

УДК 621.396.67.061

СИНТЕЗ ГЕОМЕТРИИ СИНФАЗНЫХ ПОДРЕШЕТОК АКУСТИЧЕСКИХ ФАЗИРОВАННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК (ФАР)

Жуков В. В., Иванов Н. М., Милославский Ю. Е.

Для упрощения схемы возбуждения и управления активной ФАР предлагается разбивать ее на подрешетки, элементы которых объединены параллельно. Сформулирована задача синтеза геометрии подрешеток по нескольким заданным амплитудным диаграммам направленности. Предложен алгоритм последовательного заполнения подрешеток методом направленного перебора.

При разработке многоэлементных активных акустических фазированных антенных решеток (ФАР) возникает задача уменьшения числа независимо управляемых генераторов и фазовращателей. Требуемое упрощение может быть достигнуто путем объединения элементов ФАР в синфазные подрешетки. При этом, как правило, необходимо учесть ряд ограничений: на число решеток, количество элементов в них, на вид амплитудного распределения колебательных скоростей элементов и т. д. Так, увеличения излучаемой антенной мощности при заданной площади раскрытия можно добиться с помощью равномерного амплитудного распределения, а для облегчения согласования генераторов с излучателями желательно иметь одинаковое число элементов в подрешетках.

Для решения задачи синтеза геометрии подрешеток используются те или иные статистические методы. Так, в работе [1] геометрия подрешеток выбирается случайным образом, а фаза возбуждения подрешетки полагается равной среднему арифметическому фаз входящих в нее элементов, найденных при решении задачи амплитудно-фазового синтеза. В работе [2] амплитудное распределение считается заданным, а вероятность того или иного фазового распределения ищется из решения задачи амплитудно-фазового синтеза, которое считается известным. Объединение элементов в подрешетки осуществляется введением на раскрыт случайной реализации фазового распределения. Статистические методы дают приемлемые результаты при числе элементов $N \geq 1000$ и неэффективны для решеток средних размеров с меньшими числами элементов. В этом случае целенаправленный выбор геометрии подрешеток позволит существенно улучшить характеристики антенн.

В связи с применением сканирующих антенных решеток возникает важная задача синтеза такой геометрии подрешеток, которая позволяла бы эффективно проводить фазовое сканирование. В настоящей работе предлагается один из возможных путей решения этой задачи.

Рассмотрим сначала постановку задачи синтеза акустической ФАР по заданной амплитудной диаграмме направленности, на которую будем опираться в дальнейшем. Будем считать известным число излучателей N и диаграмму направленности каждого из них. Диаграмма направленности решетки определяется по известной формуле

$$(1) \quad R(\theta, \beta) \exp[i\psi(\theta, \beta)] = \sum_{n=1}^N V_n g_n(\theta, \beta),$$

где $R(\theta, \beta)$ и $\psi(\theta, \beta)$ — соответственно амплитудная и фазовая диаграммы направленности, V_n — комплексные амплитуды колебательных скоростей излучателей, $g_n(\theta, \beta)$ — диаграмма направленности n -го излучателя.

Для изотропного излучателя $g_n(\theta, \beta)$ имеет вид

$$(2) \quad g_n(\theta, \beta) = \exp [i2\pi(X_n \sin \theta \cos \beta + Y_n \sin \theta \sin \beta + Z_n \cos \theta)],$$

где X_n, Y_n, Z_n — безразмерные декартовы координаты фазового центра n -го излучателя. Заданную $G(\theta, \beta)$ и реализуемую $R(\theta, \beta)$ амплитудные диаграммы направленности можно считать векторами некоторого функционального пространства; в дальнейшем предполагается, что $G(\theta, \beta), R(\theta, \beta) \in L^2$. Для строгой формулировки задачи синтеза необходимо на пространстве амплитудных диаграмм направленности ввести функционал $\rho(G, R)$, характеризующий отклонение R от G . Потребуем для него выполнения следующих условий:

$$(3) \quad \rho(G, R) \geq 0,$$

$$(4) \quad \rho(G, R) = 0 \Leftrightarrow G = R,$$

которые совпадают с аксиомами метрики. На распределение V_n могут быть наложены различные ограничения, в зависимости от характера которых придем к той или иной смешанной задаче синтеза [4] и соответственно к дополнительным ограничениям на вид функционала. Задача фазового синтеза — это задача с ограничениями вида

$$(5) \quad |V_n| = C_n, \quad n = 1, \dots, N,$$

где C_n — заданные неотрицательные числа. Так как диаграммы R и αR , $\alpha > 0$, с точки зрения задачи синтеза эквивалентны, то и коэффициенты C_n в (5) задаются с точностью до произвольного положительного множителя. Поэтому разумно наложить на функционал $\rho(G, R)$ дополнительное условие, обеспечивающее независимость его значений от выбора несущественной мультипликативной постоянной:

$$(6) \quad \rho(G, R) = \rho(G, \alpha R), \quad \alpha > 0.$$

Введя в пространстве амплитудных диаграмм скалярное произведение и норму по обычным формулам

$$(G, R) = \int_{\Omega} GR \, d\Omega, \quad \|G\| = (G, G)^{1/2},$$

$$\Omega \subset S = \{\beta, \theta \mid 0 \leq \beta < 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi\},$$

