

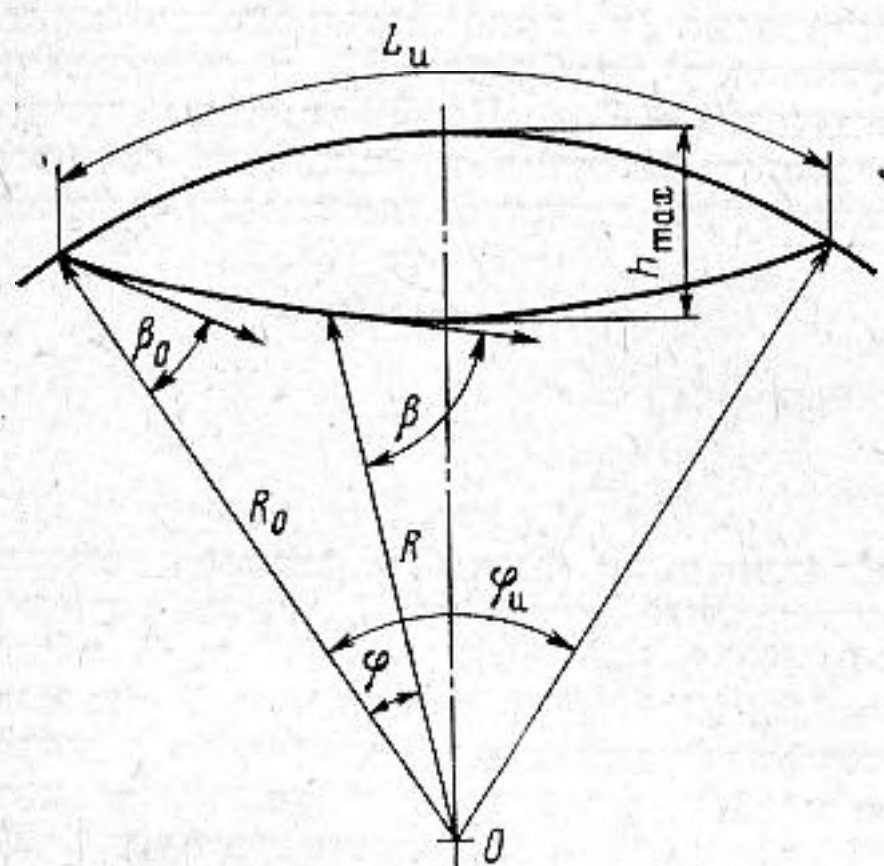
## РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИЙ АКУСТИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ С УЧЕТОМ КРИВИЗНЫ ОКЕАНА

*Сухоруков В. И., Сухоруков Г. И.*

Траектории акустических лучей в океане обычно рассчитываются без учета его кривизны [1]. Уравнения, учитывающие кривизну океана, можно получить из соотношения, применяемого для определения угла астрономической рефракции [2] и траекторий лучей радиоволн в атмосфере Земли [3]:

$$R \frac{d\varphi}{dR} = \operatorname{tg} \beta = \frac{(R_0 c / R c_0) \sin \beta_0}{\sqrt{1 - (R_0^2 c^2 / R^2 c_0^2) \sin^2 \beta_0}},$$

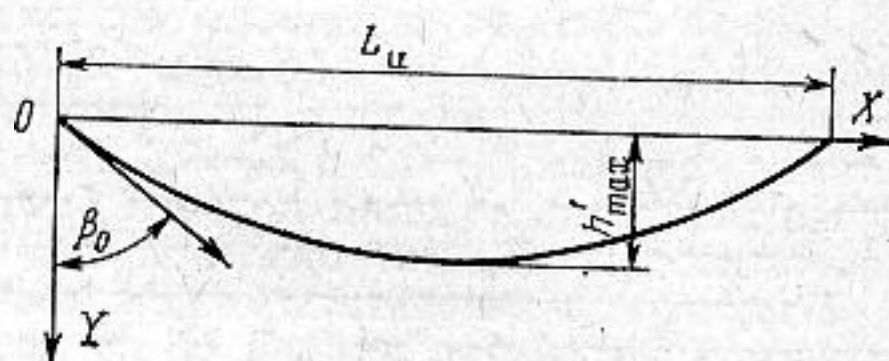
где  $\beta_0, \beta$  — углы преломления,  $c_0, c$  — скорости звука на расстояниях  $R_0$  и  $R$  от центра Земли,  $\varphi$  — центральный угол (фиг. 1).



