

УДК 534.222

**О ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ИЗЛУЧАТЕЛЕ, РАБОТАЮЩЕМ
В СРЕДЕ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА***А. Л. Полякова, О. Ю. Сильвестрова*

Рассмотрена работа параметрического излучателя в воде, содержащей пузырьки газа. Нелинейные параметр, поглощение и скорость звука в такой среде зависят от размеров и концентрации пузырьков. Показано, что можно выбрать такие размеры пузырьков, газосодержание и толщину пленки пузырьков перед излучателем, что эффективность преобразования увеличится.

Использование звуковых волн большой интенсивности привело к созданию ряда устройств, основанных на нелинейных эффектах. Одним из таких устройств является так называемый параметрический излучатель звука (ПИ), в котором взаимодействие двух звуковых волн близких частот в нелинейной среде приводит к излучению волны разностной частоты [1]. Такой излучатель обладает высокой направленностью на низкой частоте при относительно малых размерах. Недостатком ПИ является его малая эффективность: отношение давления в волне низкой частоты к давлению высокой частоты составляет величину порядка процента и менее.

В настоящее время рассматриваются разные способы повышения эффективности ПИ и оптимизации его параметров. Одним из способов повышения эффективности является выбор среды с большим нелинейным параметром и малой скоростью звука. Так, например, в работе [2] предложено помещать в области взаимодействия цилиндр из силиконовой резины, которая обладает меньшей скоростью звука и большим нелинейным параметром по сравнению с водой.

Другим способом увеличения эффективности ПИ является использование воды с пузырьками газа. Было показано, что наличие пузырьков приводит к уменьшению скорости звука, появлению дисперсии скорости и к существенному возрастанию нелинейного параметра жидкости [3—10]. При этом возрастает также и поглощение звука. Увеличение нелинейного параметра приводит к возрастанию эффективности ПИ, тогда как дисперсия скорости и увеличивающееся поглощение отрицательно сказываются на работе ПИ. Эти изменения свойств среды существенно зависят от соотношения между частотой звуковой волны и резонансной частотой пузырьков.

Как показывают предварительные оценки, можно выбрать такую область параметров, в которой дисперсия скорости еще не скажется заметно, а величина нелинейного параметра уже возрастет — это область, когда частота звука много меньше, чем резонансная частота пузырьков.

В данной работе рассмотрено влияние пузырьков газа в воде на эффективность ПИ. Будем считать, что плоский излучатель площадью S излучает две волны с частотами ω_1 и ω_2 и амплитудой p_0 и что формирование волны разностной частоты $\Omega = \omega_1 - \omega_2$ происходит в прожекторной зоне излучателя, а длина области формирования определяется малоамплитудным поглощением звука высокой частоты [1]. Если x — координата, на-

правленная вдоль оси излучателя, то можно считать, что в некоторой малой области вблизи излучателя при $x < l$ имеется вода с пузырьками газа, а при $x > l$ — обычная вода. Тогда можно отдельно рассмотреть ближнюю и дальнюю зоны излучателя и решить задачу поэтапно. Сначала надо найти свойства той среды, в которой имеются пузырьки, а затем определить амплитуду разностной волны, которая формируется в области с размерами L , превышающими величину l .

Давление в волне разностной частоты на далеком расстоянии от излучателя описывается решением уравнения

$$(1) \quad \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial Q}{\partial t},$$

где Q — плотность силы источников, равная в чистой жидкости

$$(2) \quad Q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\rho_0^2 c_0^4} \frac{\partial p_i^2}{\partial t},$$

где ε_0 — нелинейный параметр, а ρ_0 и c_0 — плотность и скорость звука в жидкости без пузырьков, p_i — амплитуда давления первичной волны. При наличии пузырьков в плотность источников войдет член, возникающий из-за колебания пузырьков на разностной частоте. Тогда величину Q можно записать в виде

$$(3) \quad Q = Q_0 + n \partial V_- / \partial t,$$

где n — число пузырьков в единице объема, V_- — изменение объема пузырька при его колебаниях на частоте Ω . В этом случае при $x < l$ $Q = Q_0 + n \partial V_- / \partial t$, а при $x > l$ $Q = Q_0$. Будем считать, что все пузырьки имеют одинаковый радиус R_0 в равновесном состоянии.

