АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVI 1980 Вып. 5

УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКИХ ЗВУКОВЫХ ВОЛН НА СИСТЕМЕ ПОЛЫХ УПРУГИХ ЦИЛИНДРОВ, РАСПОЛОЖЕННЫХ В НЕЗАМКНУТЫХ КОЛЬЦЕВЫХ СЛОЯХ

А. Г. Лейко

В результате совместного решения скалярного волнового уравнения Гельмгольца и дифференциальных уравнений колебаний тонких упругих цилиндрических оболочек получены выражения, описывающие дифракцию плоских звуковых волн на системе из конечного числа произвольных полых упругих цилиндров, расположенных в незамкнутых кольцевых слоях из идеально податливого материала конечной толщины. Приведены результаты расчета углового распределения амплитуд звуковых полей, рассеянных системой цилиндров и отдельными цилиндрами в слоях в составе системы в широком диапазоне частот для различных направлений прихода плоских звуковых волн.

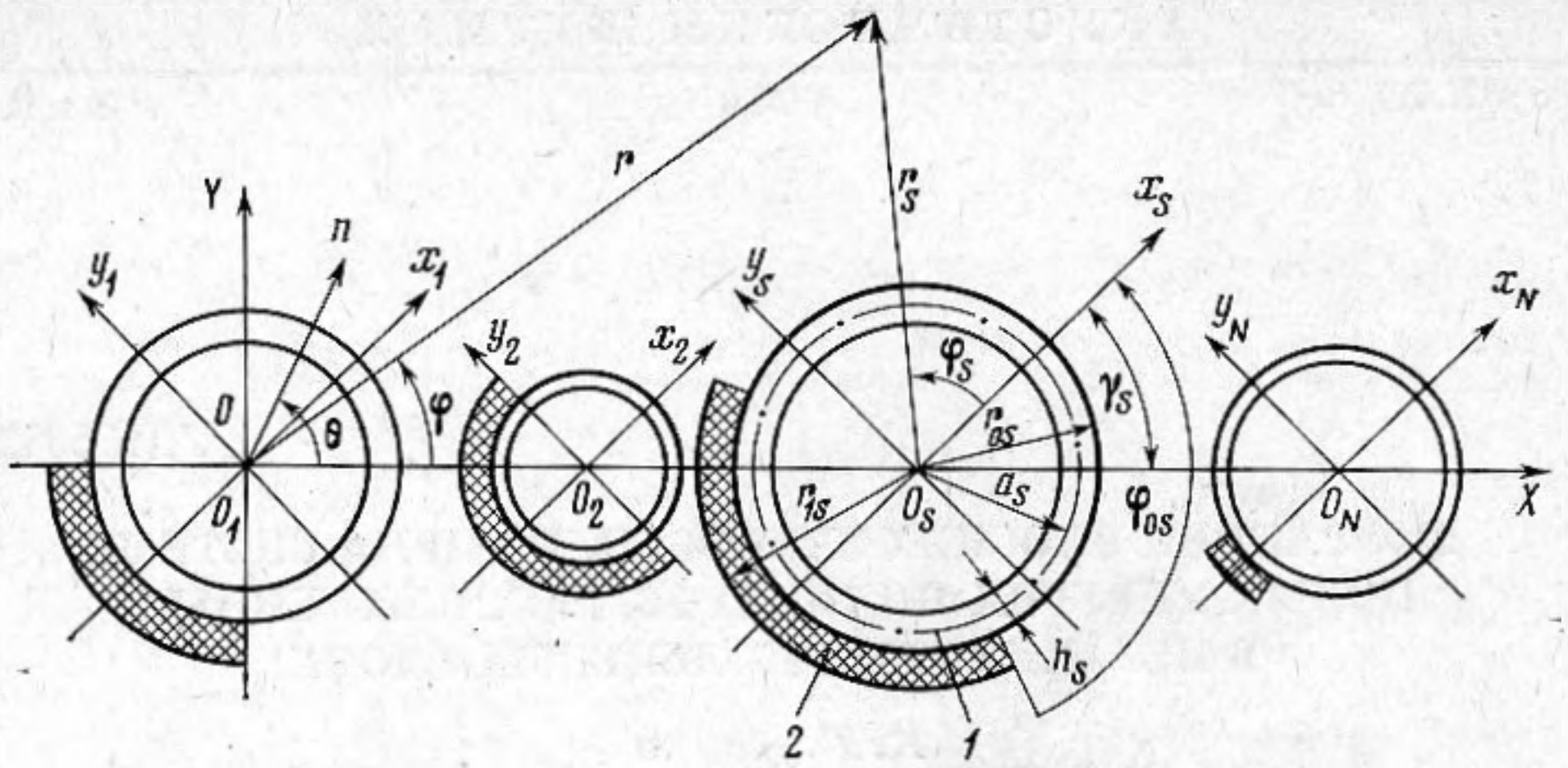
Рассмотрим задачу о дифракции плоских звуковых волн на системе конечного числа N бесконечно длинных упругих цилиндров, расположенных в незамкнутых кольцевых слоях конечной толщины. Продольные оси цилиндров параллельны между собой и лежат в одной плоскости. Цилиндры в слоях произвольно ориентированы в пространстве, а их нормальные сечения имеют произвольные размеры и конфигурацию. Каждый цилиндр представляет собой полую тонкую оболочку радиуса a_s, толщиной h_s (внешний радиус $r_{0s}=a_s+h_s/2$), выполненную из материала с плотностью ρ_{M_s} и скоростью звука c_{M_s}. Кольцевые слои имеют толщину $r_{1s}-r_{0s}$ и выполнены из идеально податливого материала. Частный случай рассматриваемой задачи, связанный с вырождением системы цилиндров в одиночный цилиндр, был предметом обсуждения в работе [1].