можно выбрать $\rho(G, R)$ в виде, аналогичном предложенному в работах [3, 5] для комплексных диаграмм направленности

$$(7) \quad \rho(G, R) = 1 - (G, R) / \|G\| \|R\|.$$

Функционал (7) удовлетворяет условиям (3), (4), (6) и имеет простой геометрический смысл:

$$\rho(G, R) = \sin^2 \gamma,$$

где γ — угол между векторами R и G . Кроме того, при выборе функционала в виде (7) отпадает необходимость в нормировке R , и именно его мы будем придерживаться в дальнейшем.

Амплитудная диаграмма R , а с ней и функционал $\rho(G, R)$ с учетом ограничений (5) суть функции N -мерного вектора Φ фазового пространства с компонентами $\varphi_n = \arg V_n$, $n = 1, \dots, N$. Задача фазового синтеза может быть сформулирована как задача минимизации функции $\rho(\Phi) = \rho(G,$

$R(\varphi)$), т. е. отыскания вектора φ^{opt} такого, что

$$(8) \quad \rho(\varphi^{\text{opt}}) = \inf_{\varphi \in D_N} \rho(\varphi).$$

По поводу задачи (8) сделаем следующие замечания.

Множество реализуемых амплитудных диаграмм $\{R(\varphi)\}$, $\varphi \in D_N$ невыпукло, в силу чего функция $\rho(\varphi)$, как правило, полимодальна. Практически это означает, что приходится довольствоваться локальным решением φ^{loc} , удовлетворяющим более слабому условию

$$\rho(\varphi^{\text{loc}}) = \inf_{\varphi \in d \subset D_N} \rho(\varphi).$$

Если D_N — N -мерный гиперкуб с длиной ребра 2π , то в силу гладкости и 2π -периодичности $R(\varphi)$, а с ней и $\rho(\varphi)$ по каждой из переменных φ_n можно решать задачу минимизации $\rho(\varphi)$ во всем фазовом пространстве, причем любой минимум будет одновременно критической точкой $\rho(\varphi)$.

Очень часто на фазовое распределение накладывается условие квантования $\varphi = \Delta Q$, где Δ — дискрет фазовращателя, Q — вектор с целочисленными компонентами (дискретный фазовый синтез).

Перейдем теперь к постановке задачи синтеза геометрии синфазных подрешеток составляющей предмет настоящей работы. Назовем подрешеткой произвольное множество элементов антенны, управляемых одним фазовращателем. Фазы колебательных скоростей излучателей, входящих в одну подрешетку, одинаковы (в рамках принятой модели антенны, не учитывающей взаимного влияния излучателей). Будем считать известными число подрешеток K , на которые разбивается антенна, и число элементов m_k , $k=1, \dots, K$ в каждой подрешетке. В дальнейшем для простоты рассматривается случай $m_k = M$ для всех k . Очевидно, $N = KM$. Рассмотрим множество попарно различных антенн $S = \{s_1, \dots, s_P\}$, получающихся из исходной разбиением ее на K подрешеток. Общее число P таких антенн дается формулой $P = N! / (K! (M!)^K)$. Фазовое распределение колебательных скоростей подрешеток q -й антенны из S обозначим Φ_q . Задача синтеза геометрии подрешеток заключается в выборе из множества S антенны s_r такой, что

$$(9) \quad \rho(\Phi_r^{\text{opt}}) = \min_{1 \leq q \leq P} \rho(\Phi_q^{\text{opt}}) = \min_{1 \leq q \leq P} \inf_{\Phi_q \in D_K} \rho(\Phi_q).$$

Из самой постановки задачи ясно, что можно пытаться решать ее, решив для каждой антенны из S задачу фазового синтеза, и выбрать затем наилучшую. Столь прямолинейный подход оказывается, однако, совершенно неприемлемым из-за огромных значений числа P . Так, при $N=32$, $K=8$, $P \approx 10^{19}$, т. е. потребуется решить 10^{19} задач минимизации функций восьми переменных, каждая из которых сама по себе достаточно трудоемка. Понятна поэтому необходимость разработки алгоритма, способного решать поставленную задачу на ЭВМ за разумный промежуток времени.

