АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 3 | АКАДЕМИЯ НАУК СССР | Май Июнь

Основан в 1955 г. | МОСКВА | *Выходит 6 раз год*

УДК 534.26

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ РЭЛЕЯ ВДОЛЬ ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ИЗОТРОПНОГО УПРУГОГО ТЕЛА

Авдеев А. Н., Плесский В. П.

Вычислены параметры волны Рэлея, распространяющейся вдоль поверхности изотропного упругого тела, имеющей периодическую систему мелких канавок трапецеидального профиля. Получены формулы для коэффициентов затухания и отражения волны от полубесконечной структуры, приведены их зависимости от формы канавки и коэффициента Пуассона.

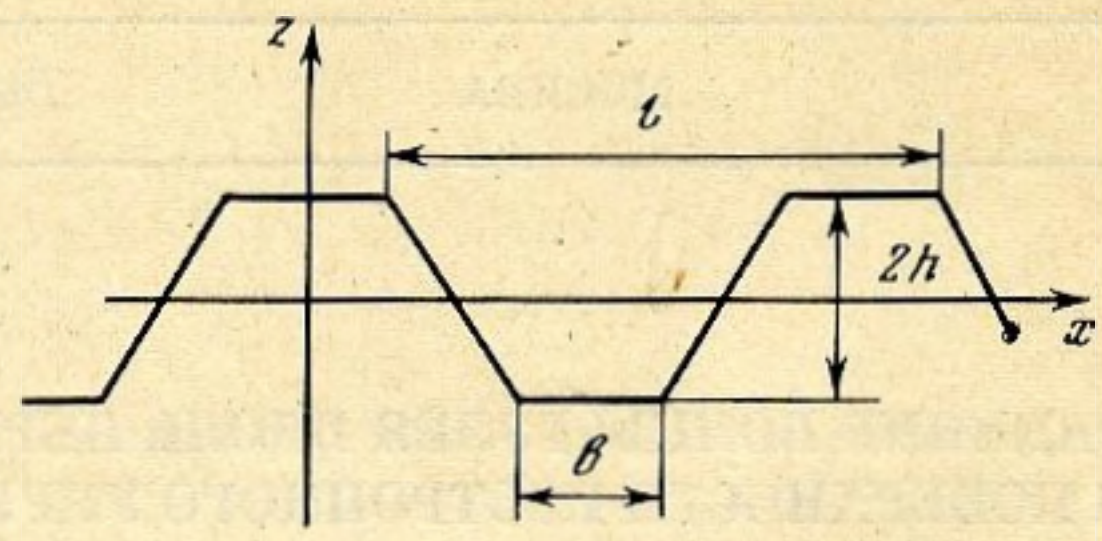
Как показано в работе Бреховских [1], при распространении вдоль «шероховатой» поверхности поверхностная акустическая волна (ПАВ) Рэлея затухает за счет рассеяния в объем упругого тела. Расчет проводился в первом порядке теории возмущений (см. также [2]), и его результаты верны в тех случаях, когда можно пренебречь когерентным отражением волны. Когерентное отражение имеет место при периоде структуры, равном целому числу полуволн падающей на структуру волны Рэлея $l=n\lambda_R/2$. Случаи $n=1$ и $n=2$ представляют наибольший практический интерес. В первом случае решетка является «брэгговским зеркалом», служащим для отражения ПАВ. Такие решетки широко используются в резонаторах на ПАВ [3]. Теория, описывающая такое «брэгговское» отражение ПАВ, строилась в ряде работ [4—9]. Интерес ко второму случаю $l\approx\lambda_R$ связан с возможностью возбуждения ПАВ Рэлея путем трансформации объемной акустической волны, падающей на периодически неровный участок поверхности упругого тела, в поверхностную волну. При нормальном падении волны эффективное преобразование имеет место при длине волны Рэлея, равной периоду структуры. Такой преобразователь предложен Хэмфрисом и Эшем [10] и изучался на модельном эксперименте Ахромеевой и Крыловым [11]. Эффективность работы преобразователя была продемонстрирована на частоте выше 1 ГГц [12]. Преобразователь обладает рядом преимуществ по сравнению со встречно-штыревым преобразователем [13].