Пусть на систему цилиндров в слоях из жидкости с плотностью ρ и скоростью звука c в направлении единичного вектора $\mathbf{n}$ падает плоская звуковая волна $p^{(0)}$ единичной амплитуды, фронт которой параллелен продольным осям цилиндров.

Введем в рассмотрение ряд координатных систем: общую прямоугольную систему $OXYZ$, расположенную так, что ось OZ направлена вдоль продольной оси цилиндра с номером $s=1$, а ось OX лежит в плоскости решетки продольных осей цилиндров; локальные прямоугольные координатные системы $O_sx_sy_sz_s$, $s=1, \ldots, N$, оси O_sz_s которых совпадают с продольными осями s-х цилиндров, а оси O_sx_s направлены вдоль биссектрис углов раскрыва кольцевых слоев; общую (r, φ, z) и локальные (r_s, φ_s, z_s) круговые цилиндрические системы координат, связанные с прямоугольными известными [2] формулами преобразования.

Нормальное сечение цилиндров в слоях, системы координат и обозначения, необходимые для решения задачи, приведены на фиг. 1.

В математической постановке задача о дифракции звуковых волн на системе «жидкость — решетка упругих цилиндров в слоях» сводится к совместному решению скалярного волнового уравнения Гельмгольца и системы дифференциальных уравнений, описывающих колебания тонких уп-



Фиг. 1. Нормальное сечение системы упругих цилиндров (*1*), расположенных в незамкнутых кольцевых слоях (*2*) конечной толщины

ругих оболочек. Как и в работе [1], в качестве последних можно принять уравнение движения тонких оболочек в виде

$$
\begin{aligned}
&\omega^2\rho_M v_{0s}+\frac{E_{1s}}{r_{0s}^2}\left[\frac{\partial^2 v_{0s}}{\partial\varphi_s^2}+\frac{\partial v_{rs}}{\partial\varphi_s}\right]+\frac{1}{8}\frac{h_s^2}{r_{0s}^4}\frac{\sigma_s}{1-\sigma_s}E_{1s}\times\\
&\times\left[\frac{\partial^3 v_{rs}}{\partial\varphi_s^3}+\frac{\partial v_{rs}}{\partial\varphi_s}\right]=\frac{i\omega}{2r_{0s}}\frac{\sigma_s}{1-\sigma_s}\frac{\partial p}{\partial\varphi_s};\\
&\omega^2\rho_M v_{rs}-\frac{E_{1s}}{r_{0s}^2}\left[\frac{\partial v_{0s}}{\partial\varphi_s}+v_{rs}\right]-\\
&-\frac{h_s^2}{24r_{0s}^2}\frac{E_{1s}}{1-\sigma_s}\left[2(1-\sigma_s)\frac{\partial^4 v_{rs}}{\partial\varphi_s^4}+(4-\sigma_s)\frac{\partial^2 v_{rs}}{\partial\varphi_s^2}+(2+\sigma_s)v_{rs}\right]=\\
&=\frac{i\omega}{h_s}\left[1+\frac{(1-2\sigma_s)}{2(1-\sigma_s)}\frac{h_s}{r_{0s}}\right]p.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Здесь v_{0s} и v_{rs} — периферическая и радиальная составляющие колебательной скорости элемента s-й оболочки (цилиндра), ω — круговая частота, σ_s — коэффициент Пуассона, $E_{1s}=E_s/(1-\sigma_s^2)$ — модуль упругости для тонкой пластины, E_s — модуль упругости материала оболочки, p — давление в дифрагированном звуковом поле, представляющем собой суперпозицию поля падающей волны $p^{(0)}$ и вторичного поля $p^{(1)}$, излученного цилиндрами системы, совершающими упругие колебания, и рассеянного кольцевыми слоями, окружающими эти цилиндры:

$$p(r,\varphi)=p^{(0)}(r,\varphi)+p^{(1)}(r,\varphi). \tag{2}$$

Суммарное звуковое давление p определяется в результате решения волнового уравнения Гельмгольца в многосвязанных областях относительно давления $p^{(1)}$ вторичного поля, удовлетворяющего в сумме с давлением $p^{(0)}$ поля падающей волны граничным условиям, заданным на поверхности каждого цилиндра в слое, и условию излучения на бесконечности. С учетом принятых обозначений граничные условия могут быть представлены в виде

$$p=0,\ r_{0s}\leqslant r_s\leqslant r_{1s},\ \varphi_s=\pm\varphi_{0s}; \tag{3}$$

$$p=0,\ r_s=r_{1s},\ \varphi_{0s}\leqslant|\varphi_s|\leqslant\pi; \tag{4}$$

$$(5)\qquad \frac{1}{i\omega\rho}\frac{\partial p}{\partial r_s}=-v_{rs},\quad r_s=r_{0s},\quad |\varphi_s|\leqslant\varphi_{0s}.$$

Решение рассматриваемой задачи осуществим методом частичных областей. Разобьем область существования звукового поля, дифрагированного на решетке цилиндров в слоях, на ряд частичных областей (внутренних и внешних по отношению к каждому цилиндру в слое), определив их границы в локальных координатах s-го цилиндра неравенствами $r_{0s}\leqslant r_s\leqslant r_{1s}$, $0\leqslant|\varphi_s|\leqslant\varphi_{0s}$ для внутренних областей и $r_{1s}\leqslant r_s<\infty$, $0\leqslant|\varphi_s|\leqslant\pi$ — для внешних.

