

УДК 534.222

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПРИЕМ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ
В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ*Донской Д. М., Сутин А. М.*

Дан простой метод расчета характеристик параметрического приема в неоднородной среде, основанный на приближении геометрической акустики. Получена диаграмма направленности приемника, находящегося вблизи отражающей границы.

Параметрический прием сигналов основан на их нелинейном взаимодействии с мощной акустической волной накачки более высокой частоты [1, 2]. В результате взаимодействия образуется акустическая волна с комбинационной частотой, по характеристикам которой определяются параметры исходного сигнала. Эффективной длиной параметрического приемника, определяющей его направленность, является расстояние между излучателем накачки и приемником комбинационной частоты (база приема). При достаточно длинной базе можно обеспечить узконаправленный прием низкочастотных сигналов, причем длина их волны может быть много больше размеров излучателя накачки и приемника волны комбинационной частоты. К настоящему времени созданы параметрические приемники с базой до 350 м [3] и обсуждается возможность создания приемников с базой в десятки километров [4]. При работе таких приемников в морских условиях должны проявляться эффекты, обусловленные отражениями от поверхности и дна моря, наличием стратификации и другими неоднородностями. Однако в теории рассматривается взаимодействие акустических волн только в однородной среде [1-7].

Для расчета поля давления волн комбинационных частот обычно используется метод, предложенный Вестервельтом [1]. В его основе лежит вычисление так называемого интервала рассеяния по источникам вторичных волн комбинационных частот во всем объеме взаимодействия волн накачки и сигнала. Использование этого метода для неоднородных сред связано с большими математическими трудностями ввиду сложного распределения амплитуды и фазы вторичных источников по объему взаимодействия. В работе рассмотрена простая приближенная методика расчета взаимодействия волн, удобная для определения характеристик параметрических приемников в неоднородных средах, и приведен ряд примеров.

Сначала рассмотрим упрощенный метод расчета поля комбинационной частоты в однородной среде, а затем обобщим полученные соотношения на случай неоднородной среды.

При взаимодействии гармонических волн накачки частоты ω_1 и сигнала частоты ω_2 ($\omega_2 \ll \omega_1$) комплексная амплитуда волны суммарной частоты $\omega_s = \omega_1 + \omega_2$ определяется из уравнения [1]:

$$(1) \quad \Delta P_s + K_s^2 P_s = \frac{\epsilon \omega_s^2}{\rho_0 c_0^4} P_1 P_2,$$

где $k_s = \omega_s / c_0$; ρ_0, c_0 — соответственно равновесные значения плотности и скорости звука, $\epsilon = (\gamma + 1) / 2$ — параметр нелинейности среды, для воды

$\varepsilon \approx 3,5$, P_1 , P_2 — комплексные амплитуды соответственно волн накачки и сигнала. Амплитуды волн суммарной и разностной частот приблизительно одинаковы, только для вычисления амплитуды волны разностной частоты $\omega_s = \omega_1 - \omega_2$ в уравнении (1) необходимо P_2 заменить на комплексно-сопряженное значение P_2^* . Уравнение (1) справедливо в случае, когда радиусы кривизны фронтов взаимодействующих волн много больше соответствующих значений длин волн, мал также угол пересечения θ волн накачки и сигнала. Как следует из (1), давление вторичной волны комбинационной частоты в точке R определяется выражением

$$(2) \quad P_s = -\frac{\varepsilon \omega_s^2}{4\pi \rho_0 c_0^4} \times \int_V \frac{P_1 P_2 \exp[jk_s |\mathbf{R}-\mathbf{r}|]}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|} dV,$$

где \mathbf{r} — координата элемента объема dV . Интеграл берется по всему объему взаимодействия V . Вычисление легко выполняется в простейших случаях взаимодействия плоской и сферически расходящейся волны накачки и плоской волны сигнала и затруднительно в других ситуациях. Однако процедуру расчета можно упростить. На фиг. 1 изображена геометрия взаимодействия волны накачки, создаваемой излучателем 1, с приходящей издалека волной сигнала. Волна комбинационной частоты принимается гидрофоном 2. При вычислении (2) будем интегрировать сначала по сечению S перпендикулярно ось пучка накачки, затем по координате x вдоль оси; представим (2) в виде

$$(3) \quad P_s = \frac{j\varepsilon \omega_s}{2\rho_0 c_0^3} \int_0^L u(x) dx,$$

