

УДК 534.222

**ФОРМИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ ОТРАЖАЮЩЕЙ ГРАНИЦЫ**

*Карабутова Н. Е., Новиков Б. К., Тарасов С. П.*

Рассмотрены особенности формирования характеристик параметрического излучателя при отражении взаимодействующих волн от плоской границы. Получены выражения для расчета характеристик в дальней и ближней зонах. Приведены результаты экспериментальных исследований.

Работа акустических антенн в реальных морских условиях требует учета влияния отражающих поверхностей, таких, как дно и поверхность моря; их влияние может существенно изменять характеристики излучателей. Как указывалось в работах [1, 2], характер нелинейных процессов при отражении от свободной границы существенно изменяется, что, естественно, приведет к дополнительному искажению характеристик параметрического излучателя (ПИ).

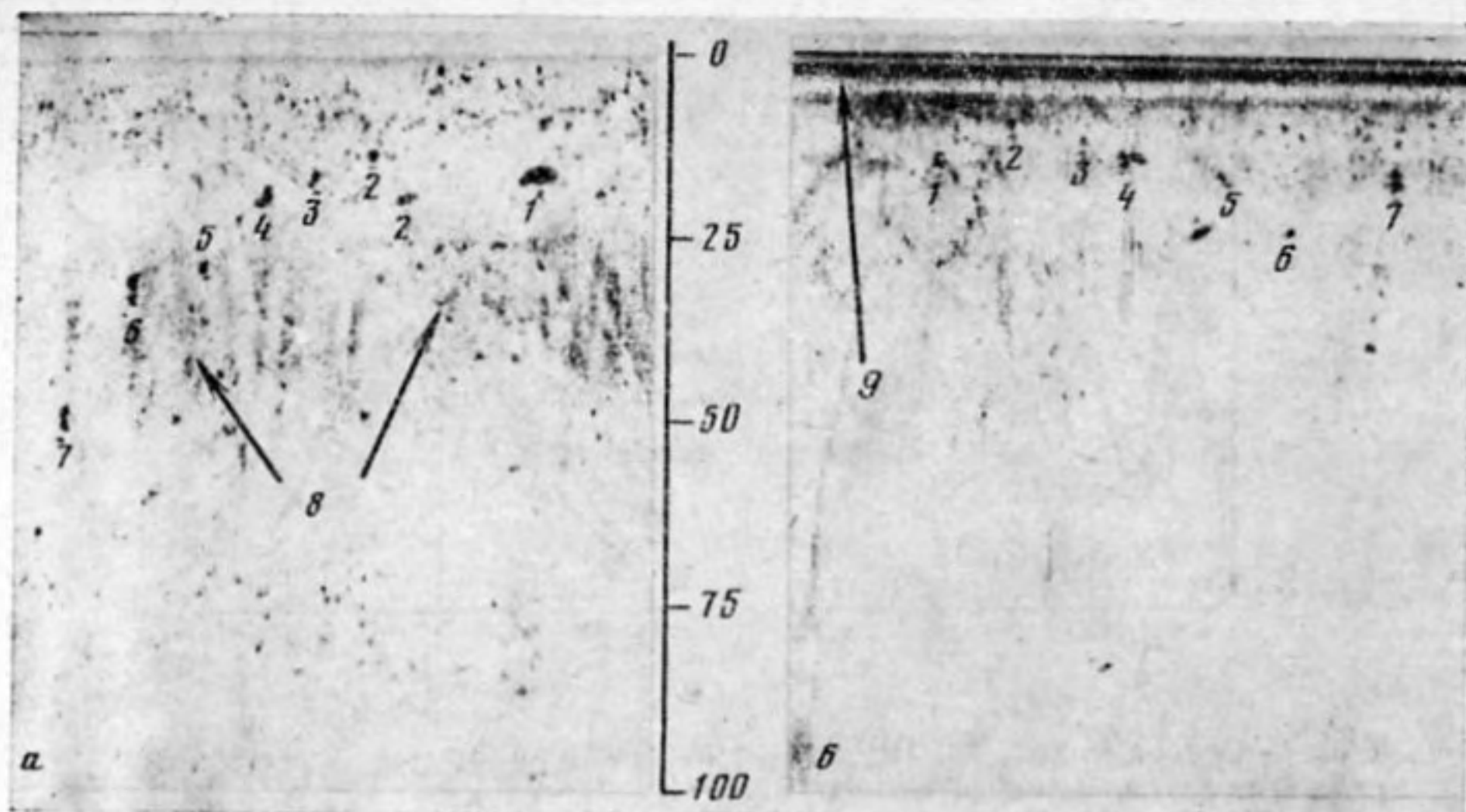
Интерес к этим исследованиям объясняется, в частности, тем, что отсутствие боковых лепестков в диаграмме направленности ПИ позволяет успешно его использовать для лоцирования целей в приповерхностных и придонных слоях, когда использование «линейных» антенн ограничено реверберацией. В качестве примера на фиг. 1 приведены эхограммы, полученные от обычного и параметрического излучателей. Нетрудно заметить, что у ПИ значительно более низкий уровень реверберационных помех.