Представим полное звуковое поле во внутренней области s-го цилиндра в виде ряда с использованием локальных круговых цилиндрических функций дробного индекса:

$$(6)\qquad p_{\mathrm{I}}(r_s,\varphi_s)=\sum_{q=1}^{\infty}[C_q^{(s)}J_{m_q^{(s)}}(\mu_s)+D_q^{(s)}N_{m_q^{(s)}}(\mu_s)]\sin m_q^{(s)}(\varphi_s+\varphi_{0s}),$$

где $C_q^{(s)}$ и $D_q^{(s)}$ — неизвестные комплексные коэффициенты разложения, $J_{m_q}^{(s)}(\mu_s)$ и $N_{m_q}^{(s)}(\mu_s)$ — функции Бесселя и Неймана порядка $m_q^{(s)}$, значение которого определяется из граничного условия (3) и равно $m_q^{(s)}=\pi q/2\varphi_{0s}$, $\mu_s=kr_s$, k — волновое число жидкости.

Во внешней области s-го цилиндра составляющие $p^{(0)}$ и $p^{(1)}$ звукового поля, дифрагированного на решетке цилиндров в слоях, выразим следующим образом. Звуковое давление поля плоской волны, падающей на решетку, $p^{(0)}=e^{ik(\mathbf{nr})}$, где $\mathbf{n}$ — единичный вектор направления прихода волны, а $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки наблюдения в общей прямоугольной системе координат, представим в локальных координатах s-го цилиндра разложением по цилиндрическим функциям вида

$$(7)\qquad p^{(0)}(r_s,\varphi_s)=e^{ikl_{1s}\cos\theta}\sum_n i^nJ_n(\mu_s)e^{in(\varphi_s-\alpha_s)}.$$

Здесь l_{1s} — расстояние между началами O_1 и O_s локальных координатных систем, $\alpha_s=\theta-\gamma_s$ — угол между единичным вектором $\mathbf{n}$ и осью O_sx_s. Звуковое давление вторичного поля $p^{(1)}$, рассеянного системой упругих цилиндров в слоях, является результатом суперпозиции полей p_s^1 отдельных цилиндров, определенных с учетом взаимодействия, возникающего вследствие многократности процесса рассеяния звука на цилиндрах системы:

$$(8)\qquad p^{(1)}=\sum_{s=1}^{N}p_s^{(1)}.$$

Звуковое давление $p_s^{(1)}$ вторичного поля, рассеянного s-м цилиндром в составе системы, представим в локальных координатах этого цилиндра разложением по цилиндрическим волновым функциям, удовлетворяющим условию излучения на бесконечности (для временно́й зависимости $e^{-i\omega t}$)

$$(9)\qquad p_s^{(1)}(r_s,\varphi_s)=\sum_m A_m^{(s)}J_m(\mu_{1s})H_m^{(1)}(\mu_s)e^{im\varphi_s},$$

где $A_m^{(s)}$ — неизвестные комплексные коэффициенты разложений, $H_m^{(1)}(\mu_s)$ — функция Ханкеля первого рода m-го порядка, $\mu_{1s}=kr_{1s}$.

Поскольку входящие в выражение (8) поля отдельных цилиндров заданы в своих локальных координатных системах, выразим их в координатах s-го цилиндра. Перенос систем координат выполним на основании теорем сложения для цилиндрических волновых функций [2], которые для

рассматриваемого случая приобретают вид

$$H_n^{(1)}(\mu_p)e^{in\varphi_p}=\sum_m H_{n-m}^{(1)}(kl_{ps})J_m(\mu_s)e^{i[(n-m)\varphi_{ps}+m\varphi_s]}.$$

Здесь l_{ps} и φ_{ps} — полярная и угловая координаты начала O_p p-й координатной системы в s-й системе координат. С учетом последнего соотношения и формулы (9) выражение (8) для звукового давления вторичного поля $p^{(1)}$ в локальных координатах s-го цилиндра приобретает вид

$$p^{(1)}(r_s,\varphi_s)=\sum_n A_n^{(s)}J_n(\mu_{1s})H_n^{(1)}(\mu_s)e^{in\varphi_s}+ \tag{10}$$

$$+\sum_{\substack{p=1\\p\neq s}}^{N}\sum_n A_n^{(p)}J_n(\mu_{1p})\sum_m H_{n-m}^{(1)}(kl_{ps})J_m(\mu_s)e^{i[(n-m)\varphi_{ps}+m\varphi_s]}.$$

Представим периферическую и радиальную составляющие колебательной скорости элемента упругого цилиндра с номером s рядами Фурье:

$$v_{0s}(\varphi_s)=\sum_n b_n^{(s)}e^{in\varphi_s}; \tag{11}$$

$$v_{rs}(\varphi_s)=\sum_n a_n^{(s)}e^{in\varphi_s}, \tag{12}$$

где $b_n^{(s)}$ и $a_n^{(s)}$ — неизвестные коэффициенты разложений.