Отметим, что разбиение исходной антенны на подрешетки есть по существу наложение некоторых дополнительных ограничений на распределение колебательных скоростей излучателей, а потому во всяком случае должно выполняться неравенство

$$\rho(\Phi_r^{\text{opt}}) \geq \rho(\varphi^{\text{opt}}).$$

Если окажется, что $\rho(\Phi_r^{\text{opt}})$ превосходит максимально допустимое значение, то при заданном N следует увеличить число подрешеток. Отметим также, что задачу синтеза геометрии подрешеток можно сформулировать как задачу оптимизации упомянутой выше дополнительной системы ограничений.

В изложенной постановке задачи имеется, однако, один существенный недостаток — в случае, когда необходимо осуществлять фазовое сканирование, для каждого положения луча будет найдена своя геометрия подрешеток. На практике же возникает необходимость формировать при сканировании не одну, а целую серию амплитудных диаграмм направленности, не изменяя геометрии подрешеток. Будем считать поэтому, что заданы L амплитудных диаграмм G_1, \dots, G_L , формируемых последовательно во времени, и, введя суммарный функционал

$$F(\Phi_{q1}, \dots, \Phi_{qL}) = \sum_{l=1}^L \rho(\Phi_{ql}),$$

обобщим задачу (9) следующим образом: найти геометрию подрешеток $s_r \in S$ такую, что

$$(10) \quad F(\Phi_{r1}^{\text{opt}}, \dots, \Phi_{rL}^{\text{opt}}) = \min_{1 \leq q \leq P} F(\Phi_{q1}^{\text{opt}}, \dots, \Phi_{qL}^{\text{opt}}).$$

Рассмотрим теперь алгоритм решения задачи (10). При изложении будем считать, что задача фазового синтеза может быть решена при любой геометрии подрешеток.

Пусть известна геометрия первых $J-1$ подрешеток, $1 \leq J \leq K-1$, J -я подрешетка сформирована не полностью и содержит только m элементов, $1 < m < M$, и известны решения L задач фазового синтеза — векторы

$$\Phi_{Jml}^{\text{opt}} = \{\Phi_{J-1,l}^{\text{opt}}, \varphi_{ml}\}, \quad l=1, \dots, L, \text{ где}$$

φ_{ml} — фазы J -й подрешетки. На этом этапе антенна состоит из $J+1$ подрешеток, из них первые $J-1$ содержат по M элементов, J -я — m элементов и $J+1$ -я — $N_{Jm} = N - (J-1)M - m$ элементов, причем фазы $J+1$ -й подрешетки полагаются равными нулю и явно нигде не выписываются, а входящие в нее элементы нумеруются от $N' = N - N_{Jm} + 1$ до N . Антенну с такой геометрией подрешеток обозначим s_{Jm} . Размещая последовательно на излучателях, входящих в $J+1$ -ю подрешетку, значения фаз φ_{ml} , $l=1, \dots, L$, рассчитываем N_{Jm} чисел F_n , где индекс n — номер фазированного излучателя, $N' \leq n \leq N$ и отнесем к J -й подрешетке элемент с номером p такой, что

$$F_p = \min_{N' \leq n \leq N} F_n.$$

В результате получим новую антенну $s_{J, m+1}$, в которой один из элементов $J+1$ -й подрешетки антенны s_{Jm} перемещен в J -ю подрешетку. Чтобы найти фазы $\varphi_{m+1, l}$, решим L задач фазового синтеза антенны $s_{J, m+1}$, и в случае выполнения неравенства $m+1 < M$ перейдем к выбору следующего элемента J -й подрешетки. Если же $m+1 = M$, то переходим к выбору опорного, т. е. первого элемента очередной подрешетки.