Рассмотрим вначале особенности генерации волны разностной частоты (ВРЧ)  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  двумя плоскими волнами с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , падающими нормально на границу раздела с коэффициентом отражения  $V$ . ВРЧ будет генерироваться как до, так и после отражения от границы раздела. Проводя расчет для отраженной ВРЧ на основе уравнения Бюргерса, как это делалось в работе [3], получим следующий результат:

$$(1) \quad |P_-| = \frac{\varepsilon \Omega p_{01} p_{02} l_3}{2c_0^3 \rho_0} V [1 + (V-1) \exp(-h/l_3) - V \exp(z/l_3)].$$

Здесь  $l_3 = 2c_0^3 \rho_0 / b(\omega_1^2 + \omega_2^2)$  — характерная длина области затухания волн накачки,  $p_{01}$ ,  $p_{02}$  — амплитуды давления волн накачки,  $h$  — расстояние от излучения до отражающей поверхности,  $\rho_0$ ,  $c_0$  — равновесные плотность и скорость звука,  $\varepsilon$ ,  $b$  — линейный и диссипативный параметры среды. Ось  $z$  совпадает с направлением распространения отраженных волн, а начало координат расположено на расстоянии  $h$  от отражающей границы. Нетрудно убедиться, что поведение ВРЧ после отражения сильно зависит от значения коэффициента отражения  $V$ . Если  $V < 0$ , то после отражения амплитуда ВРЧ будет убывать. Например, при  $V = -1$  и  $h = l_3 \cdot \ln 2$  на большом удалении от излучателя  $z \gg l_3$  разностный сигнал будет отсутствовать. При отражении от жесткой границы  $V = 1$  наблюдается дальнейший рост амплитуды ВРЧ. Ясно, что отражение взаимодействующих волн от поверхности существенно скажется на формировании характеристик ПИ.

При расчете сделаем ряд предположений, обычно реализующихся на практике. Будем считать, что коэффициент отражения от поверхности



Фиг. 1. Эхограммы от близких целей (1-7), сделанные с помощью параметрического (а) (диаметр излучателя 8 см) и серийного гидролокатора «Сарган», (б) (диаметр излучателя 30 см) на глубине 5-6 м. На эхограмме (а) видно отражение от кильватерной струи (8), оставшейся от предыдущего прохода судна. На эхограмме (б) видны реверберации (9). Оба локатора работали на частоте 136 кГц. Частота накачки ПИ - 420 кГц. Диаграмма направленности обоих гидролокаторов по уровню 0,7-3°. L - расстояние до целей в м