Для отыскания неизвестных коэффициентов разложения $a_n^{(s)}$, $b_n^{(s)}$, $A_m^{(s)}$, $C_q^{(s)}$ и $D_q^{(s)}$ воспользуемся дифференциальными уравнениями движения (1) тонких упругих оболочек и системой функциональных уравнений, объединяющих условия сопряжения полей на границах раздела областей и граничные условия (4) и (5) задачи:

$$p_{\text{II}}(r_s,\varphi_s)=\begin{cases}p_{\text{I}}(r_s,\varphi_s), & r_s=r_{1s},\quad 0\leqslant|\varphi_s|\leqslant\varphi_{0s},\\ 0, & r_s=r_{1s},\quad \varphi_{0s}\leqslant|\varphi_s|\leqslant\pi;\end{cases}$$

$$\frac{1}{i\omega\rho}\frac{\partial p_{\text{II}}(r_s,\varphi_s)}{\partial r_s}=\frac{1}{i\omega\rho}\frac{\partial p_{\text{I}}(r_s,\varphi_s)}{\partial r_s},\quad r_s=r_{1s},\quad 0\leqslant|\varphi_s|\leqslant\varphi_{0s}; \tag{13}$$

$$\frac{1}{i\omega\rho}\frac{\partial p_{\text{I}}(r_s,\varphi_s)}{\partial r_s}=-v_{rs},\quad r_s=r_{0s},\quad 0\leqslant|\varphi_s|\leqslant\varphi_{0s},\quad s=1,\ldots,N.$$

Подставив соотношения (11), (12), (6) и (2) с учетом формул (7) и (10) в систему дифференциальных уравнений (1) и функциональных уравнений (13) и выполнив ряд преобразований, в том числе и на основании свойств полноты и ортогональности систем функций $\sin m_q^{(s)}(\varphi_s+\varphi_{0s})$ и $e^{in\varphi_s}$ соответственно на интервалах $[-\varphi_{0s},\varphi_{0s}]$ и $[-\pi,\pi]$, для отыскания неизвестных коэффициентов разложений $a_n^{(s)}$, $A_\nu^{(s)}$, $C_q^{(s)}$ и $D_q^{(s)}$ получим бесконечную систему линейных алгебраических уравнений вида

$$a_n^{(s)}-\frac{\mu_{\text{пр}\,s}}{\rho_{\text{м}s}c_{\text{пр}\,s}}\frac{1}{\alpha_s n-\gamma_s(n^2-\mu^2_{\text{пр}\,s})}\sum_{q=1}[C_q^{(s)}J_{m_q^{(s)}}(\mu_{0s})+$$

$$+D_q^{(s)} N_{m_q^{(s)}}(\mu_{0s})\Big]\Big\{i\sigma_s(n^2-\mu_{\text{пр}\,s}^2)\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\varphi_{0s}}^{\varphi_{0s}} e^{-in\varphi_s}\sin m_q^{(s)}(\varphi_s+\varphi_{0s})\,d\varphi_s+$$

$$+\beta_s m_q^{(s)}\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\varphi_{0s}}^{\varphi_{0s}} e^{-in\varphi_s}\cos m_q^{(s)}(\varphi_s+\varphi_{0s})\,d\varphi_s\Big\}=0;$$

$$A_\vartheta^{(s)} J_\vartheta(\mu_{1s}) H_\vartheta^{(1)}(\mu_{1s})+\sum_{\substack{p=1\\p\neq s}}^{N}\sum_n A_n^{(p)} J_n(\mu_{1p}) H_{n-\vartheta}^{(1)}(kl_{ps})\times$$

$$\times J_\vartheta(\mu_{1s})\,e^{-i(n-\vartheta)\varphi_{ps}}-\sum_{q=1}^{\infty}\Big[C_q^{(s)} J_{m_q^{(s)}}(\mu_{1s})+D_q^{(s)} N_{m_q^{(s)}}(\mu_{1s})\Big]\times$$

$$\times\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\varphi_{0s}}^{\varphi_{0s}} e^{-i\vartheta\varphi_s}\sin m_q^{(s)}(\varphi_s+\varphi_{0s})\,d\varphi_s=-e^{-ikl_{1s}\cos\theta}\,i^\vartheta J_\vartheta(\mu_{1s})\,e^{-i\vartheta\alpha_s};$$

$$C_q^{(s)} J'_{m_q^{(s)}}(\mu_{1s})+D_q^{(s)} N'_{m_q^{(s)}}(\mu_{1s})-\sum_n A_n^{(s)} J_n(\mu_{1s}) H_n^{(1)\prime}(\mu_{1s})\frac{1}{\varphi_{0s}}\times \tag{14}$$

$$\times\int\limits_{-\varphi_{0s}}^{\varphi_{0s}} e^{in\varphi_s}\sin m_q^{(s)}(\varphi_s+\varphi_{0s})\,d\varphi_s-\sum_{\substack{p=1\\p\neq s}}^{N}\sum_m A_m^{(p)} J_m(\mu_{1p})\times$$

$$\times\sum_n H_{m-n}^{(1)}(kl_{ps}) J_m'(\mu_{1s})\,e^{i(m-n)\varphi_{ps}}\frac{1}{\varphi_{0s}}\times$$

$$\times\int\limits_{-\varphi_{0s}}^{\varphi_{0s}} e^{in\varphi_s}\sin m_q^{(s)}(\varphi_s+\varphi_{0s})\,d\varphi_s=e^{ikl_{1s}\cos\theta}\times$$

$$\times\sum_n i^n J_n'(\mu_{1s})\,e^{in(\theta-\gamma_s)}\frac{1}{\varphi_{0s}}\int\limits_{-\varphi_{0s}}^{\varphi_{0s}} e^{in\varphi_s}\sin m_q^{(s)}(\varphi_s+\varphi_{0s})\,d\varphi_s;$$

$$C_q^{(s)} J'_{m_q^{(s)}}(\mu_{0s})+D_q^{(s)} N_{m_q^{(s)}}(\mu_{0s})+$$

$$+i\rho c\sum_m a_m^{(s)}\frac{1}{\varphi_{0s}}\int\limits_{-\varphi_{0s}}^{\varphi_{0s}} e^{im\varphi_s}\sin m_q^{(s)}(\varphi_s+\varphi_{0s})\,d\varphi_s=0;$$

$$s=1,\ldots,N;\quad n=-\infty,\,0,\,\infty;\quad \vartheta=-\infty,\,0,\,\infty;\quad q=1,2,\ldots$$