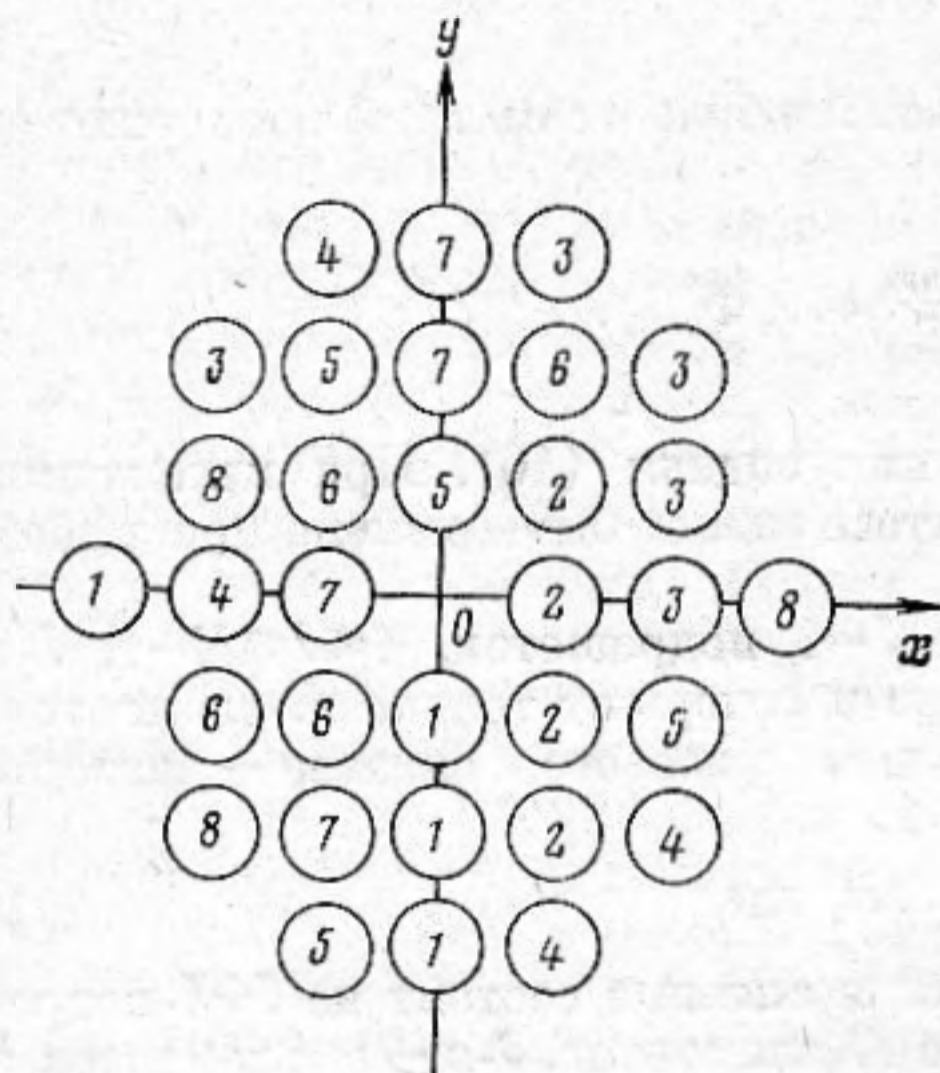
Пусть имеется антенна s_{J0} . Чтобы найти опорный элемент J -й подрешетки, решаем в произвольной последовательности LN_{J0} задач фазового синтеза, относя каждый раз к J -й подрешетке очередной n -й элемент, $(J-1)M+1 \leq n \leq N$, для чего, как правило, достаточно варьировать фазу только этого n -го элемента, не затрагивая фазы полностью сформированных подрешеток. Если после решения $L(n-1)$ таких задач окажется, что опорным элементом J -й подрешетки следует выбрать p -й со значениями фаз $\varphi_{p1}^{\text{opt}}, \dots, \varphi_{pL}^{\text{opt}}$, то очередной n -й элемент сможет занять его место только тогда, когда для всех l выполняется неравенство

$$(11) \quad \rho(\varphi_{pl}^{\text{opt}}) \geq \rho(\varphi_{nl}^{\text{opt}}),$$

где аргументы $\Phi_{j-1,l}^{\text{opt}}$ для краткости опущены. Нестрогое неравенство в (11) обеспечивает существование опорного элемента, так как в худшем случае окажется $p=(J-1)M+1$, $\Phi_{p1}^{\text{opt}}=\dots=\Phi_{pL}^{\text{opt}}=0$. Найдя опорный элемент, следует перейти к выбору остальных $M-1$ элементов J -й подрешетки.

Следует оговорить, что при $J=1$, $m=0$ решетка считается состоящей из одной подрешетки, содержащей все N элементов, а работа алгоритма начинается с выбора опорного элемента первой подрешетки.

Таким образом, рассмотренный алгоритм заключается в последовательном накоплении элементов в подрешетках методом направленного перебора.



Фиг. 1. Синтезированная геометрия подрешеток

Ясно, что процесс сходится, коль скоро гарантирована сходимость метода решения задачи (8). Однако об оптимальности найденной геометрии подрешеток трудно сделать какие-либо заключения, что вообще характерно для комбинаторных задач оптимизации, к которым принадлежит задача (10). Поэтому качество решения необходимо проверять дополнительно, например сравнением с решением задачи фазового синтеза той же антенны, но с независимой фазировкой излучателей.