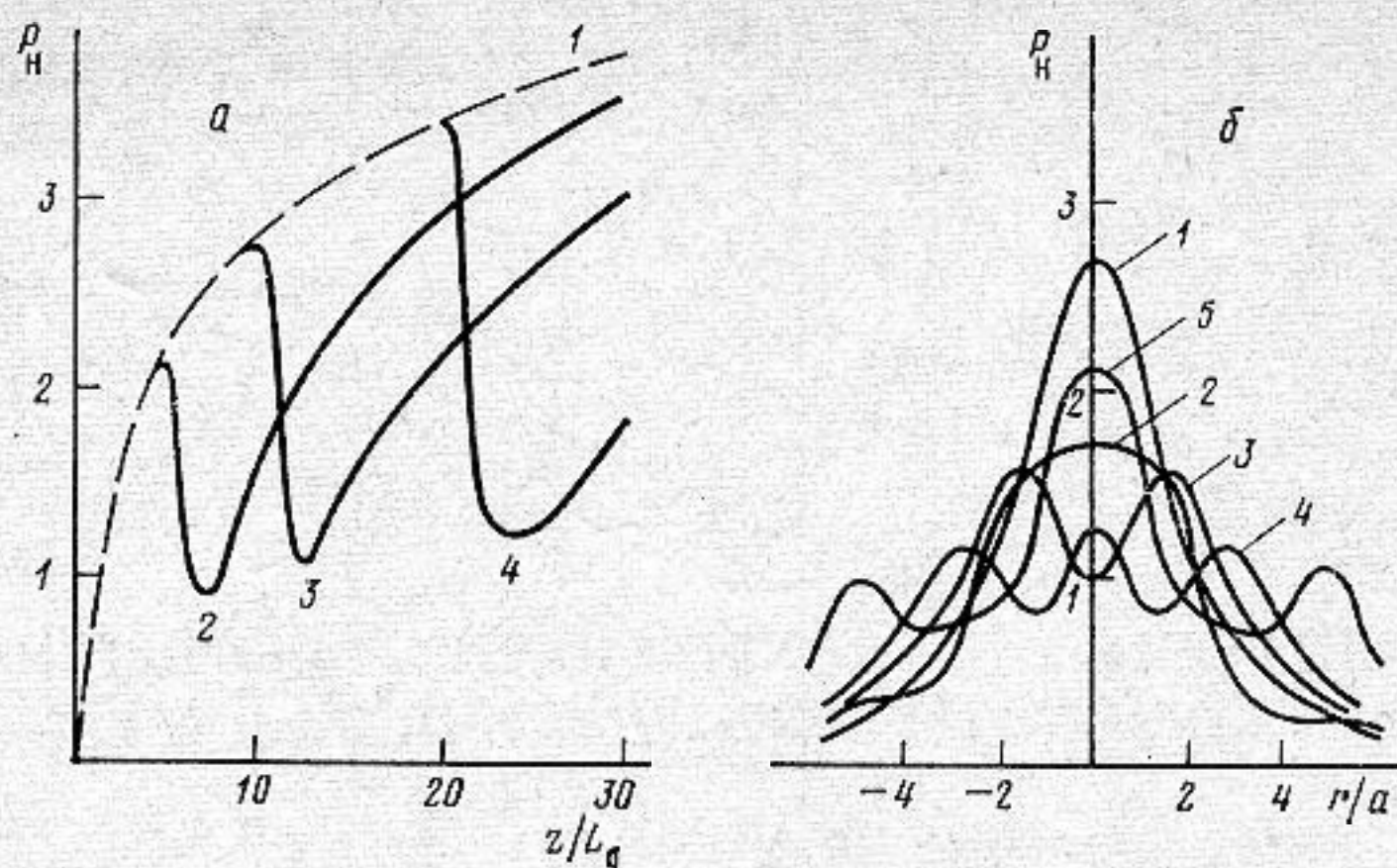
является величиной действительной. Это позволит не учитывать эффекты, связанные со смещением отраженных пучков и изменением формы их поперечного распределения. Как известно, эти эффекты возникают при углах, близких к углу полного внутреннего отражения. Поскольку взаимодействующие пучки достаточно узки, можно считать, что коэффициент отражения постоянен для всей области отражения. Кроме того, узость углового спектра пучков позволит использовать для расчета характеристик ПИ нелинейное уравнение, описывающее поведение волн в рамках квазиоптического приближения [4]. Каждая из волн накачки состоит из двух компонент: волны падающей  $p_{пад}$  и отраженной  $p_{отр}$ . В принципе, возможно взаимодействие между падающими и отраженными волнами. Мы рассмотрим достаточно малые углы падения, когда такие взаимодействия практически не реализуются в силу неколлинеарности пучков. Будем считать, что взаимодействуют только падающие и только отраженные волны. В силу локальности процесса отражения будем считать его линейным.

Рассмотрим вначале особенности генерации ВРЧ при нормальном падении взаимодействующих волн на границу раздела. Падающая ВРЧ может быть рассчитана на основе решений, полученных для неограниченной среды [5, 6]. Поэтому в дальнейшем основное внимание будет уделяться характеристикам отраженной волны. Для расчета ВРЧ [5] можно использовать следующее уравнение:

$$(2) \quad \frac{\partial P_-}{\partial z} - \frac{c_0}{2i\Omega} \Delta_{\perp} P_- = i \frac{\varepsilon \Omega}{2c_0^3 \rho_0} p_1 p_2^*$$

При решении уравнения (2) и уравнения первого приближения необходимо учитывать граничные условия. Давление отраженной ВРЧ будет складываться из двух составляющих - отраженной ВРЧ, генерируемой падающими волнами накачки, и волны, генерируемой отраженными пучками накачки.