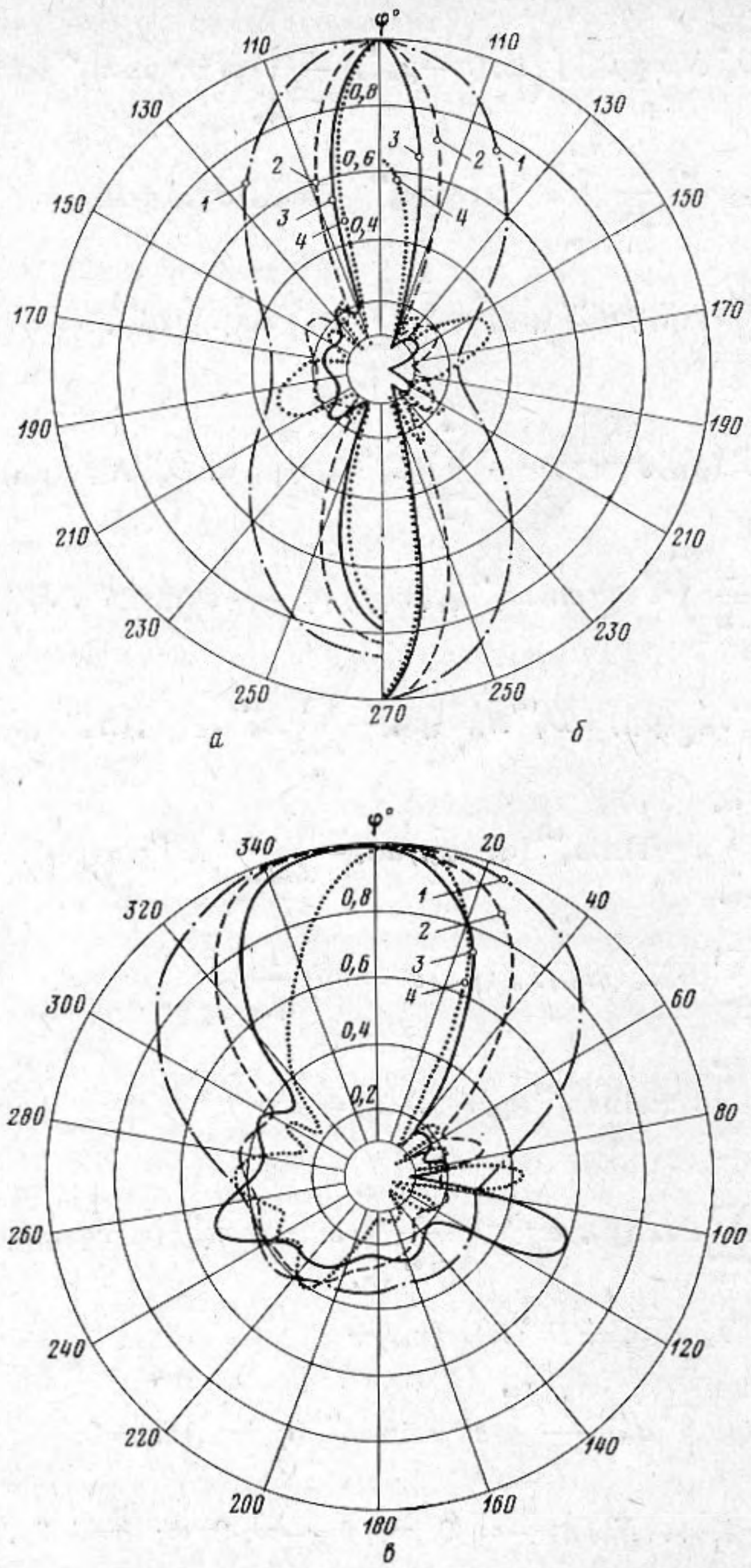
Здесь $\mu_{\text{пр}\,s}=k_{\text{пр}\,s}a_s$; $k_{\text{пр}\,s}=\omega/c_{\text{пр}\,s}$; $c_{\text{пр}\,s}$ — скорость распространения продольной волны в пластине из материала s-й оболочки; $\mu_{0s}=kr_{0s}$;

$$\alpha_s=n-\frac{1}{8}\frac{h_s^2}{a_s^2}\frac{\sigma_s}{1-\sigma_s}(n^3-n);$$

$$\gamma_s=1-\mu_{\text{пр}\,s}^2+\frac{h_s^2}{24a_s^2(1-\sigma_s)}\left[2n^4(1-\sigma_s)-n^2(4-\sigma_s)+\sigma_s+2\right];$$

$$\beta_s=\frac{n\sigma_s}{2(1-\sigma_s)};\qquad \delta_s=\frac{a_s}{h_s}+\frac{1-2\sigma_s}{2(1-\sigma_s)}.$$

Штрих обозначает производную функции по аргументу μ_s.



Фиг. 2 (а, б). Угловое распределение нормированной амплитуды поля рассеяния системы из двух идентичных цилиндров в слоях при возбуждении системы волнами, падающими в направлении $\theta=\pi/2$ (*а*); $3\pi/2$ (*б*); 0 (*в*). Кривые *1—4* соответствуют $\mu_{пр}=0{,}3$; 0,7; 1,0; 1,2

Бесконечная система уравнений (14) подобна изученным, например, в работах [1, 3] и разрешима методом усечения. В частном случае вырождения упругих цилиндров в абсолютно жесткие, для которого $\rho c/\rho_M c_M \to 0$, система (14) принимает вид, приведенный в работе [3].