где L — длина базы приема;

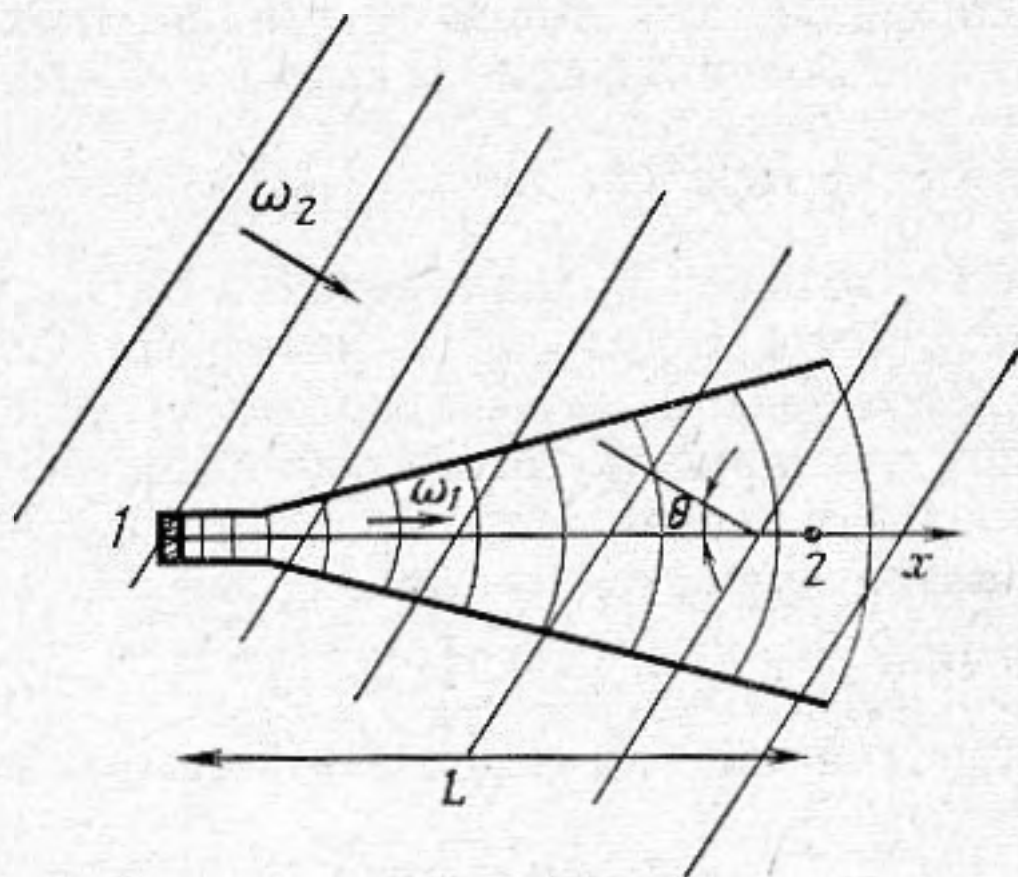
$$(4) \quad u(x) = \frac{jk_s}{2\pi} \iint_S \frac{P_1 P_2 \exp[j(k_1+k_2)|\mathbf{R}-\mathbf{r}|]}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|} dS.$$

Здесь $k_{1,2} = \omega_{1,2}/c_0$. В случае, когда амплитуда и фаза сигнала мало меняются на сечении S , множитель $P_2 \exp[jk_2|\mathbf{R}-\mathbf{r}|]$ можно считать зависящим только от координаты x , поэтому выносим его из-под знака интеграла. Тогда выражение (4) принимает вид

$$(5) \quad u(x) = P_2(x) \exp\{jk_2(L-x)\} \left[\frac{jk_1}{2\pi} \iint_S \frac{P_1 \exp(jk_1|\mathbf{R}-\mathbf{r}|)}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|} dS \right].$$