Исследуем вначале более простой случай генерации ВРЧ недифрагирующими пучками накачки (модель Вестервельта) с гауссовым попе-



Фиг. 2. Осевое поведение ВРЧ (а) в неограниченной среде (1) и при отражении от свободной границы ( $V=-1$ ): 2 —  $h/L_d=5$ , 3 —  $h/L_d=10$ , 4 —  $h/L_d=20$ . Изменение поперечного распределения амплитуды (б) ВРЧ при отражении от свободной границы при  $h/L_d=10$  и  $z/L_d=10, 11, 12, 14, 20$  (кривые 1-5)

речным распределением амплитуды. Решение уравнения (2) разбивается на два этапа. Сначала находится отраженная от границы ВРЧ, а затем рассчитывается вклад от отраженных пучков накачки. В этом случае решение приобретает вид:

$$P_- = i \frac{\varepsilon \Omega}{2c_0^3 \rho_0} p_{01} p_{02} V \left( \int_0^h Q dz' + V \int_h^{\infty} Q dz' \right),$$

$$\rho = \frac{\exp \left( -\frac{z'}{l_d} - \frac{r^2/a^2}{1-i(z-z')/L_d} \right)}{1-i(z-z')/L_d}.$$

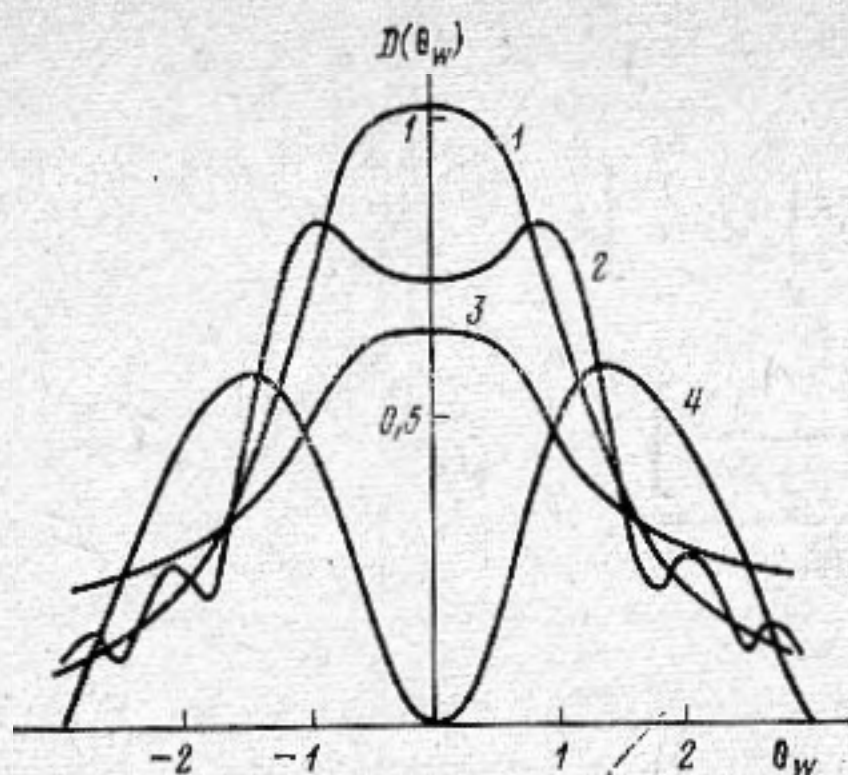
Здесь  $L_d = a^2 \Omega / 4c_0$  — характерная длина дифракционной расходимости волны разностной частоты,  $r$  — поперечная координата,  $a$  — характерный радиус параметрического излучателя при гауссовом поперечном распределении амплитуды,  $l_d = a^2 \omega / 2c_0$  — характерная длина дифракционной расходимости волны накачки.

При отражении от жесткой границы  $V=1$  решение (3) точно совпадает с решением для неограниченной среды [5]. В этом случае характеристики отраженной ВРЧ можно рассчитывать, как и для обычных антенн, введением мнимого источника, расположенного симметрично относительно отражающей поверхности. Поскольку расчет отраженного от жесткой границы сигнала может быть произведен на основании результатов работ [5, 6], основное внимание в дальнейшем будем уделять расчету ВРЧ при отражении от свободной границы. Если в рассматриваемой области можно не учитывать диссипативные эффекты для волн накачки  $z < l_d$ , то решение (3) описывается интегральной показательной функцией