Таким образом, решение задачи о дифракции плоских звуковых волн на системе из конечного числа полых упругих цилиндров, расположенных

в незамкнутых кольцевых слоях конечной толщины, сводится к отысканию неизвестных коэффициентов разложения дифрагированных полей путем решения бесконечных систем алгебраических уравнений вида (14) и последующему вычислению количественных характеристик полей в соответствии с выражениями (2), (6), (9) и (10).

В качестве примера применения полученных соотношений произведем оценку углового распределения амплитуд вторичных звуковых полей, рассеянных в волновой зоне эквидистантной решеткой одинаково ориентированных идентичных упругих цилиндров в слоях и ее отдельными цилиндрами в составе решетки. Для этой зоны на основании асимптотических представлений функций Ханкеля при больших kr ($kr \gg 1$) и справедливости допущений $r_s = r - l_{1s}\cos\varphi$; $r \approx r_s$; $\varphi_s \approx \varphi - \gamma$ выражение (8) с учетом соотношения (9) и выражение (9) в общих полярных координатах с центром в точке 0 могут быть преобразованы к виду

$$p_{\text{д}}^{(1)}(r,\varphi) = \left(\frac{2}{\pi kr}\right)^{1/2} e^{ikr - i\pi/4} \sum_{s=1}^{N} e^{-ikl(1-s)\cos\varphi} \times \tag{15}$$

$$\times \sum_{n} A_n^{(s)} J_n(\mu_{1s}) e^{-i\pi n/2} e^{in(\varphi-\gamma)}$$

для решетки цилиндров в слоях и

$$p_{\text{зд}}^{(1)}(r,\varphi) = \left(\frac{2}{\pi kr}\right)^{1/2} e^{i(kr-\pi/4)} e^{-ikl(1-s)\cos\varphi} \times \tag{16}$$

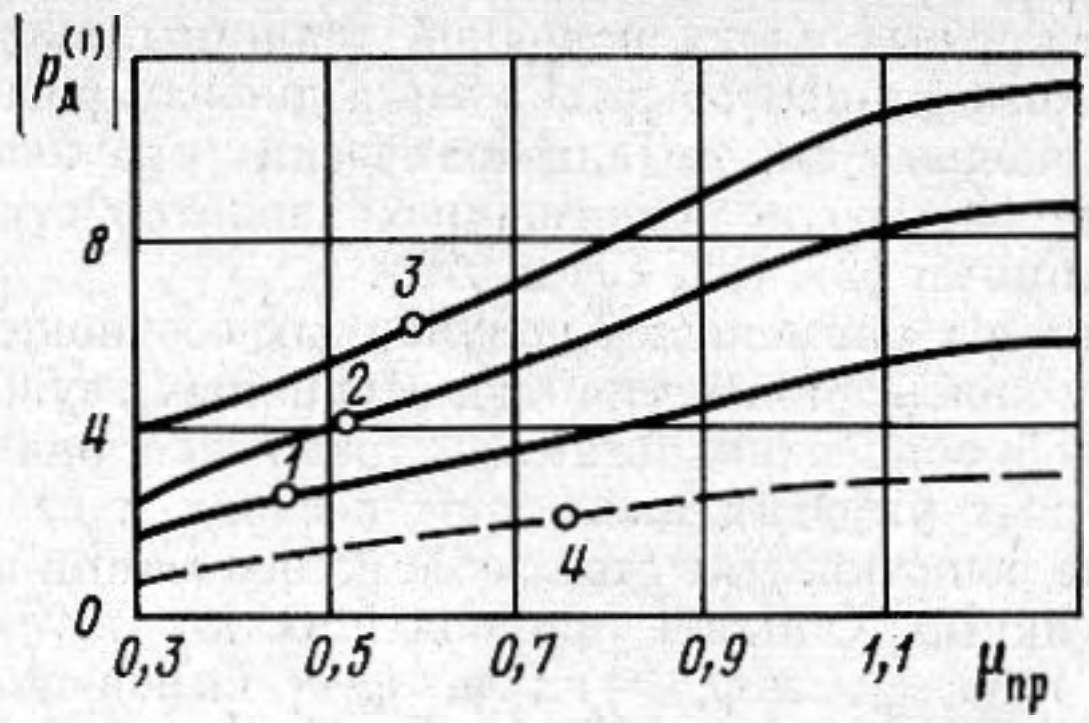
$$\times \sum_{n} A_n^{(s)} J_n(\mu_{1s}) e^{-i\pi n/2} e^{in(\varphi-\gamma)}$$

для отдельного цилиндра в слое в составе решетки. Здесь l — расстояние между продольными осями соседних цилиндров в решетке.

Численные расчеты углового распределения амплитуд вторичных полей рассеяния производились по формулам (14)—(16) в широком диапазоне частот для различных углов падения плоских звуковых волн на решетки, образованные из двух, трех и четырех полых упругих пьезокерамических цилиндров со следующими параметрами: $\rho_M = 7{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c_{\text{пр}} = 3100$ м/с; $\sigma = 0{,}35$; $h/a = 0{,}1$. Идеально податливые незамкнутые кольцевые слои, охватывающие упругие цилиндры, характеризовались величинами: $\varphi_0 = \pi/2$; $r_1/a = 1{,}1$. Параметры решеток и среды, в которой они располагались, принимались равными: $l = 2{,}1 r_1$; $\gamma = \pi/2$; $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3; $c = 1500$ м/с. Направление прихода плоской волны определялось углами $\theta = 0$; $\pi/2$; $3\pi/2$.