При изучении распространения ПАВ вдоль протяженной периодической структуры с периодом, близким или равным длине волны, как оказалось [14—16], принципиально необходимо учитывать многократное отражение волн. Даже в случае синусоидального возмущения поверхности значительное отражение может иметь место. Расчет затухания, дисперсии и отражения рэлеевской волны, распространяющейся вдоль полубесконечной синусоидально неровной поверхности изотропного упругого тела, был впервые проделан в работе [17].

Цель данной работы — рассмотреть случай малой несинусоидальной неровности поверхности. Будем считать, что неровность имеет симметричный трапецеидальный профиль (фиг. 1). Такое задание формы неровности является достаточно общим и включает случаи треугольных и почти пря-

© Издательство «Наука», «Акустический журнал», 1982 г.

моугольных канавок, обычно используемых на эксперименте [10—12] и при теоретических расчетах [4, 5]. Вместе с тем важно подчеркнуть с самого начала, что ряд Фурье заданной неровности (фиг. 1) не содержит четных гармоник, в том числе и второй, «брэгговской». Данная структура, таким образом, предназначена именно для взаимной трансформации поверхностных и объемных волн, а не для эффективного отражения ПАВ.



Фиг. 1. Профиль поверхности

В данной работе мы ограничимся нахождением дисперсионного уравнения волн, распространяющихся вдоль указанной неровной поверхности.

Как обычно [13], решение ищется в виде функции Блоха

$$\varphi=\exp(i\delta x)\sum_n \varphi_n \exp[p_n z+i(nQx-\omega t)],$$

(1)

$$\psi=\exp(i\delta x)\sum_n \psi_n \exp[s_n z+i(nQx-\omega t)].$$

Здесь φ и ψ — скалярный и векторный потенциалы, через которые удобно выражать смещения и напряжения в изотропном упругом теле, $\delta=\delta(\omega)$ — искомое волновое число, $p_n^2=q_n^2-k_l^2$, $s_n^2=q_n^2-k_t^2$ (k_l и k_t — волновые числа объемной продольной и поперечной волн соответственно), $q_n=\delta+nQ$, $Q=2\pi/l$, (l — период структуры). При $n\neq 0$ выбирается значение p_n и s_n с положительной действительной частью, при $n=0$ мнимая часть этих величин должна быть отрицательной.

Функция, описывающая неровность поверхности, представляется в виде ряда Фурье

(2) $$\zeta(x)=\frac{\varepsilon}{Q}\sum_n A_n \exp(inQx),$$

$$A_n=\frac{1}{n}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)\frac{\sin n\alpha}{n\sin\alpha},$$

где

(3) $$\varepsilon=(4h/l)\sin\alpha/\alpha,\quad \alpha=(\pi/2)(1-2b/l),$$

$\varepsilon\ll 1$ — малый параметр неровности, α — параметр, описывающий форму трапеции. Параметр ε, записанный в виде (3), при любой форме трапеции определяет амплитуду первой гармоники неровности: $A_{\pm 1}=1$. (При этом данному значению ε соответствует глубина канавки, зависящая от ее формы).