Изменение объема пузырька V под действием внешнего давления p описывается уравнением [3, 4]

$$(4) \quad \dot{V} + \omega_0^2 V - \bar{\alpha} V^2 - \beta [2V\dot{V} + \dot{V}^2] = -\kappa p,$$

где $\bar{\alpha} = 3\beta(\gamma + 1)\omega_0^2$, $\beta = 1/8\pi R_0^3$, $\kappa = 4\pi R_0/\rho_0$, $\omega_0^2 = 3\gamma P_0/\rho_0 R_0^2$, R_0 — резонансный радиус пузырька, P_0 — равновесное давление газа, ρ_0 — плотность воды, γ — отношение теплоемкостей для воздуха.

Давление в звуковой волне имеет вид

$$(5) \quad p = p_0 e^{-\alpha_0 x} [e^{i(\omega_1 t - k_1 x)} + e^{i(\omega_2 t - k_2 x)}] + p_1(x) e^{-\alpha_1 x} \times e^{i(\Omega t - qx)}.$$

Здесь α_0 и α_1 — коэффициенты поглощения звука с частотами $\omega_1 \approx \omega_2 = \omega$ и Ω , соответственно.

Решая уравнение (4) с правой частью в виде (5) и выделяя ту часть объема, которая колеблется с частотой Ω , т. е. имеет вид $\sim V_- e^{i(\Omega t - qx)}$, получим для амплитуды V_- выражение

$$(6) \quad V_- = \frac{\kappa^2 p_0^2 e^{-2\alpha_0 x} (\bar{\alpha} - \beta \omega^2) - \kappa p_1(x) e^{-\alpha_1 x} (\omega_0^2 - \omega^2)^2}{(\omega_0^2 - \Omega^2) (\omega_0^2 - \omega^2)^2}.$$

Поскольку амплитуда волны давления разностной частоты p равна нулю на излучателе и вблизи излучателя очень мала, можно считать второй член в (6) малым по сравнению с первым и отбросить его.

Скорость звука c на частоте ω в среде с пузырьками равна

$$(7) \quad \frac{1}{c^2} = \frac{1}{c_0^2} + \frac{nV_0\pi^2}{\frac{\gamma P_0}{\rho_0} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}.$$

где $V_0 = 4/3\pi R_0^3$ — равновесный объем пузырька.

Выберем частотный диапазон так, чтобы выполнялись неравенства $\omega_1, \omega_2 \ll \omega_0$. В этом случае, если область, в которой находятся пузырьки газа, невелика, можно пренебречь дисперсией скорости звука.

Для оценки влияния дисперсии скорости звука введем расстройку по волновым векторам вследствие дисперсии

$$(8) \quad \Delta q = k_1 - k_2 - q.$$

Эта величина равна

$$(9) \quad \Delta q = \frac{nV_0 \pi^2 c_0 \omega_0^2 \rho_0}{2\gamma P_0} \left[\frac{\omega_1}{\omega_0^2 - \omega_1^2} - \frac{\omega_2}{\omega_0^2 - \omega_2^2} - \frac{\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} \right].$$

Дисперсию можно не учитывать до тех пор, пока величина $\Delta ql \ll \pi/4$. Это неравенство является также ограничением на толщину слоя пузырьков. При $\omega_0 \gg \omega_1, \omega_2, \Omega$ получаем для толщины слоя пузырьков условие $l \ll \frac{\rho^* / \rho}{\gamma P_0 / 2\pi n V_0 \rho_0 c_0 \Omega}$.