Результаты расчетов углового распределения нормированной амплитуды $R(\varphi) = p_{\text{д}}^{(1)}(r,\varphi)/\max p_{\text{д}}^{(1)}(r,\varphi)$ вторичных звуковых полей, рассеянных системой упругих цилиндров в слоях и отдельными цилиндрами в составе системы, в зависимости от углов прихода плоских звуковых волн и значения отношения $\mu_{\text{пр}} = \omega/\omega_0$, где ω_0 — круговая частота пульсирующих колебаний упругих цилиндров, представлены графически на фиг. 2—4. В связи с симметрией амплитуд полей рассеяния $p_{\text{д}}(r, \varphi)$ системы цилиндров относительно оси OY при падении плоских волн в направлениях $\theta = \pi/2$ и $3\pi/2$ диаграммы рассеяния на фиг. 2, *а*, *б* приведены в диапазоне углов (90°, 270°).

Произведем анализ результатов расчета, сопоставляя их при этом с результатами работы [1], полученными для одиночного цилиндра в слое. Прежде всего отметим, что образование из упругих цилиндров в слоях системы дифрагирующих тел сопровождается как изменением волновых размеров рассеивающего препятствия, так и появлением нового физиче-



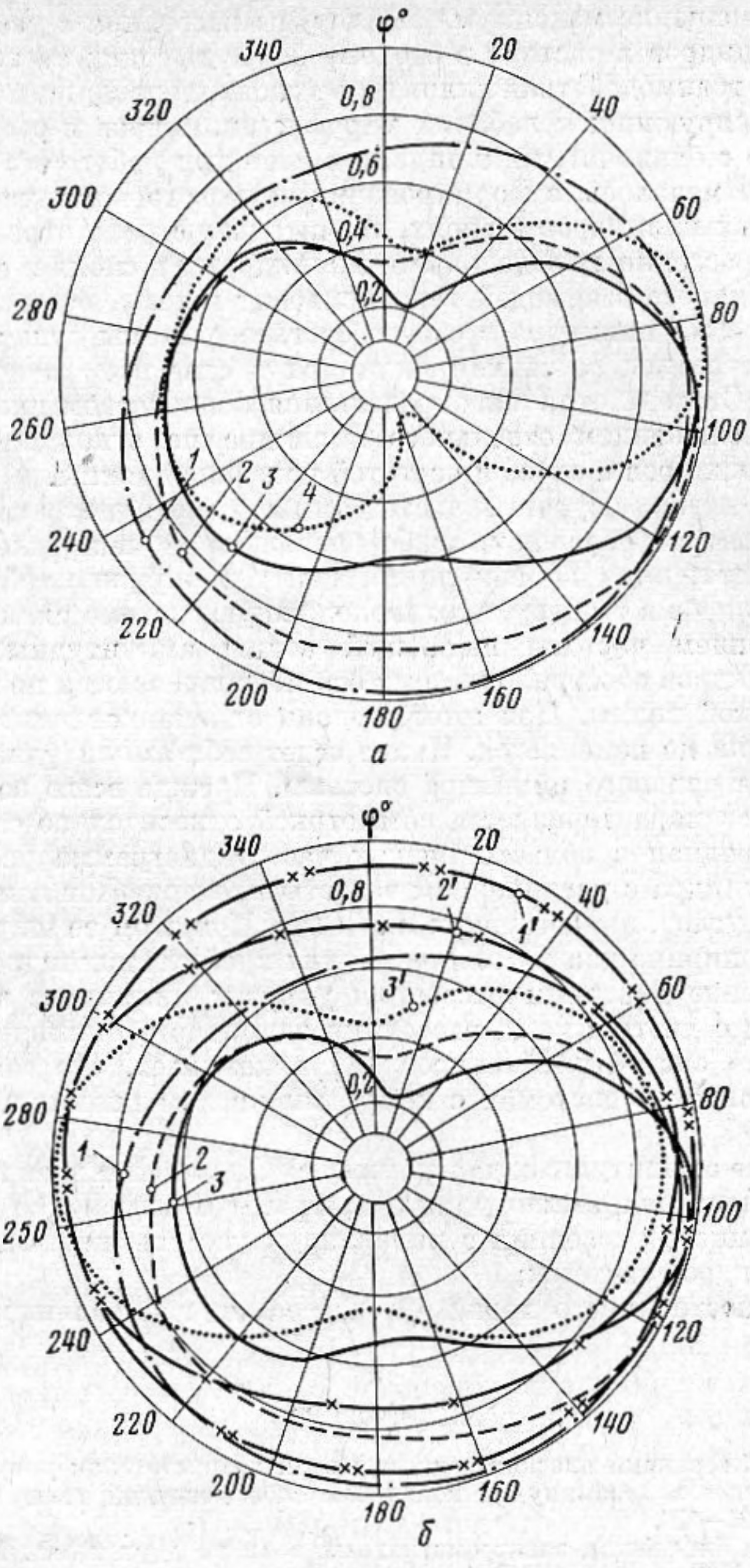
Фиг. 3. Частотная зависимость амплитуды полей рассеяния систем идентичных цилиндров в слоях при возбуждении их волнами, падающими в направлении $\theta=3\pi/2$. Кривые *1—3* соответствуют $N=2$, 3, 4. Кривая *4* приведена для одиночного цилиндра в слое при работе его вне системы

ского эффекта — взаимодействия между полями рассеяния отдельных цилиндров системы.