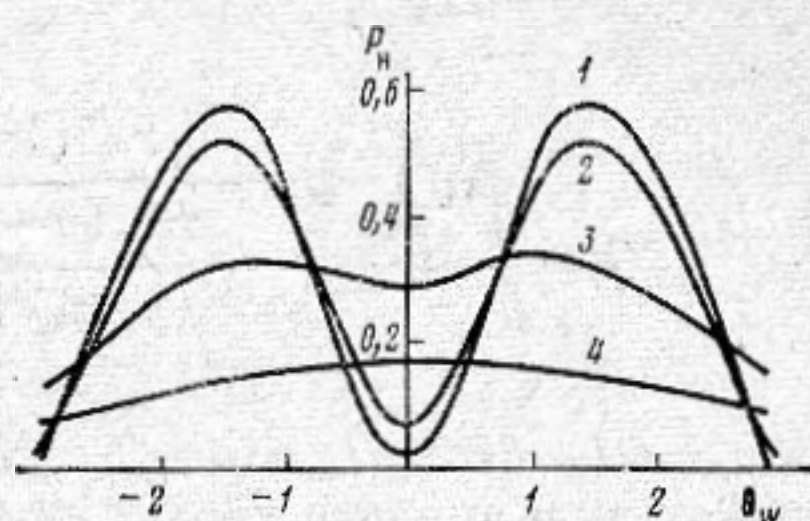
$$P_- = \frac{\varepsilon \Omega}{2c_0^3 \rho_0} p_{01} p_{02} L_d V \left[ \text{ei} \left( \frac{-r^2/a^2}{1-iz/L_d} \right) + \right. \\ \left. + (V-1) \text{ei} \left( \frac{-r^2/a^2}{1-i(z-h)/L_d} \right) - V \text{ei} \left( -\frac{r^2}{a^2} \right) \right].$$

Осевое распределение амплитуды ВРЧ в этом случае описывается еще более простым выражением

$$P_- = \frac{\varepsilon \Omega}{2c_0^3 \rho_0} p_{01} p_{02} L_d V \{ \ln(1-iz/L_d) + (V-1) \ln[1-i(z-h)/L_d] \}.$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Диаграмма направленности ПИ (модель Вестервельта) в дальней зоне для различных соотношений параметра  $h/l_3$ : 0 и  $\infty$  (кривая 1), 2, 0,2, 0,7 (кривые 2, 3, 4)

Фиг. 4. Диаграмма направленности ПИ в дальней зоне для различных значений параметра  $B$ . 1-4 -  $B=10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ , 1, 10

На фиг. 2 показано осевое поведение и поперечное распределение амплитуды ВРЧ при отражении от свободной границы. До отражения амплитуда на оси монотонно возрастает. После отражения амплитуда резко убывает, достигая некоторого минимального значения, а затем вновь начинает расти. Диаграмма направленности (расчеты проводились в соответствии с решением (4)) до отражения имеет форму, близкую к гауссовой. После отражения вблизи оси образуется провал (фиг. 2), и диаграмма направленности приобретает двугорбый вид с минимальным значением амплитуды на оси. Затем на оси начинает формироваться новый максимум, и диаграмма направленности приобретает форму трезубца. Амплитуда осевого максимума быстро растет, и поперечное распределение амплитуды вновь приобретает однолепестковый вид с максимумом на оси. Такое поведение диаграммы направленности после отражения объясняется тем, что после отражения ВРЧ генерируется в противофазе.

При учете диссипативных эффектов для волн накачки последовательность изменения формы диаграммы направленности не изменяется. Окончательный вид диаграммы направленности будет зависеть от соотношения  $h$  и  $l_3$ , т. е. от соотношения энергий, генерируемых до и после отражения. В дальней зоне ПИ решение (3) имеет вид

$$(6) \quad |P_-| = \frac{\varepsilon \Omega l_3 L_d}{2c_0^3 \rho_0 z} p_{01} p_{02} V \exp\left[-\frac{1}{2}(Ka\theta/2)^2\right] \times \\ \times \left[ \frac{1 + (V-1)^2 \exp(-2h/l_3) + 2(V-1) \cos(Kh\theta^2/2) \exp(-h/l_3)}{1 + K^2 l_3^2 \theta^4 / 4} \right]^{1/2}, \\ K = \Omega/c_0.$$

На фиг. 3 показаны различные виды диаграмм направленностей для различных соотношений  $h/l_3$ . Диаграмма направленности будет описываться формулой Вестервельта лишь для значений  $h/l_3 \gg 1$  и  $h/l_3 \ll 1$ , т. е. когда генерация ВРЧ происходит практически до или после отражения. Если величина  $h$  сравнима с  $l_3$ , то наблюдается заметное искажение формы диаграммы направленности и при  $h \approx 0,7 l_3$  она имеет ярко выраженный двугорбый вид с нулевым значением амплитуды на оси.