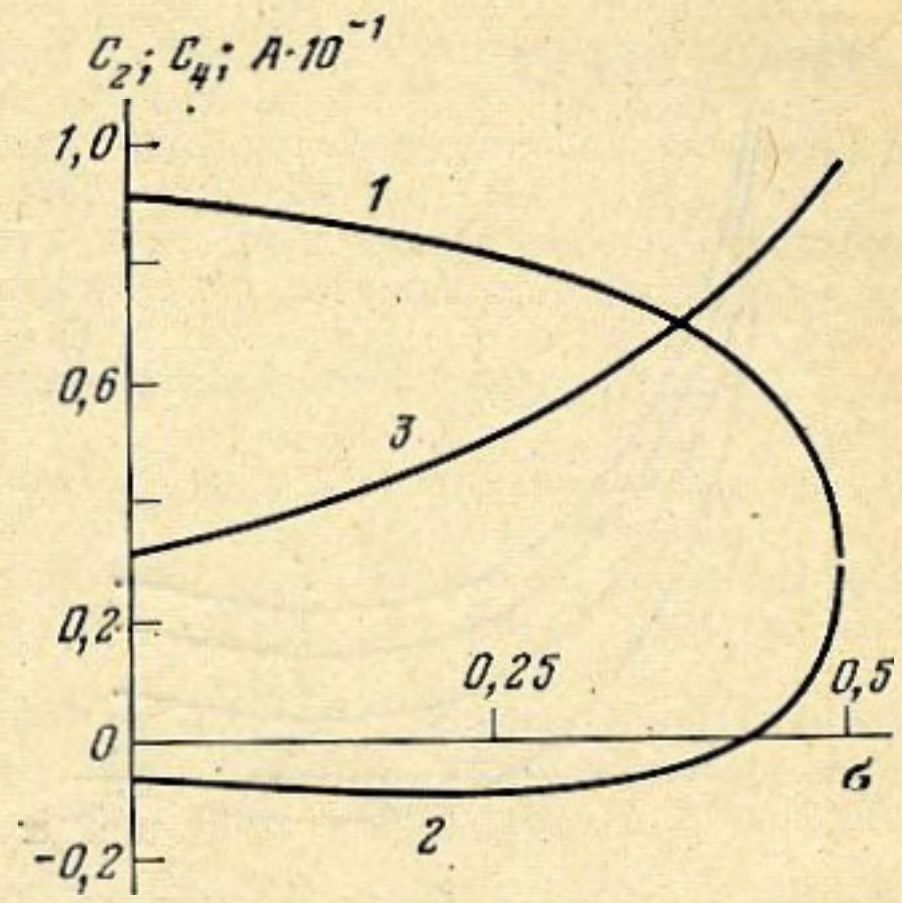
Пользуясь малостью неровности ($\varepsilon\ll 1$, $|\zeta'(x)|\ll 1$), можно «перенести» [1] граничные условия с неровной поверхности на плоскость $z=0$:

(4) $$\sigma_{xz}+\zeta\sigma'_{xz,z}-\zeta'\sigma_{xx}+\frac{1}{2}\zeta^2\sigma''_{xz,zz}-\zeta\zeta'\sigma'_{xx,z}=0,$$

$$\sigma_{zz}+\zeta\sigma'_{zz,z}-\zeta'\sigma_{xz}+\frac{1}{2}\zeta^2\sigma''_{zz,zz}-\zeta\zeta'\sigma''_{xz,z}=0,$$

σ_{ik} — компоненты тензора напряжений. Здесь и далее учитываются члены порядка ε^2 включительно. Как показано в работе [17], только такой расчет, с точностью до второго порядка по h/l, позволяет правильно учесть эффекты многократного отражения волн. Подставляя (1) и (2) в граничные условия (4), мы получаем бесконечную систему «зацепляющихся» уравнений для амплитуд φ_n и ψ_n. Из этой системы видно, что если принять амплитуду падающей волны φ_{+1} за единицу, то амплитуды φ_{-1} и $\psi_{\pm1}$ также могут быть порядка единицы, тогда как остальные амплитуды φ_n и ψ_n ($n\neq\pm1$) имеют порядок ε. Используя это обстоятельство, удается, учитывая все гармоники неровности A_n и все гармоники потенциалов φ_n и ψ_n, получить «уравнения связанных мод» [13], верные с точностью до ε^2:

$$D_n\varphi_n=\varepsilon^2k_t^4[-(C_1+iC_2)\varphi_n+ +(C_3+iC_4)\varphi_{-n}], \quad n=\pm1. \tag{5}$$



Фиг. 2. Зависимость констант C_2 (кривая *1*), C_4 (*2*), $A/10$ (*3*) от коэффициента Пуассона