Для дальнейшей конкретизации алгоритма необходимо выбрать метод решения задачи фазового синтеза. По-видимому, одним из наиболее эффективных является метод динамического программирования [6], что обусловлено сепарабельностью функции $R(\varphi) \exp \{i\Psi(\varphi)\}$ и связанным с этим ее свойством удобством вычислений. В этом методе на каждой j -й итерации последовательно решаются N задач одномерной минимизации функции вида

$$w_j(\varphi_1) = \rho(\varphi_1, \varphi_2^{j-1}, \dots, \varphi_N^{j-1});$$

$$w_j(\varphi_2) = \rho(\varphi_1^j, \varphi_2, \dots, \varphi_N^{j-1});$$

⋮

$$w_j(\varphi_N) = \rho(\varphi_1^j, \dots, \varphi_{N-1}^j, \varphi_N),$$

$$j=1, \dots$$

вектор Φ^0 выбирается произвольно, а условием остановки процесса служит неравенство

$$(12) \quad (\rho(\Phi^j) - \rho(\Phi^{j+1})) / \rho(\Phi^{j+1}) < \epsilon,$$

где ϵ — заданное достаточно малое положительное число. В задачах дискретного фазового синтеза одномерная минимизация осуществляется прямым перебором с заданным дискретом Δ . В задачах с непрерывным изменением фазы в целях повышения точности решения и сокращения затрат машинного времени целесообразно решать ряд дискретных задач, уменьшая каждый раз при выполнении (12) дискрет фазирования в 2–3 раза

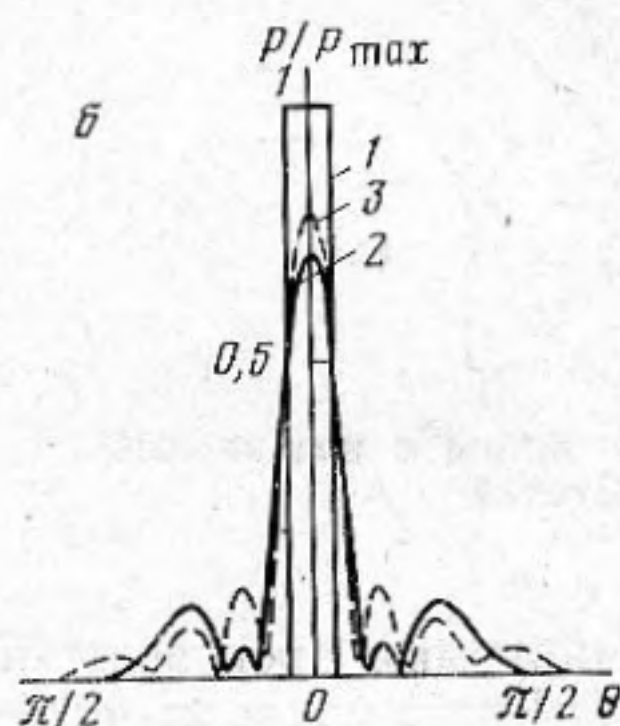
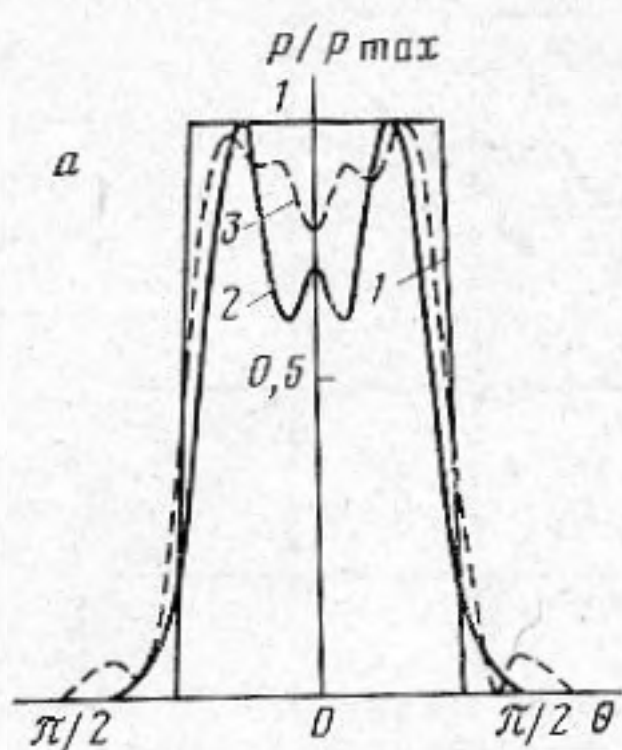
с одновременным сужением области изменения Φ , а условием остановки выбрать неравенство $\Delta < \Delta_{\min}$.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть плоская антенная решетка с $N=32$, форма которой показана на фиг. 1, составлена из круглых поршневых излучателей радиуса $r_0=0,225 \lambda$, диаграмма направленности которых в случае бесконечного акустически мягкого экрана имеет вид [7]