Здесь учтено, что в амплитудном множителе $k_s \approx k_1$. В выражении (5) в квадратных скобках записан дифракционный интеграл Гюйгенса — Релея [8] для волны накачки. Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, интеграл Гюйгенса — Релея по любому сечению волнового пучка равен значению поля этой волны в точке наблюдения $P_1(x=L)$, т. е.

$$(6) \quad u(x) = P_1(L) P_2(x) \exp[jk_2(L-x)].$$



Фиг. 1. Схема параметрического приема. 1 — излучатель волны накачки, 2 — приемный гидрофон

Подставляя (6) в (3), получим выражение, определяющее комплексную амплитуду вторичного поля комбинационной частоты

$$(7) \quad P_s = \frac{j\epsilon\omega_s P_1(L)}{2\rho_0 c_0^2} \int_0^L P_2(x) \exp[jk_2(L-x)] dx.$$

Как правило, источник сигнала находится достаточно далеко от приемника ($R \gg L$) и волну сигнала можно считать плоской, а ее амплитуду постоянной, не зависящей от x в пределах базы приема. Тогда условие малости изменения фазы сигнала в сечении S имеет вид

$$(8) \quad k_2 \theta d \ll \pi,$$

где d — диаметр пучка в сечении S . Это условие можно заметно смягчить, если учесть, что значение интеграла Гюйгенса — Релея в основном определяется первой зоной Френеля [8]. Поля от остальных зон взаимно компенсируют друг друга. Отсюда ясно, что достаточно малости изменения P_2 в пределах первой зоны Френеля и в условии (8) надо заменить величину диаметра пучка диаметром первой зоны Френеля, максимальное значение которого $d_{1 \max} = (\lambda_s L)^{1/2}$, где $\lambda_s = 2\pi/k_s$ — длина волны комбинационной частоты. В этом случае $P_2(x) = \mathcal{P}_2 \exp(jk_2 \cos \theta)$ и амплитуда волны комбинационной частоты определяется выражением

$$(9) \quad P_s = \frac{\epsilon\omega_s L P_1(L) \mathcal{P}_2}{2\rho_0 c_0^3} D(\theta) \exp[j(k_2 L - M)],$$

где \mathcal{P}_2 — абсолютное значение амплитуды давления волны сигнала,

$$(10) \quad D(\theta) = (\sin M)/M, \quad M = k_2 L (1 - \cos \theta)/2.$$

Ширина диаграммы направленности по уровню -3 дБ определяется из соотношения $\theta_D = 1,84(\lambda_2/L)^{1/2}$, и нетрудно видеть, что в пределах ширины диаграммы направленности условие (8) всегда выполняется. Выражение (9) определяет поле комбинационных частот и в слабопоглощающих средах. В этом случае $P_1(L)$ — значение амплитуды давления волны накачки в точке приема с учетом затухания.

Интересно отметить, что результат не зависит от структуры поля накачки в объеме взаимодействия, а определяется лишь его значением в точке приема, что значительно упрощает расчеты. Наглядная физическая интерпретация этого следует из рассмотрения фазовой модуляции пучка накачки плоской волной сигнала, проведенного В. А. Зверевым и А. И. Калачевым [2, 7]. Они рассмотрели пучок накачки, ширина которого много меньше длины волны сигнала. Такая модуляция обусловлена изменением скорости распространения волны накачки в поле сигнала и приводит к появлению в спектре акустических колебаний сигнала на комбинационных частотах. Приращение фазы определяется выражением

$$(11) \quad \Delta\varphi(L) = \frac{\epsilon\omega_1 \mathcal{P}_2 L}{2\rho_0 c_0^3} D(\theta) \exp[j(k_2 L - M)].$$

При малых значениях $\Delta\varphi(L)$, что обычно имеет место при параметрическом приеме, $P_s \approx \Delta\varphi(L) P_1(L)$ и, считая $\omega_s \approx \omega_1$, получим выражение (9), которое, как показано выше, справедливо при произвольной ширине пучка накачки.