Эти уравнения получены в предположении, что частота ω не сильно отличается от «резонансной» частоты ω_0, при которой длина волны Рэлея на гладкой поверхности равна периоду неровности: $|\Delta\omega|=|\omega-\omega_0|\sim\varepsilon^2\omega_0$, $|\delta|\sim\varepsilon^2Q$. В (5) $D_n=(q_n^2+s_n^2)^2-4q_n^2s_np_n$, $C_1\div C_4$ — константы, зависящие только от коэффициента Пуассона и, вообще говоря, от формы трапеции (параметра α, но не ε). Таким образом, уравнения связанных волн имеют тот же вид, что и в случае синусоидально неровной поверхности. При этом константы

$$C_2=(k_ts+k_lp)/Q^2, \quad C_4=(k_ts-k_l/p)/Q^2 \tag{6}$$

(где $s=\sqrt{Q^2-k_t^2}$, $p=\sqrt{Q^2-k_l^2}$) не зависят от формы трапеции и совпадают с соответствующими константами для случая синусоидальной поверхности [17]. На фиг. 2 показаны зависимости этих констант, а также величины $A=-D'|_{q=Q}/k_t^3$, используемой ниже, от коэффициента Пуассона. Остальные константы выражаются в виде сумм бесконечных рядов, члены которых сложным образом зависят от параметра α и коэффициента Пуассона σ. Ввиду громоздкости этих выражений мы их не приводим. При форме трапеции, не слишком близкой к прямоугольной, ряды быстро сходятся (как $\sum n^{-3}$), однако при приближении формы к прямоугольной ($\alpha\to0$) ряды начинают медленно расходиться (как $\sum n^{-1}$). Это указывает на неприменимость результатов в случае, когда не выполняется исходное условие $\zeta'\ll1$. Зависимости констант C_1 и C_3 от параметра α для нескольких значений коэффициента Пуассона, рассчитанные на ЭВМ, приведены на фиг. 3, 4. Видно, что взаимосвязь прямой ($n=1$) и обратной ($n=-1$) волн сильно зависит от формы канавок. Дисперсионное уравнение, получающееся из уравнений (5), имеет вид

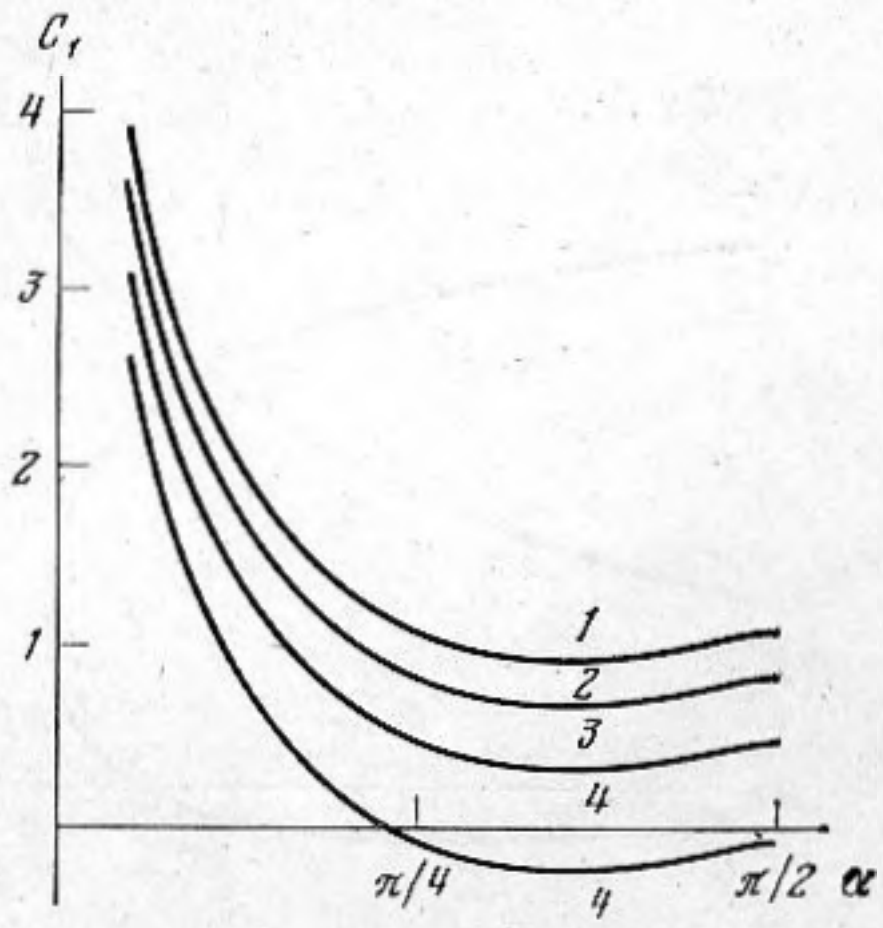
$$\delta=A^{-1}\varepsilon^2k_t\sqrt{(\Omega+C_1+iC_2)^2-(C_3+iC_4)^2}, \tag{7}$$