Учет дифракционных эффектов для волн накачки проводился в работе [6]. Поскольку анализ уравнений практически не изменяется, запишем сразу окончательное решение, описывающее отраженную ВРЧ при нормальном падении звуковых пучков на границу раздела. Общее решение

удобно записать в безразмерном виде:

$$(7) \quad P_- = \frac{\varepsilon \Omega L_d V}{2c_0^3 \rho_0} p_{01} p_{02} \left[ \int_0^h Q_1 dy + V \int_h^z Q_1 dy \right],$$

$$Q_1 = \frac{\exp \left[ -y - \frac{r_w^2 (1 + iBy)}{d + i(y - z_3) + yz_3 B} \right]}{d + i(y - z_3) + yz_3 B}.$$

Здесь  $z_3 = z/l_3$ ,  $d = L_d/l_3$ ,  $B = L_d l_3 / l_{d1} l_{d2}$ ,  $r_w^2 = r^2 K / 2l_3$ . Выбор таких параметров удобен при анализе характеристик ПИ; на расстояниях  $z < l_d$  основное влияние оказывает параметр  $d$ , а при  $z > l_d$  определяющим становится параметр  $B$ . Если отражающая поверхность находится в области формирования характеристик ПИ  $z < \omega l_d / \Omega$ , характерные особенности в поведении ВРЧ при отражении от свободной границы те же, что и в рассмотренной модели Вестервельта. Изменяется только пространственный масштаб этих искажений. При  $z > \omega l_d / \Omega$  диаграмма направленности после отражения не изменяется и остается равной произведению диаграмм направленности исходных волн; уменьшается только значение амплитуды.

Рассмотрим характеристики ПИ в дальней зоне. В этом случае решение (7) принимает вид

$$(8) \quad P_- = \frac{\varepsilon \Omega L_d l_3}{2c_0^3 \rho_0 z} V p_{01} p_{02} \left[ \int_0^h Q_2 dy + V \int_h^\infty Q_2 dy \right],$$

$$Q_2 = \frac{\exp \left[ -y - \frac{i\theta_w^2 y}{1 + iBy} \right]}{1 + iBy}$$

где  $\theta_w^2 = \theta^2 K l_3 / 2$ . Для предельных значений параметра  $B$  выражение (8) удается значительно упростить. При малых значениях параметра  $B$ , когда дифракционные эффекты для волн накачки сказываются слабо, решение (8) принимает вид, точно совпадающий с формулой (6). Следует обратить внимание, что область применимости модели Вестервельта при расчетах в дальней зоне значительно шире  $l_3 = \omega l_d / \Omega$ , чем в ближней  $l_3 < l_d$ .

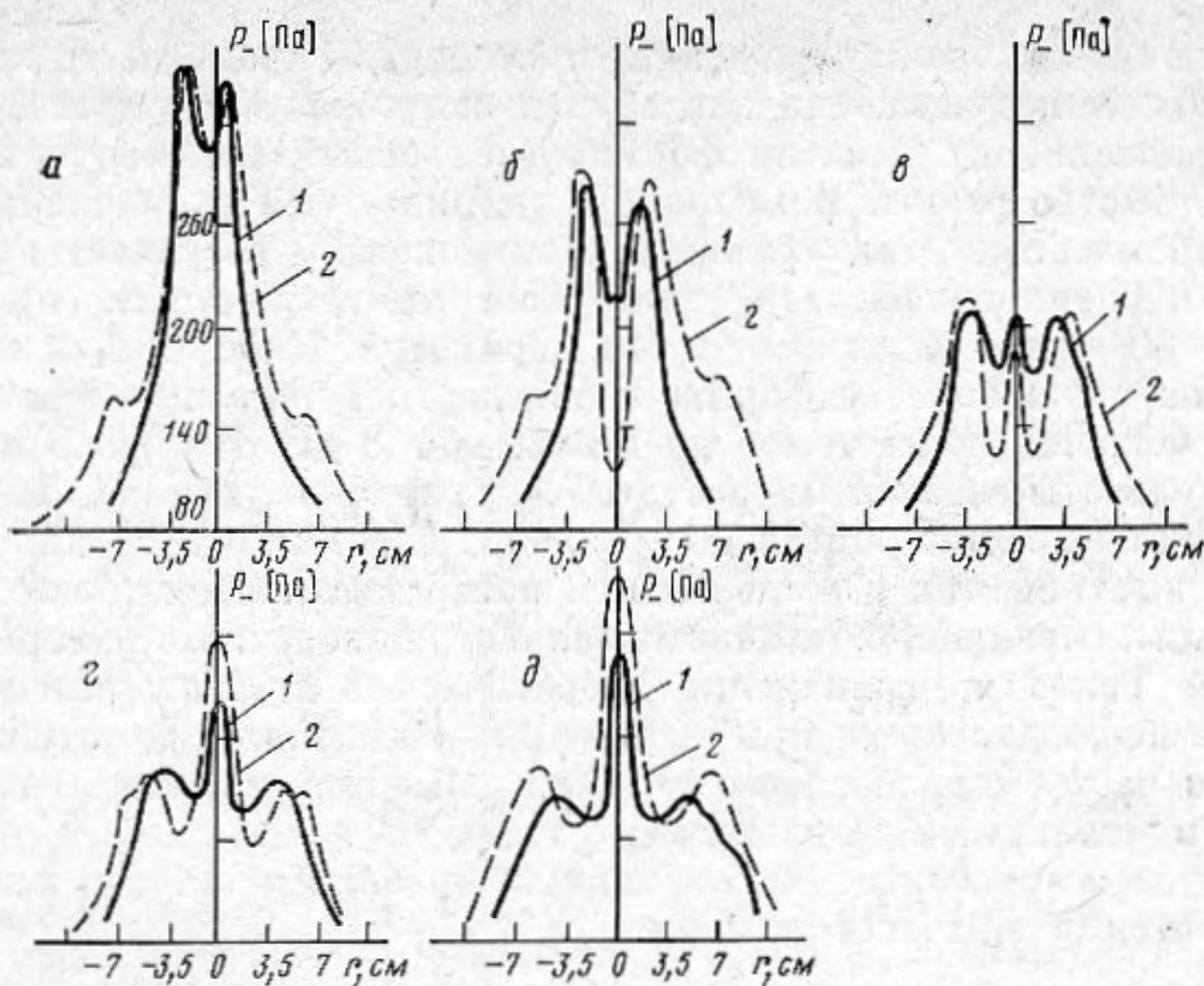
При  $B \gg 1$  дифракционная расходимость волн накачки существенно сказывается на характеристиках ПИ. В этом случае даже при отражении от свободной границы диаграмма направленности не зависит от  $h$  и  $l_3$ , а определяется произведением диаграмм направленности исходных волн. Однако амплитудное значение ВРЧ будет существенно зависеть от  $h$  и  $l_3$ :