Из формулы (9) легко получаются известные выражения для амплитуды давления волн комбинационных частот при взаимодействии плоской и сферически расходящейся волны накачки с плоской волной сигнала. В других случаях, например для цилиндрически расходящейся волны

накачки и плоской волны сигнала, из (9) следует

$$(12) \quad P_s = \frac{\varepsilon \omega_s (LL_0)^{1/2} \mathcal{P}_2 \mathcal{P}_{01}}{2\rho_0 c_0^3} D(\theta) \exp[j(k_s L - M)].$$

Здесь \mathcal{P}_{01} — амплитуда давления волны накачки на излучателе, L_0 — радиус излучающего цилиндра.

Обобщим развитую методику на случай неоднородных сред, где скорость звука зависит от координат. Пусть поле накачки в точке приема может быть определено методом геометрической акустики. Критерии применимости этого метода для неоднородных сред подробно рассмотрены в работе [9]. Они основаны на введении так называемого объема Френеля, являющегося областью локализации физического луча (область, формирующая поле в точке наблюдения). Этот объем ограничен огибающей первых зон Френеля, «нанизанных» на луч, который определяется из уравнения эйконала. При расположении точки приема в дальнем поле излучателя граница френелевского объема является геометрическим местом точек, удовлетворяющих соотношению

$$(13) \quad r_1 + r_2 - L = \lambda/2,$$

где λ — длина волны, для которой строится френелевский объем, $r_{1,2}$ — расстояние от точек поверхности френелевского объема до точек излучения и приема (соответственно точки 1 и 2 на фиг. 2). В общем случае точку приема и излучения может соединять более одного луча. Если при этом $\Delta V_{\text{фр}}$ — перекрывающаяся часть френелевского объема $V_{\text{фр}}$ каждого из лучей

$$(14) \quad \Delta V_{\text{фр}} \ll V_{\text{фр}},$$

то поле в точке приема определяется как сумма полей, рассчитанных вдоль этих лучей [9].

При работе параметрического приемника в неоднородной среде точки излучения и приема могут соединять различные лучи, и для определения поля волны комбинационной частоты, порожденного взаимодействием вдоль i -го луча, можно использовать обобщенное соотношение (7), которое запишем в виде

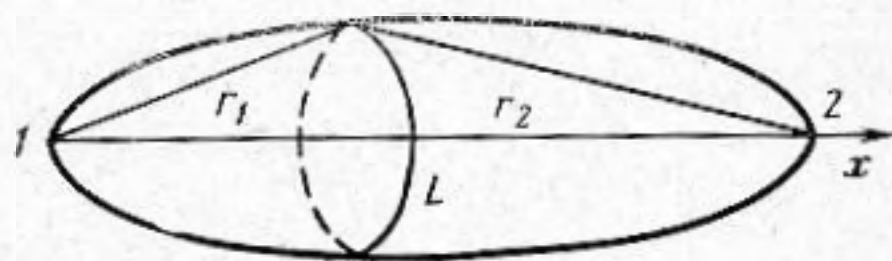
$$(15) \quad P_{s,i} = \frac{j\varepsilon \omega_s P_1(L_i)}{2\rho_0 c_0^3} \int_0^{L_i} P_2(l_i) \exp\{jk_2[\Psi(L_i) - \Psi(l_i)]\} dl_i,$$

где $\Psi(l_i)$ — эйконал вдоль i -го луча, L_i — длина вдоль i -го луча от излучателя накачки до приемника комбинационной частоты, l_i — координата вдоль i -го луча. При выполнении условия (14) поле в точке приема находится суммированием волн комбинационной частоты, образованных взаимодействием накачки и сигнала вдоль различных лучей