Фиг. 1

Фиг. 1. Траектория луча в сферически-неоднородной среде

Фиг. 2. Траектория луча в плоско-неоднородной среде



Фиг. 2

При расчетах траекторий электромагнитных волн пользуются приближенными решениями этого соотношения. Точное его решение имеет вид

$$\varphi = \beta - \beta_0 - \frac{KR_0 \sin \beta_0}{\sqrt{K^2 R_0^2 \sin^2 \beta_0 - c_0^2}} \times \\ \times \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{K^2 R_0^2 \sin^2 \beta_0 - c_0^2} [KR_0 \sin \beta_0 \sin(\beta - \beta_0) + c_0 (\cos \beta_0 - \cos \beta)]}{(c_0 + KR_0) (c_0 \sin \beta + KR_0 \sin \beta_0) \sin \beta_0},$$

где  $\sin \beta = c R_0 \sin \beta_0 / c_0 R$ ,  $c = c_0 + K(R_0 - R)$  [4],  $K$  — градиент скорости звука. Центральный угол полного цикла

$$\varphi_{\text{ц}} = 2 \left( \frac{\pi}{2} - \beta_0 \right) - \frac{2KR_0 \sin \beta_0}{\sqrt{K^2 R_0^2 \sin^2 \beta_0 - c_0^2}} \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{K^2 R_0^2 \sin^2 \beta_0 - c_0^2}}{(KR_0 + c_0) \operatorname{tg} \beta_0},$$

а длина цикла  $L_{\text{ц}} = \varphi_{\text{ц}} R_0$ .

Глубину траектории луча в каждый данный момент можно определить из выражения

$$h = R_0 - R = R_0 c_0 (\sin \beta - \sin \beta_0) / (c_0 \sin \beta + KR_0 \sin \beta_0),$$

откуда максимальная глубина траектории

$$h_{\text{max}} = R_0 c_0 (1 - \sin \beta_0) / (c_0 + KR_0 \sin \beta_0).$$

Время пробега звуковой волной элемента длины траектории луча  $dS$  равно:

$$dt = \frac{dS}{c} = \frac{dR}{c \sqrt{1 - (c^2 R_0^2 / c_0^2 R^2) \sin^2 \beta_0}}.$$

Полное время пробега, выраженное через угол, равно:

$$t = \frac{1}{K} \left( \ln \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} - \ln \operatorname{tg} \frac{\beta_0}{2} \right) - \frac{2c_0}{K\sqrt{K^2 R_0^2 \sin^2 \beta_0 - c_0^2}} \times \\ \times \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{K^2 R_0^2 \sin^2 \beta_0 - c_0^2} (\sin \beta - \sin \beta_0)}{KR_0 \sin \beta_0 (\cos \beta + \cos \beta_0) + c_0 \sin (\beta + \beta_0)}$$

Время цикла

$$t_{\text{ц}} = - \frac{2 \ln \operatorname{tg} \beta_0/2}{K} - \frac{4c_0}{K\sqrt{K^2 R_0^2 \sin^2 \beta_0 - c_0^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{(1 - \sin \beta) (KR_0 \sin \beta_0 - c_0)}{(1 + \sin \beta) (KR_0 \sin \beta_0 + c_0)}}$$

Фаза гармонической волны в любой точке траектории  $\alpha = 2\pi ft$ , где  $f$  — частота сигнала.

$\beta_0$ , град	$L_{\text{ц}}$ , м	$L'_{\text{ц}}$ , м	$h_{\text{max}}$ , м	$h'_{\text{max}}$ , м	$t$ , с	$t'$ , с
65	75 146,81	76 164,18	8324,85	8442,60	48,7253	49,3921
75	43 198,88	43 765,38	2843,18	2880,91	28,6370	29,0127
85	14 108,12	14 289,93	307,99	311,96	9,4505	9,5719

В таблице приведены результаты расчета траекторий лучей без учета и с учетом кривизны океана. Было принято  $c_0 = 1491$  м/с,  $K = 0,01826$  с<sup>-1</sup>. Длина цикла, максимальная глубина траектории и время цикла в плосконеоднородной среде (фиг. 2) определялись по формулам:

$$L_{\text{ц}}' = \frac{c_0}{K} \operatorname{ctg} \beta_0, \quad h'_{\text{max}} = \frac{c_0}{K} \left( \frac{1}{\sin \beta_0} - 1 \right), \quad t_{\text{ц}}' = - \frac{2}{K} \ln \operatorname{tg} \frac{\beta_0}{2}$$

Учет кривизны океана позволяет повысить точность расчета на 1,3÷1,4%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
2. Куликов К. А. Курс сферической астрономии. М.: Наука, 1969.
3. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1979.
4. Матвиенко В. Н., Тарасюк Ю. Ф. Дальность действия гидроакустических средств. Л.: Судостроение, 1976.

Иркутский  
политехнический институт

Поступила  
3 апреля 1980 г.