$$|P_-| = \frac{\varepsilon K L_d l_3}{2c_0^2 \rho_0 z B} p_{01} p_{02} V \exp \left( -\frac{\theta_w^2}{B} \right) \left| \operatorname{ei} \left( \frac{i}{B} \right) + \right.$$

$$\left. + (V-1) \operatorname{ei} \left( \frac{h}{l_3} + \frac{i}{B} \right) \right|.$$

На фиг. 4 показаны различные виды диаграмм направленности в дальней зоне ВРЧ при отражении от свободной границы, рассчитанные по формуле (8) для различных значений параметра  $B$ .

При наклонном падении звуковых пучков на границу раздела задача расчета ПИ несколько усложняется, так как при отражении нарушается аксиальная симметрия в поперечном распределении пучков. Общее реше-



Фиг. 5. Изменение диаграммы направленности ПИ при  $h=28$  см и при различных значениях  $z$ . а - д -  $z=32, 36, 42, 48, 56$  см. Угол падения  $\alpha=45^\circ$ . 1 - экспериментальные кривые, 2 - теоретические

ние, описывающее поведение отраженной ВРЧ, имеет вид:

$$(9) \quad P_- = \frac{\epsilon KV}{4\pi c_0^2 \rho_0} p_{01} p_{02} \int_0^z dz' \int_{-\infty}^{\infty} dx' \left[ \int_{(h-z') \operatorname{ctg} \alpha}^{\infty} Q_3 dy' + V \int_{-\infty}^{(h-z) \operatorname{ctg} \alpha} Q_3 dy' \right],$$

$$Q_3 = \frac{p_1 p_2^*}{z-z'} \exp \left[ -\frac{i(x-x')^2 K}{2(z-z')} - \frac{i(y-y')^2 K}{2(z-z')} \right].$$

Ось  $z$  совпадает с осью отраженного пучка, ось  $x$  лежит в плоскости отражения,  $p_1, p_2$  - функции, описывающие амплитуду волн накачки. Для гауссова поперечного распределения, т. е. когда

$$(10) \quad p_1 p_2^* = \frac{\exp \left[ -\frac{z'}{l_3} - \frac{(x')^2 + (y')^2}{a^2} \left( \frac{1}{1-iz'/l_{d1}} + \frac{1}{1+iz'/l_{d2}} \right) \right]}{(1-iz'/l_{d1})(1+iz'/l_{d2})},$$

удается провести интегрирование по переменным  $x'$  и  $y'$ , и решение запишется в виде однократного интеграла.