где $A=-D'_{q=Q}/k_t^3$, $\Omega=A\Delta\omega/\varepsilon^2k_tv_R$, ($\Delta\omega=\omega-\omega_0$, v_R — скорость волны Рэлея). Отсюда видно, что коэффициент затухания волны $\operatorname{Im}\delta$ также существенно зависит от формы неровности (фиг. 5). Причем оказывается, что вторичные эффекты играют наименьшую роль в случае поверхности с канавками, близкими по форме к симметричным треугольникам. Коэффи-

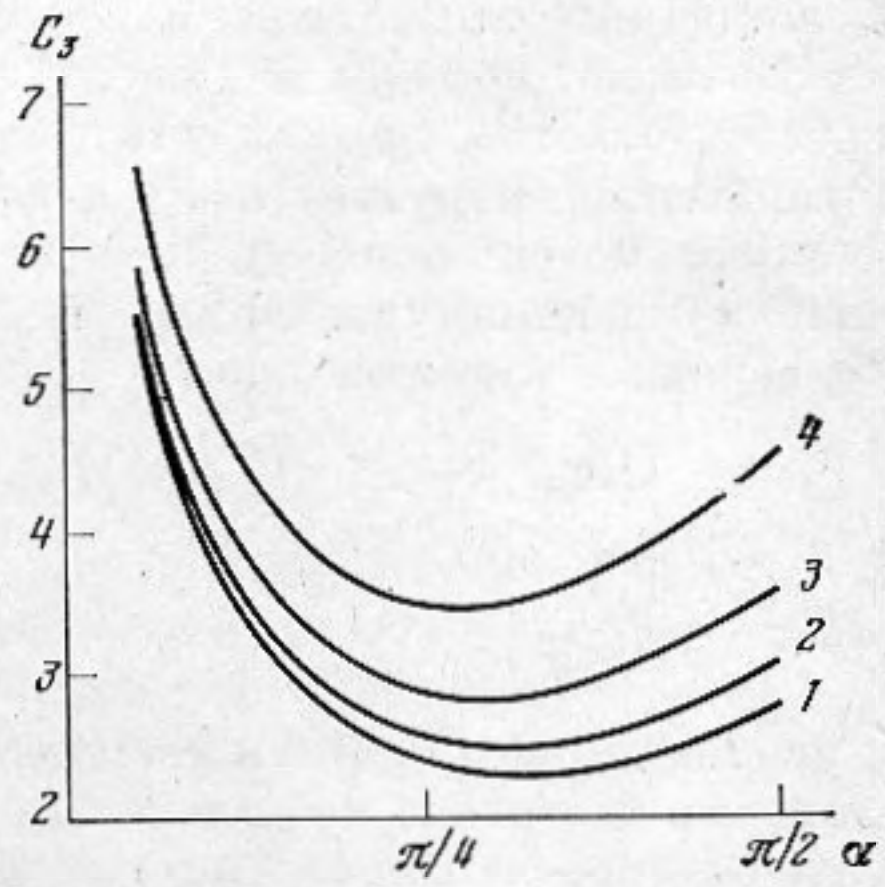
циент отражения волны от полубесконечной структуры

$$R_\infty = \frac{\varphi_{-1}}{\varphi_{+1}} = \frac{C_3 + iC_4}{\sqrt{(\Omega + C_1 + iC_2)^2 - (C_3 + iC_4)^2} + \Omega + C_1 + iC_2} \tag{8}$$