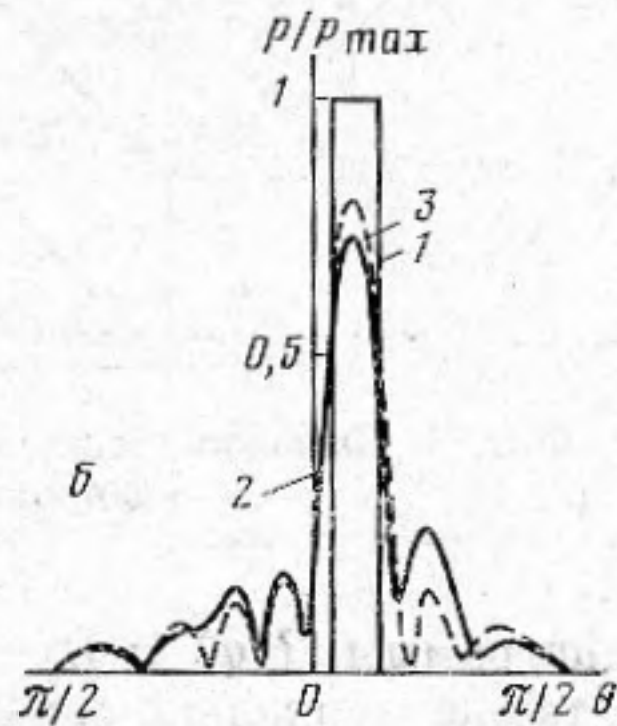
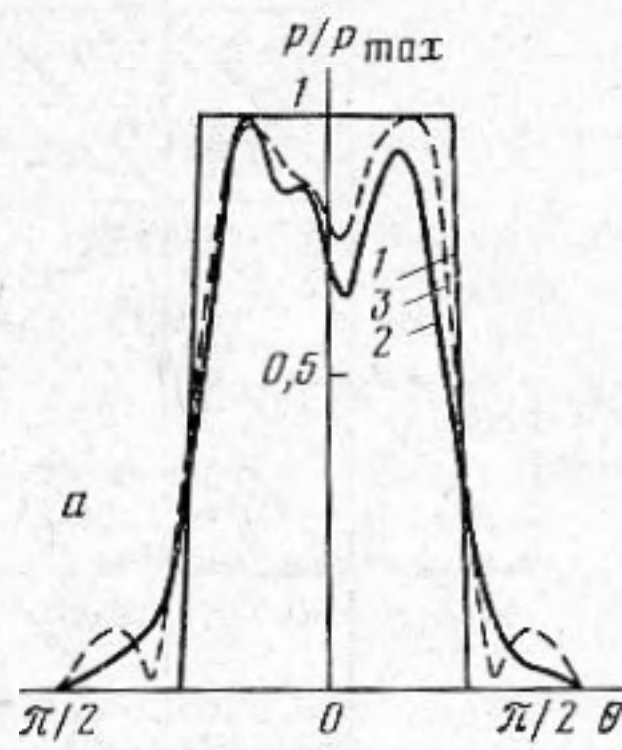
$$f_n(\theta, \beta) = 2 \cos \theta \left[J_1 \left(\frac{2\pi}{\lambda} r_0 \sin \theta \right) / \left(\frac{2\pi}{\lambda} r_0 \sin \theta \right) \right] g_n(\theta, \beta),$$

где $g_n(\theta, \beta)$ — пространственный сдвиг (2).

Допущение об идентичности диаграмм направленности излучателей, расположенных в мягком экране на указанных малых межэлементных