С целью проверки полученных теоретических результатов была проведена серия лабораторных исследований по изучению отраженных сигналов ВРЧ при расположении отражающей плоскости в зоне взаимодействия волн накачки. Эксперименты выполнялись в пресной воде в бассейне, оборудованном соответствующими координатными и измерительными устройствами. В электрическом тракте ПИ формирование электрических сигналов осуществляется методом биений. В качестве преобразователя накачки использовался круглый плоский поршневой преобразователь диаметром 21 мм с собственной резонансной частотой 2,06 мГц. Разностная частота равнялась 100 кГц.

В качестве отражающей поверхности использовалась металлическая пластина, имитирующая акустически жесткую среду и свободную поверхность воды. Эксперименты проводились при различных углах наклона  $\alpha$  отражающей плоскости к оси падающего пучка. Результаты экспериментов представлены на фиг. 5. Характерные особенности поведения диаграмм

мы направленности после отражения от свободной границы те же, что и при нормальном падении; сначала вблизи оси образуется провал в диаграмме направленности, а затем формируется новый максимум, амплитуда которого быстро растет. Изменение  $h$  удлиняет или укорачивает пространственный масштаб этих эффектов. Как показали результаты экспериментов и численного расчета, диаграмма направленности при углах падения  $\alpha < 60^\circ$  слабо зависит от этого параметра. Наблюдается лишь незначительное искажение ее формы в плоскости  $zy$ . Различие между амплитудами боковых максимумов не превышает 3 дБ. На фиг.5 представлены и результаты численных расчетов (пунктирная линия). Теоретические результаты хорошо описывают реальное поведение ВРЧ при отражении как от жесткой, так и от свободной поверхности. Некоторые расхождения связаны, очевидно, с отличием реального поперечного распределения от гауссова. Такое же совпадение теоретических и экспериментальных результатов наблюдалось и при изменении расстояния до отражающей плоскости и частоты разностного сигнала. Имеется хорошее совпадение и с экспериментальными результатами работы [7].

Для расчета характеристик отраженного сигнала в дальней зоне решение (9) удастся несколько упростить:

$$P_- = \frac{\varepsilon KV}{4\pi c_0^2 \rho_0 z} p_{01} p_{02} \int_0^\infty dz' \int_{-\infty}^\infty dx' \left[ \int_{(h-z') \operatorname{ctg} \alpha}^\infty Q_4 dy' + V \int_0^{(h-z') \operatorname{ctg} \alpha} Q_4 dy' \right],$$

$$Q_4 = p_1 p_2 \cdot \exp \left[ -\frac{iK(x'^2 + y'^2)}{2z} + \frac{iKxx'}{z} - \frac{iK(x'^2 + y'^2)z'}{2z^2} \right]$$

(11)

Численные расчеты показали, что в рамках рассматриваемых углов падения  $\alpha < 60^\circ$  и в дальней зоне наблюдается незначительное искажение формы диаграммы направленности. При расчетах можно успешно пользоваться полученными для нормального падения пучка результатами.

В заключение следует сказать, что полученные результаты несложно обобщить на случай произвольного поперечного распределения амплитуды, а также для углов падения, больших угла полного внутреннего отражения. В этом случае коэффициент отражения будет комплексной величиной.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Островский Л. А., Пелиновский Е. Н., Фридман В. Е.* Распространение взрывных импульсов в приповерхностных слоях океана.— *Акуст. ж.*, 1979, т. 25, № 1, с. 103—107.
2. *Петухов Ю. В., Фридман В. Е.* Расчет параметров отраженной от поверхности воды взрывной волны.— *Акуст. ж.*, 1980, т. 26, № 1, с. 150—151.
3. *Наугольных К. А., Солуян С. И., Холод Р. В.* О нелинейном взаимодействии звуковых пучков в поглощающей среде.— *Акуст. ж.*, 1963, т. 9, № 2, с. 192—197.
4. *Заболотская Е. А., Хохлов Р. В.* Квазиплоские волны в нелинейной акустике ограниченных пучков.— *Акуст. ж.*, 1969, т. 15, № 1, с. 40—47.
5. *Новиков Б. К., Руденко О. В., Солуян С. И.* К вопросу о параметрическом излучателе звука.— *Акуст. ж.*, 1974, т. 21, № 4, с. 591—597.
6. *Новиков Б. К., Рыбачек М. С., Тимошенко В. И.* Взаимодействие дифрагирующих звуковых пучков и теория высоконаправленных излучателей ультразвука.— *Акуст. ж.*, 1977, т. 23, № 4, с. 621—626.
7. *Muir T. G., Mellenbruch L. L., Lockwood J. C.* Reflection of finite-amplitude waves in a parametric array.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1977, v. 62, № 2, p. 271—276.

Институт народного хозяйства  
им. Г. В. Плеханова

Поступила в редакцию  
18.VI.1980