Функция источников Q в этом случае равна

$$(10) \quad Q = i\Omega \rho_0^2 \varepsilon e^{-2\alpha_0 x} e^{i(\Omega t - qx)},$$

где ε — нелинейный параметр среды с пузырьками, равный

$$(11) \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{n\rho_0^2 c_0^4 \kappa^2 (\bar{\alpha} - \beta\omega^2)}{(\omega_0^2 - \Omega^2)(\omega_0^2 - \omega^2)^2}.$$

Из выражения (11) видно, что характер зависимости нелинейного параметра ε от отношения частот довольно сложен.

Оценка нелинейного параметра для разных значений газосодержания nV_0 показывает, что при $\omega \leq 0,1\omega_0$ он практически не зависит от частоты, а величина нелинейного параметра в области частот $\omega \ll \omega_0$ может быть довольно большой. Так, при $nV_0 \sim 10^{-5}$ величина ε достигает значений $\sim 10^3$.

В среде с пузырьками газа поглощение звука увеличивается. Коэффициент поглощения можно взять в виде суммы коэффициента поглощения в чистой жидкости α_0 и некоторого добавка $\bar{\alpha}$, обусловленного вкладом пузырьков [8]:

$$(12) \quad \alpha = \alpha_0 + \bar{\alpha},$$

где

$$(13) \quad \bar{\alpha} = 434n \frac{2\pi R_0^2 (\delta/\eta) \omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \delta^2 \omega^4}.$$

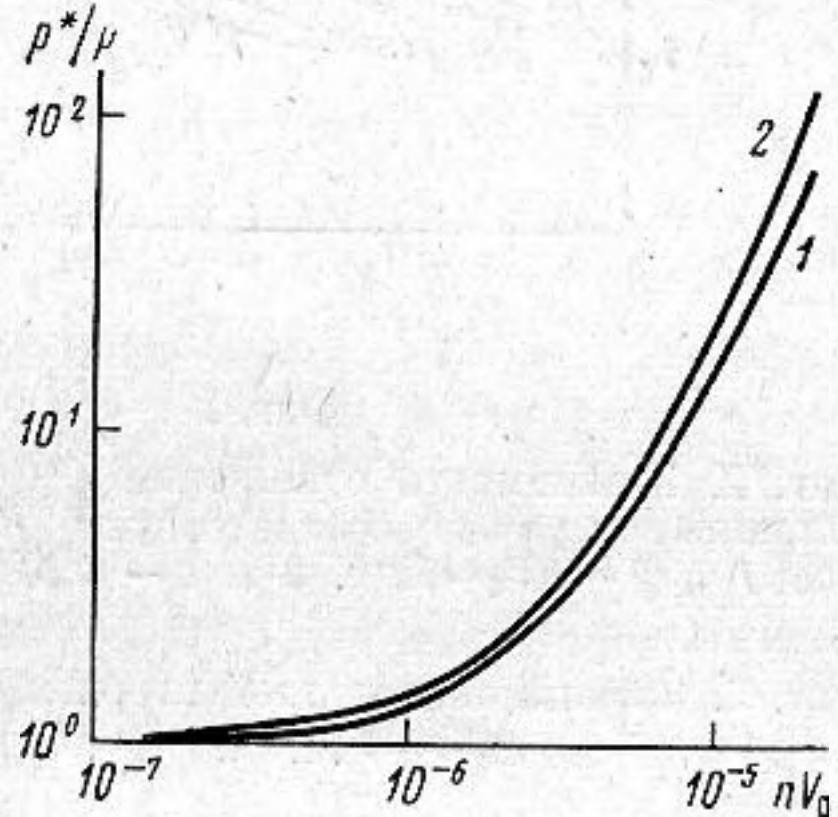
Здесь δ — постоянная затухания пузырька, которая для пузырьков с резонансными частотами от 20 до 100 кГц меняется в пределах от 0,08 до 0,13 [8]. Поэтому для дальнейших расчетов будем считать $\delta \cong 0,1$; величина $\eta = R_0 \omega / c$.

