именно при этих скоростях возбуждается максимальная амплитуда автоколебаний. Частота остается практически постоянной внутри каждой из областей неустойчивости, изменяясь скачкообразно при переходе от одной моды к другой. Расчет проводился для значения $\alpha=0,01$, выбранного произвольно для оценки. Однако при других значениях декремента характер границы остается прежним.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Strouhal V.* Über eine Becondere Art der Tonerregung. Wied. Annalen, 1878, 5, 9, 246–251.
2. *Блохинцев Д. И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М., Гостехтеориздат, 1946.
3. *Маккроски.* Некоторые последние работы по нестационарной гидродинамике. Тр. Амер. об-ва инженеров-механиков, 1977, 99, серия Д, 93–130.
4. *Parker R.* Resonance effects in wake, shedding from parallel plates: some experimental observations. J. Sound and Vibr., 1966, 4, 1, 62–73.
5. *Parker R.* Resonance effects in wake, shedding from parallel plates: calculation of resonant frequencies. J. Sound and Vibr., 1967, 5, 2, 330–343.
6. *Morse P., Ingard U.* Theoretical acoustic. N. Y. McGraw Hill Book Co., 1968.
7. *Cumpsty N. A., Whitehead D. S.* The excitation of acoustic resonances by vortex shedding. J. Sound and Vibr., 1971, 18, 3, 353–371.
8. Авиационная акустика. Под ред. Мунина А. Г. и Квитки В. Е. М., Машиностроение», 1973.
9. *Баженов Д. В.* К механизму излучения звука потоком в случае эоловых тонов. Докл. на IX Всесоюзн. акуст. конф. М., 1977.

Поступила
12 февраля 1979 г.
После исправления
7 января 1980 г.