Фиг. 2



Фиг. 3

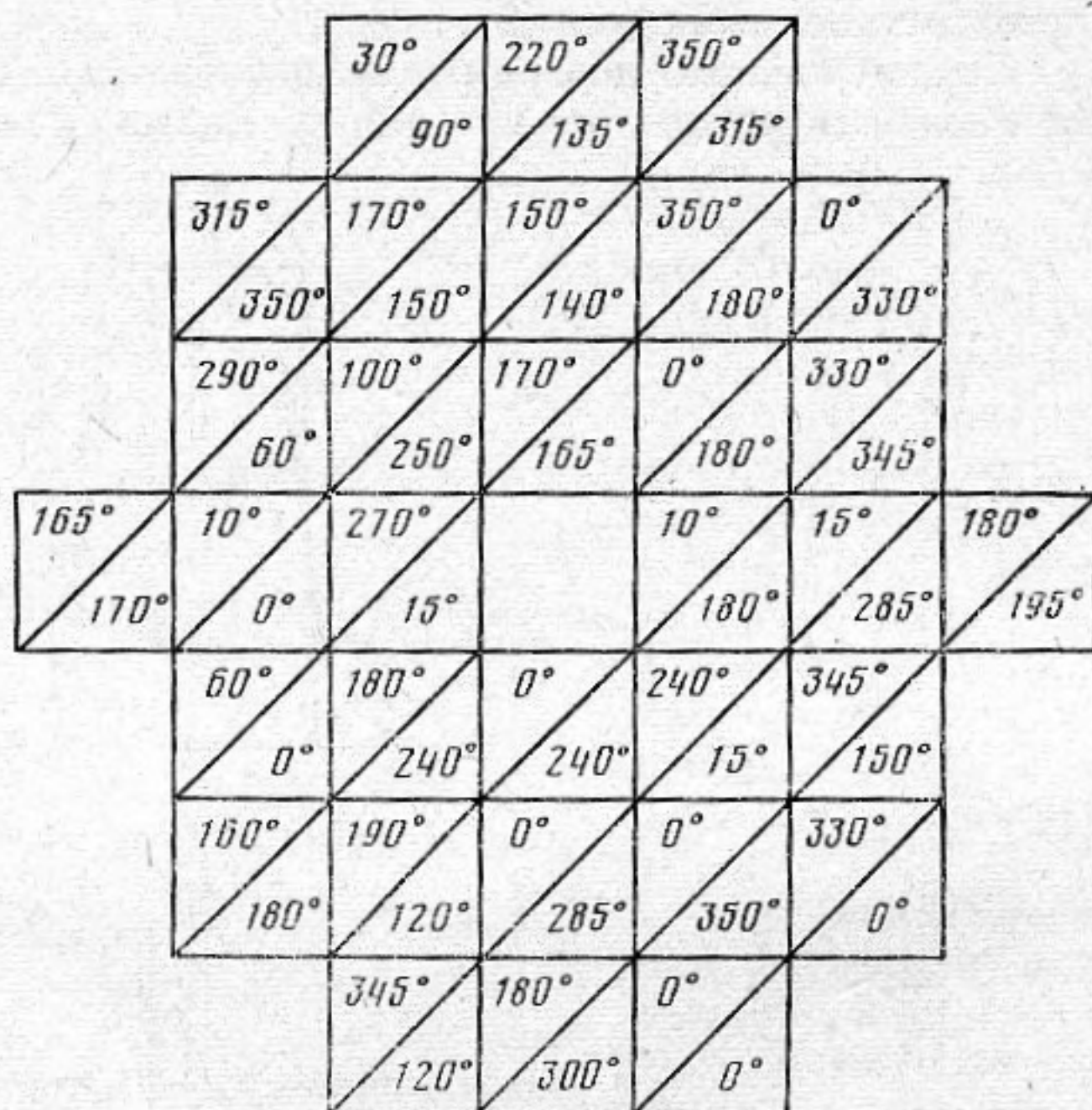
Фиг. 2. Амплитудные диаграммы направленности в плоскостях xz (а) и yz (б) при центральном положении луча: 1 — заданная, 2 — полученная при синтезе геометрии подрешеток, 3 — полученная при синтезе антенны с независимой фазировкой излучателей

Фиг. 3. Амплитудные диаграммы направленности в плоскостях xz (а) и yz (б) при угле сканирования $\theta_c=14^\circ$: 1 — заданная, 2 — полученная при синтезе геометрии подрешеток, 3 — полученная при синтезе антенны с независимой фазировкой излучателей

расстояниях, имеет приближенный характер и возможно лишь при синтезе антенны на этапе предварительного проектирования. Для более редкого в практике случая нахождения уточненного решения, учитывающего особенности конструкции антенны и реальные условия ее работы, необходимо использовать диаграммы направленности излучателей, полученные с учетом их взаимодействия в зависимости от положения в антенне.