Рассмотрим теперь волну разностной частоты, которая формируется в области, частично занятой средой с пузырьками.

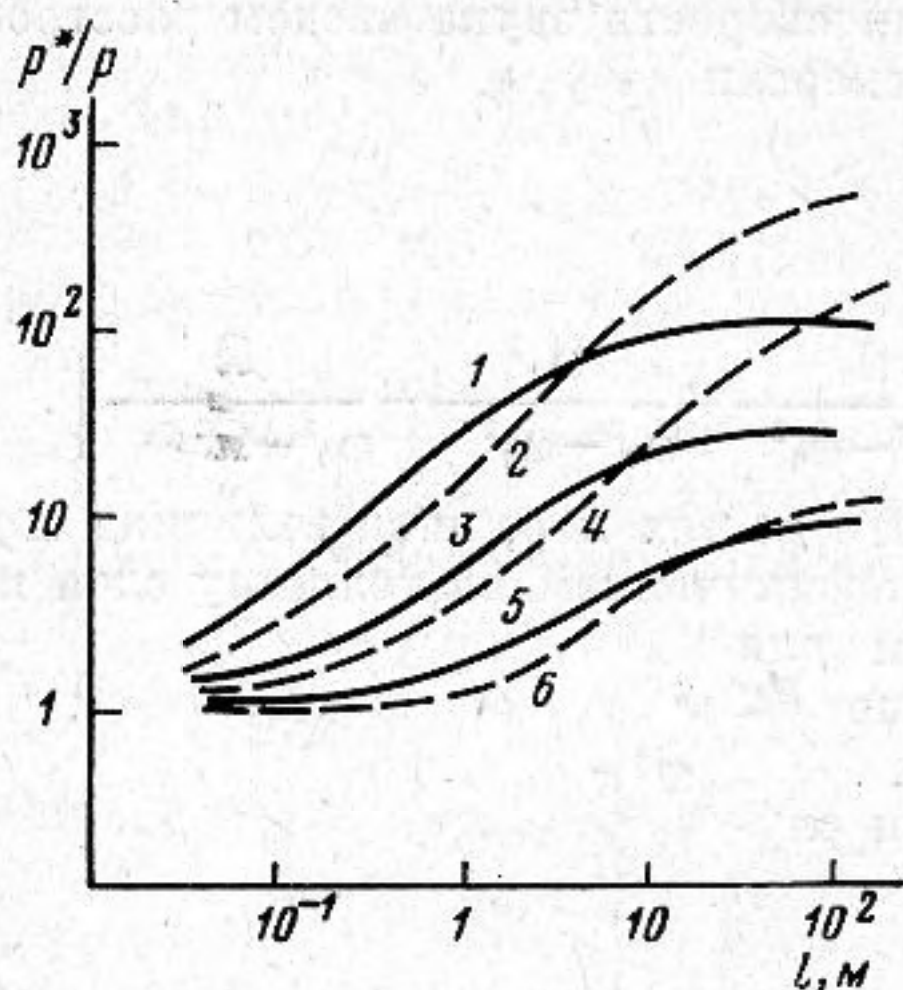
Решение уравнения (1) имеет вид

$$(14) \quad p(\mathbf{r}) = -\frac{i\Omega \rho_0}{4\pi} \int \frac{Q e^{iq(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV'.$$

На далеких расстояниях от источника элемент объема dV' можно заменить выражением Sdx и интеграл по объему сведется к интегралу по x .