$$(16) \quad P_s = \sum_{i=1}^m P_{s,i},$$

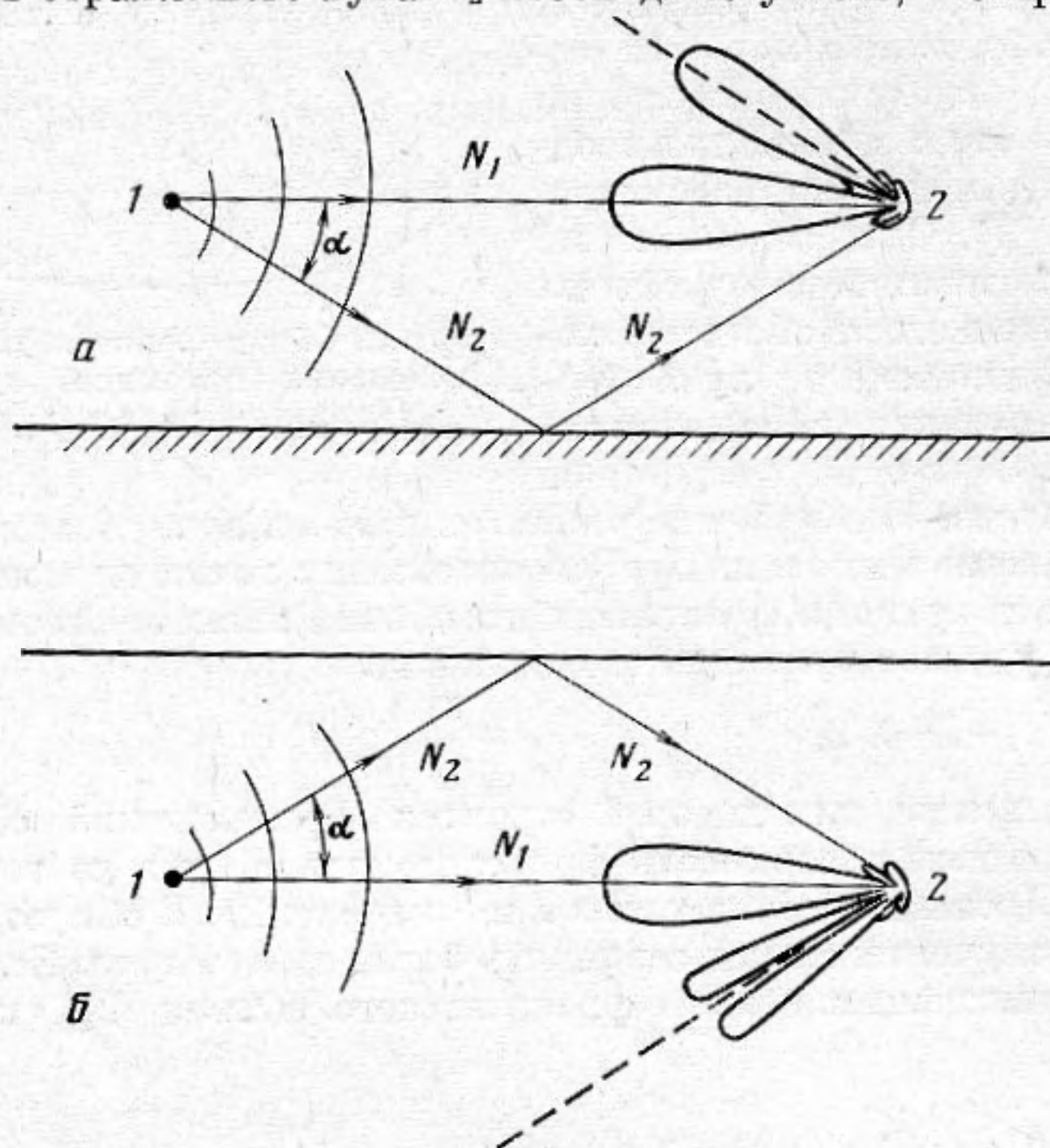
где m — число лучей, соединяющих точки излучения и приема.