Областью, в которой решается задача синтеза является верхняя полусфера $\Omega = \{\beta, \theta | 0 \leq \beta < 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$, заданная амплитудная диаграмма $G_1(\theta, \beta)$ — секторного типа с шириной в главных сечениях (плоскости xz и yz) 90° и 14° соответственно, зеркально-симметричная относительно

плоскостей xz и yz , а диаграммы G_2 и G_3 получаются из G_1 поворотом последней вокруг оси x на угол $\theta_c=14^\circ$ (угол сканирования) в сторону положительных и отрицательных значений y соответственно. Таким образом, рассматриваются три положения луча — центральное и два отклоненных, что позволяет с помощью электрического фазового сканирования озвучить последовательно во времени сектор шириной около 40° . Главные сечения заданных диаграмм G_1 и G_2 показаны на фиг. 2, 3, кривые 1. Заметим, что диаграмму G_3 можно вообще не рассматривать. Действительно, G_2 и G_3 зеркально-симметричны относительно плоскости xz . С другой



Фиг. 4. Фазовое распределение антенны с независимой фазировкой излучателей

стороны, диаграммы $R(\varphi)$ и $R(-\varphi)$, формируемые произвольной плоской решеткой, также зеркально-симметричны. Поэтому, если φ_2^{opt} — решение задачи синтеза для диаграммы G_2 , то решение задачи синтеза для диаграммы G_3 получим, просто положив $\varphi_3^{\text{opt}} = -\varphi_2^{\text{opt}}$ или $\varphi_3^{\text{opt}} = 2\pi - \varphi_2^{\text{opt}}$, где 2π — вектор с компонентами 2π . Аналогичные рассуждения справедливы, очевидно, и для произвольным образом разбитой на подрешетки антенны. Найденная геометрия подрешеток показана на фиг. 1, где одинаковыми цифрами помечены элементы одной подрешетки.

На фиг. 2 и 3 показаны реализуемые диаграммы $R_{1,2}^{\text{e}}$ и $R_{1,2}^{\text{a}}$, полученные при синтезе геометрии подрешеток (кривые 2) и синтезе антенны с независимой фазировкой излучателей (кривые 3) соответственно.

На фиг. 2 (кривые 2) фазы подрешеток равны:

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 180^\circ, \Phi_4 = \Phi_5 = \Phi_6 = \Phi_7 = \Phi_8 = 0.$$

На фиг. 3 (кривые 3) фазы подрешеток равны: $\Phi_1 = 165^\circ$, $\Phi_2 = 120^\circ$, $\Phi_3 = 250^\circ$, $\Phi_4 = 225^\circ$, $\Phi_5 = 70^\circ$, $\Phi_6 = 315^\circ$, $\Phi_7 = 30^\circ$, $\Phi_8 = 0$.

Снижение главных максимумов синтезированных диаграмм до уровня $0,75 \div 0,8$ на фиг. 2 (Б) и 3 (б) объясняется наличием провалов диаграмм в плоскости yz .

Фазовое распределение, найденное при синтезе антенны с независимой фазировкой элементов, показано на фиг. 4. Верхние цифры в квадратах, схематически обозначающих элементы решетки, относятся к углу сканирования $\theta_c=0$, нижние — к углу $\theta_c=14^\circ$.

Полученные значения функционала равны $\rho(R_1^s, G_1)=0,08871$, $\rho(R_1^s, G_2)=0,05826$, $\rho(R_2^s, G_1)=0,08609$, $\rho(R_2^s, G_2)=0,06521$, откуда видно, что за счет дополнительных ограничений на фазовое распределение, возникающих при разбиении антенны на подрешетки, минимальное значение функционала в данном случае возрастает на $\sim 40\%$. Для других значений K и M это соотношение меняется, имея тенденцию к уменьшению с ростом K . В целом полученные результаты следует считать удовлетворительными, учитывая четырехкратное сокращение числа фазовращателей в схеме возбуждения антенны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lovis D.* Fully Filled Phase Array Antennas with Statistically Arranged Subarrays.— *Nachrichtentechn. Z.*, 1975, v. 9, № 5, p. 316–318.
2. *Железняк М. М., Калачев В. Н., Кашин В. А.* Фазовый синтез антенных решеток, использующий статистическое формирование парциальных диаграмм направленности дискретного раскрытия.— *РиЭ*, 1974, т. 19, № 4, с. 671–678.
3. *Жуков В. Б.* Расчет гидроакустических антенн по заданной диаграмме направленности. Л.: Судостроение, 1977.
4. *Кременецкий С. Д.* О смешанных задачах теории синтеза излучающих систем.— *Вопр. радиоэлектроники. Сер. ОТ*, 1969, вып. 12, с. 14–18.
5. *Дымский В. Н., Чони Ю. И.* Об одном приближенном решении задачи синтеза антенн, допускающем экспериментальное моделирование.— *Изв. вузов, Радиофизика*, 1970, т. 13, № 9, с. 1389–1397.
6. *Габзалилов Г. Ф., Крупницкий Э. И.* Дискретный фазовый синтез антенной решетки методом динамического программирования.— *РиЭ*, 1979, т. 19, № 5, с. 946–954.
7. *Смарышев М. Д.* Направленность гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1973.

Поступила в редакцию
11.VII.1980