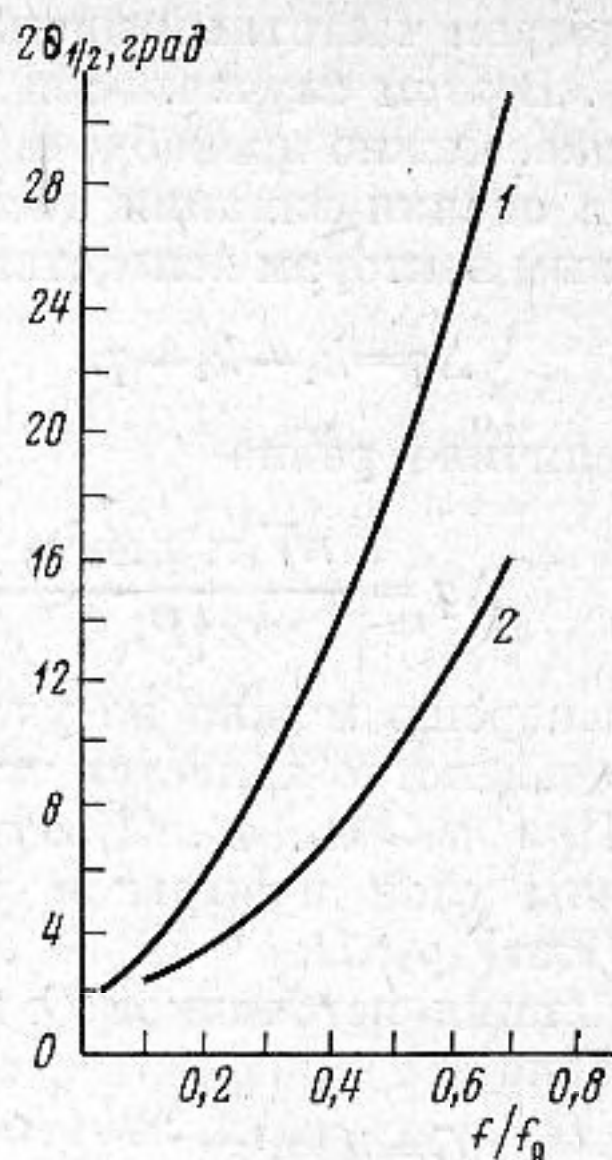


Фиг. 1. Зависимость отношения ρ^*/ρ от газосодержания nV_0 : кривая 1 — $R_0 = 10^{-3}$ см, 2 — $R_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ см. Толщина области, занятой пузырьками $l = 1$ м. Частота первичной волны $f = 50$ кГц



Фиг. 2

Фиг. 2. Зависимость отношения p^*/p от толщины области l , занятой пузырьками: сплошные кривые соответствуют $R_0=3 \cdot 10^{-3}$ см, пунктирные — $R_0=10^{-3}$ см. Кривые 1 и 2 — $nV_0=10^{-5}$, 3 и 4 — $4 \cdot 10^{-6}$, 5 и 6 — 10^{-6} . Частота первичной волны $f=50$ кГц



Фиг. 3

Фиг. 3. Зависимость полной ширины диаграммы направленности $2\theta_{1/2}$ от отношения частот f/f_0 ($f=50$ кГц): кривая 1 — $nV_0=10^{-5}$, 2 — 10^{-6}

Этот интеграл можно разбить на два и считать что при $0 < x < l$ находится среда с пузырьками, которая характеризуется величинами ϵ , c и α , а при $x > l$ — обычная вода (ϵ_0 , c_0 и α_0). В результате расчета получим отношение амплитуды волны разностной частоты при наличии пузырьков p^* к амплитуде волны в обычной среде на оси пучка:

$$(15) \quad \frac{p^*}{p} = \frac{\rho_0 c_0^4 \epsilon \alpha_0}{\rho c^4 \epsilon_0 \alpha} (1 - e^{-2\alpha l}) + e^{-2\alpha_0 l}.$$

Зависимость отношения p^*/p от газосодержания nV_0 при фиксированных значениях радиуса R_0 и толщины области, занятой пузырьками, показана на фиг. 1 для первичной волны с частотой $f=50$ кГц (для α_0 взято экспериментальное значение $\alpha_0=13$ дБ/км). Следует отметить, что увеличение газосодержания приводит к росту дисперсии скорости звука, а это ухудшает взаимодействие первичных волн.