В качестве примера рассмотрим параметрический прием вблизи отражающей поверхности (фиг. 3). Для сферически расходящейся волны накачки поле в точке приема определяется в виде суммы полей, расчи-



Фиг. 2. Объем Френеля для случая расположения приемного гидрофона 2 в дальнем поле излучателя 1

таных по формуле (15) вдоль двух лучей: прямого N_1 и отраженного N_2 от поверхности. Определим диаграмму направленности такого приемника в вертикальной плоскости. Амплитуда P_{s1} волны комбинационной частоты, образованной при взаимодействии вдоль прямого луча, определяется соотношением (9), в котором $P_1(L) = (\mathcal{P}_{01}/L) \exp(-\delta L + jk_1 L)$, где \mathcal{P}_{01} — абсолютное значение амплитуды волны накачки, приведенное к одному метру, δ — коэффициент затухания для волны накачки. При расчете поля давления P_{s2} вдоль отраженного луча N_2 необходимо учесть, что при отражении



Фиг. 3. Диаграмма направленности в вертикальной плоскости параметрического приемника, расположенного вблизи акустически жесткой (а) и акустически мягкой (б) границы

от акустически мягкой границы фаза волн накачки и сигнала изменяются на π :

$$(17) \quad P_{s2} = \frac{\varepsilon \omega_s \mathcal{P}_{01} \mathcal{P}_2}{2 \rho_0 c_0^3} D_1(\theta, \alpha, \Phi_0) \exp[-\delta L / \cos \alpha + j(k_s L / \cos \alpha - M_1 + \Phi_0)],$$

где α — угол между лучами N_1 и N_2 ($\alpha > \theta_D$), $\Phi_0 = 0, \pi$ при отражении соответственно от акустически жесткой и мягкой границы, $D_1(\theta, \alpha, 0) = (\sin M_1) / M_1$, $D_1(\theta, \alpha, \pi) = (1 - \cos M_1) / M_1$, $M_1 = k_2 L [1 - \cos(\alpha - \theta)] / 2 \cos \alpha$. Полное поле на комбинационной частоте в точке приема определяется суммой $P_{s1} + P_{s2}$, при этом диаграмма направленности будет иметь вид, изображенный на фиг. 3. В частности, при расположении параметрического приемника вблизи акустически мягкой поверхности, какой является поверхность моря, появляется дополнительный лепесток диаграммы направленности с провалом в центре в направлении $\theta \approx \alpha$. Это объясняется хорошо известным эффектом [10] смены знака взаимодействия при отражении от свободной границы раздела, в результате чего нелинейные эффекты, накапливающиеся до отражения, компенсируются аналогичными эффектами после отражения. Следует отметить, что на фиг. 3 не показаны лепестки диаграммы, направленные в сторону поверхности раздела, так как в приближении абсолютно отражающих границ акустические сигналы не могут проникать из одной среды в другую.

Авторы благодарят В. А. Зверева и Л. А. Островского за интерес к работе и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Westervelt P. J.* Parametric acoustic array.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1963, v. 35, № 4, p. 535–537.
2. *Зверев В. А., Калачев А. И.* Модуляция звука звуком при пересечении акустических волн.— *Акуст. ж.*, 1970, т. 16, № 2, с. 245–251.
3. *Goldsberry T. G., Reeves C. R., Rohde D. F.* Experimental measurements with a large aperture PARRAY.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1978, v. 64, Suppl. 1, S. 125.
4. *McDonnough R. N.* Long-aperture parametric receiving arrays.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1975, v. 57, № 5, p. 1150–1155.
5. *Berktau H. O., Shooter J. A.* Parametric receivers with spherically spreading pump waves.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1973, v. 54, № 4, p. 1056–1061.
6. *Truchard J. J.* Parametric acoustic receiving array. I. Theory.— *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1975, v. 58, № 6, p. 1141–1145.
7. *Калачев А. И.* Модуляция звукового пучка плоской звуковой волной. Тезисы докл. на IX Всесоюзн. акуст. конф. М., 1977, с. 47–50.
8. *Скучик Е.* Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976.
9. *Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И.* О границах применимости метода геометрической оптики.— В кн.: *Современные проблемы распространения и рассеяния волн.* М.: ротاپринт ИРЭ АН СССР, 1979.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
4.VIII.1980