Увеличение волновых размеров рассеивающего препятствия приводит к обострению диаграмм рассеяния системы цилиндров и уменьшению бокового рассеяния. Даже при малых волновых размерах цилиндров в слоях система приобретает направленность тем бо́льшую, чем больше цилиндров в слоях образует систему. Качественные особенности изменения поля рассеяния системы цилиндров в слоях в значительной мере подобны тем, которые имели место для поля рассеяния одиночного цилиндра в слое. Для системы цилиндров в слоях характер углового распределения амплитуды рассеянного поля также существенно видоизменяется при увеличении отношения ω/ω_0 с изменением направления прихода плоских звуковых волн. Если при падении звуковых волн на систему цилиндров в слоях со стороны слоев ($\theta=\pi/2$) диаграммы рассеяния имеют ясно выраженный односторонний характер рассеяния, мало изменяющийся при изменении частоты падающей волны, то при изменении направления прихода волн на противоположное ($\theta=3\pi/2$) преимущественное одностороннее рассеяние имеет место только для частот, превышающих частоту пульсирующих колебаний упругих цилиндров.

Как и для одиночного цилиндра в слое, особый интерес представляет картина углового распределения амплитуды рассеянного поля при падении звуковых волн вдоль линии центров нормальных сечений цилиндров системы ($\theta=0$). Этот интерес определяется возможностью наглядно проследить за тем, как различие в форме и свойствах рассеивающей поверхности по обе стороны от плоскости OZX сказывается в широком диапазоне частот на характере рассеяния звука системой в этих двух полупространствах. Если в области низких звуковых частот амплитудная диаграмма рассеяния системы мало отличается по обе стороны от оси OX, то дальнейшее повышение частоты сопровождается нарушением монотонности изменения амплитуды рассеянного поля и появлением резких перепадов ее со стороны упругой поверхности цилиндров в узких пространственных секторах. Пространственное положение и протяженность амплитудных выбросов, а также их величина существенно видоизменяются при изменении частоты падающей волны.

Несмотря на то что при $\theta=0$ или π волновой размер поверхности системы, препятствующей распространению волны, равен волновому размеру одиночного цилиндра в слое, амплитудная диаграмма рассеяния системы отличается большей остротой и односторонним характером направ-



Фиг. 4. Угловое распределение нормированной амплитуды поля рассеяния отдельного ($s=1$, 2) цилиндра в слое в составе системы из двух (*а*) и трех (*б*) идентичных цилиндров в слоях при возбуждении систем волнами, падающими в направлении $\theta=\pi/2$. Кривые *1—4* соответствуют $\mu_{пр}=0{,}3$; 0,7; 1,0; 1,2. Штрихом обозначены кривые рассеяния центрального ($s=2$) цилиндра в слое

ленности. Причиной этого является увеличение протяженности системы цилиндров в слоях по направлению падающей волны.

Анализ частотной характеристики рассеяния звука системой цилиндров в слоях (фиг. 3) показывает, что, как и следовало ожидать, максимальное рассеяние имеет место в области резонансных частот упругих

цилиндров. Смещение максимума амплитуды рассеяния с увеличением количества цилиндров в системе в сторону более высоких частот объясняется влиянием взаимодействия цилиндров в слоях, приводящим к повышению частоты пульсирующих колебаний упругих цилиндров в составе системы по сравнению с одиночным цилиндром в слое при работе его вне системы.

Как уже отмечалось, в формировании звукового поля, рассеянного системой упругих цилиндров в слоях, значительную роль играет взаимодействие полей, рассеянных отдельными цилиндрами в слоях в составе системы. Наличие такого взаимодействия приводит к тому, что диаграмма рассеяния отдельного цилиндра в слое в составе системы существенно отличается от диаграммы рассеяния цилиндра в слое при расположении его вне системы. Степень отличия определяется количеством цилиндров в системе, местоположением отдельного цилиндра по отношению к другим, размерами цилиндров и слоев и частотой падающей волны.

В области низких звуковых частот амплитудные диаграммы рассеяния крайних цилиндров обладают слабо выраженной направленностью, ось которой ориентируется вблизи линии центров окружностей нормальных сечений цилиндров в сторону, противоположную системе цилиндров.

С увеличением частоты падающей волны амплитудные диаграммы крайних цилиндров обостряются, а их оси поворачиваются по направлению прихода плоской волны. При этом степень однонаправленности диаграммы практически не изменяется. Иначе ведет себя амплитудная диаграмма рассеяния центрального цилиндра системы. Прежде всего во всем диапазоне частот она характеризуется симметрией относительно оси OY. Практически однородная в области низких частот диаграмма рассеяния центрального цилиндра с увеличением частоты претерпевает изменения только в секторах углов, прилегающих к оси OX. При этом ее ширина остается большей, чем ширина диаграммы рассеяния крайних цилиндров.

Сопоставление диаграмм рассеяния упругих цилиндров в слоях в составе системы с диаграммами рассеяния одиночного цилиндра в слое при работе его вне системы цилиндров [1] показывает, что взаимодействие цилиндров в слоях в системах с конечным числом цилиндров обусловливает:

расширение амплитудных диаграмм рассеяния цилиндров в слоях;

потерю симметрии амплитудных диаграмм и изменение направления преимущественного рассеяния с изменением частоты падающих волн для крайних цилиндров системы;

потерю одностороннего характера рассеяния центральными цилиндрами системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лейко А. Г.* Дифракция плоских звуковых волн на пустотелом упругом цилиндре, расположенном в незамкнутом кольцевом слое конечной толщины. Акуст. ж., 1979, *25*, 3, 421—426.
2. *Иванов Е. А.* Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск, «Наука и техника», 1968.
3. *Климов А. Е., Лейко А. Г.* Дифракция звуковых волн на системе цилиндров, расположенных в незамкнутых кольцевых слоях. Акуст. ж., 1979, *25*, 5, 717—724.

Поступила
19 ноября 1979 г.
После исправления
29 января 1979 г.