На фиг. 2 приведена зависимость отношения p^*/p от l . При больших значениях l эта зависимость выходит на насыщение, которое соответствует случаю, когда вся область формирования занята средой с пузырьками. Соответствующее значение p^*/p является фактически максимальным для данных R_0 и n . При оценках толщины слоя пузырьков, необходимого для увеличения эффективности, надо учитывать условие на l , вытекающее из (9).

Направленность параметрического излучателя при наличии пузырьков газа ухудшается. Если вся среда заполнена пузырьками, то ширина диаграммы направленности описывается выражением

$$\theta_{1/2} = 2\sqrt{\alpha/q}.$$

На фиг. 3 показана зависимость полной ширины диаграммы направленности $2\theta_{1/2}$ в среде, полностью заполненной пузырьками газа, от отношения частот при фиксированной частоте звуковой волны.

Из приведенных данных видно, что для увеличения эффективности преобразования можно использовать насыщение воды пузырьками газа при условии, что частота высокочастотной волны меньше, чем резонансная частота пузырьков. Так, например, для параметрического излучателя на основной частоте 50 кГц пелена пузырьков с равновесным радиусом $R_0 \approx 3 \cdot 10^{-3}$ см, толщиной 1 м при газосодержании $nV_0 = 4 \cdot 10^{-6}$ дает увеличение амплитуды давления волны разностной частоты p^* примерно в 6 раз, а при газосодержании $nV_0 = 10^{-5}$ в 20 раз.

Приведенное рассмотрение справедливо только до тех пор, пока амплитуда звука основной частоты не очень велика и поглощение волны определяется обычным малоамплитудным поглощением. С ростом нелинейного параметра вклад нелинейного поглощения увеличивается и рассмотренная модель оказывается не применимой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Westervelt P. J. Parametric acoustic array. J. Acoust. Soc. America, 1963, 35, 4, 535—537.
2. Ryder J. D., Rogers P. H., Jarzynski J. Radiation of difference — frequency sound generated by nonlinear interaction in a silicon rubber cylinder. J. Acoust. Soc. America, 1976, 59, 5, 1077—1086.
3. Заболотская Е. А., Солуян С. И. Нелинейное распространение волн в жидкости с равномерно распределенными воздушными пузырьками. Акуст. ж., 1973, 19, 5, 690—694.
4. Заболотская Е. А. Генерация второй гармоники звуковой волны в жидкости с равномерно распределенными воздушными пузырьками. Акуст. ж., 1975, 21, 6, 934—937.
5. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Сухорукова А. К. О влиянии дисперсии среды на характеристики параметрического излучателя ультразвука. Акуст. ж., 1978, 24, 1, 138—140.
6. Safar M. H. Propagation of acoustic waves of finite amplitude in water containing air bubbles. Proceedings of the Symposium of Nonlinear Acoustic, 1973, Copenhagen, 174—179.
7. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики, М., «Наука», 1975.
8. Гаврилов Л. Р. Содержание свободного газа в жидкостях и методы его измерения. В кн. Физические основы ультразвуковой технологии, под ред. Л. Д. Розенберга. М., «Наука», 1970, 395—426.
9. Lockwood J. C., Smith D. P. Difference frequency generation by forced-air bubbles. J. Acoust. Soc. America, 1975, 55, Suppl., 1, S73—S74.
10. Остроумов Г. А., Дружинин Г. А., Крячко В. М., Токман А. С. Нелинейные явления при распространении акустических волн в пористых средах. Матер. VI Межд. симп. по нелинейной акустике, Изд-во МГУ, 1975, 166—169.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила
19 февраля 1979 г.
После исправления
28 декабря 1979 г.