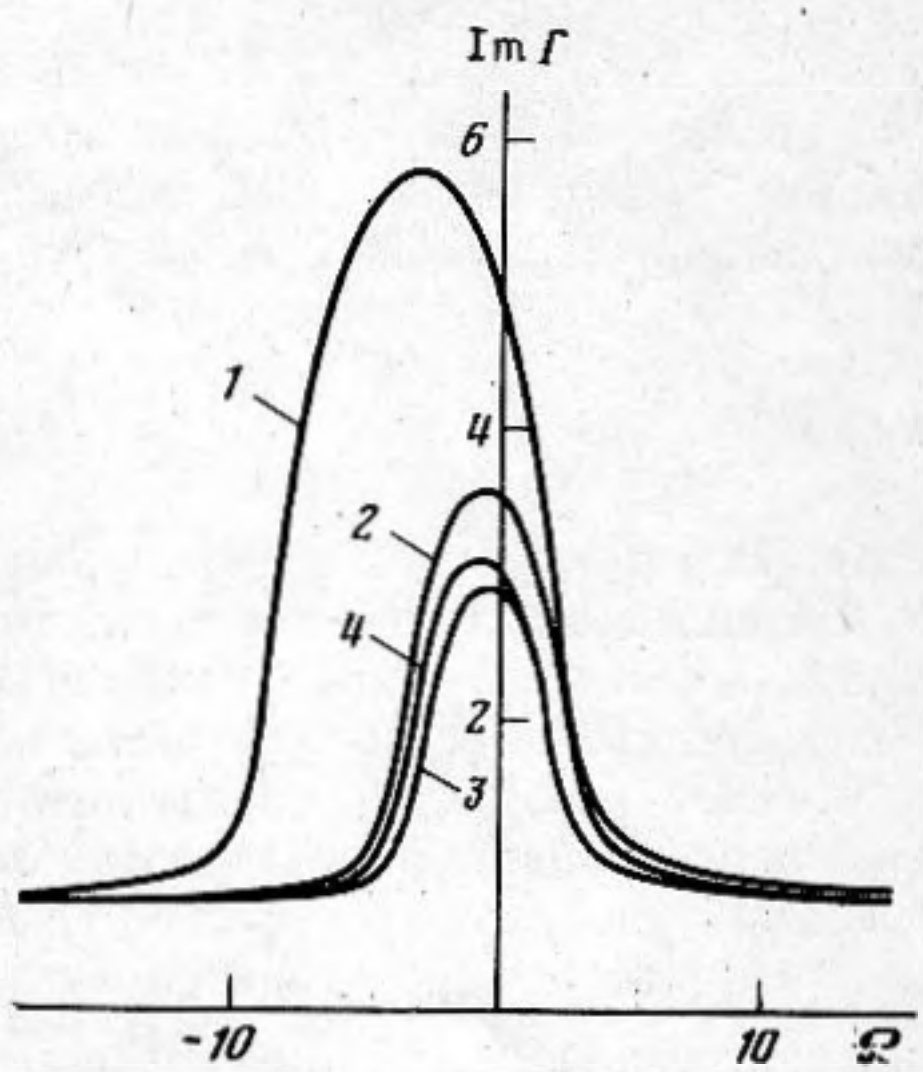
также существенно зависит от формы неровности (фиг. 6). Наименьшее отражение имеется также в случае почти треугольных канавок, что качественно согласуется с результатами работы [12]. По мере же приближения профиля трапеции к прямоугольному коэффициент отражения возрастает.



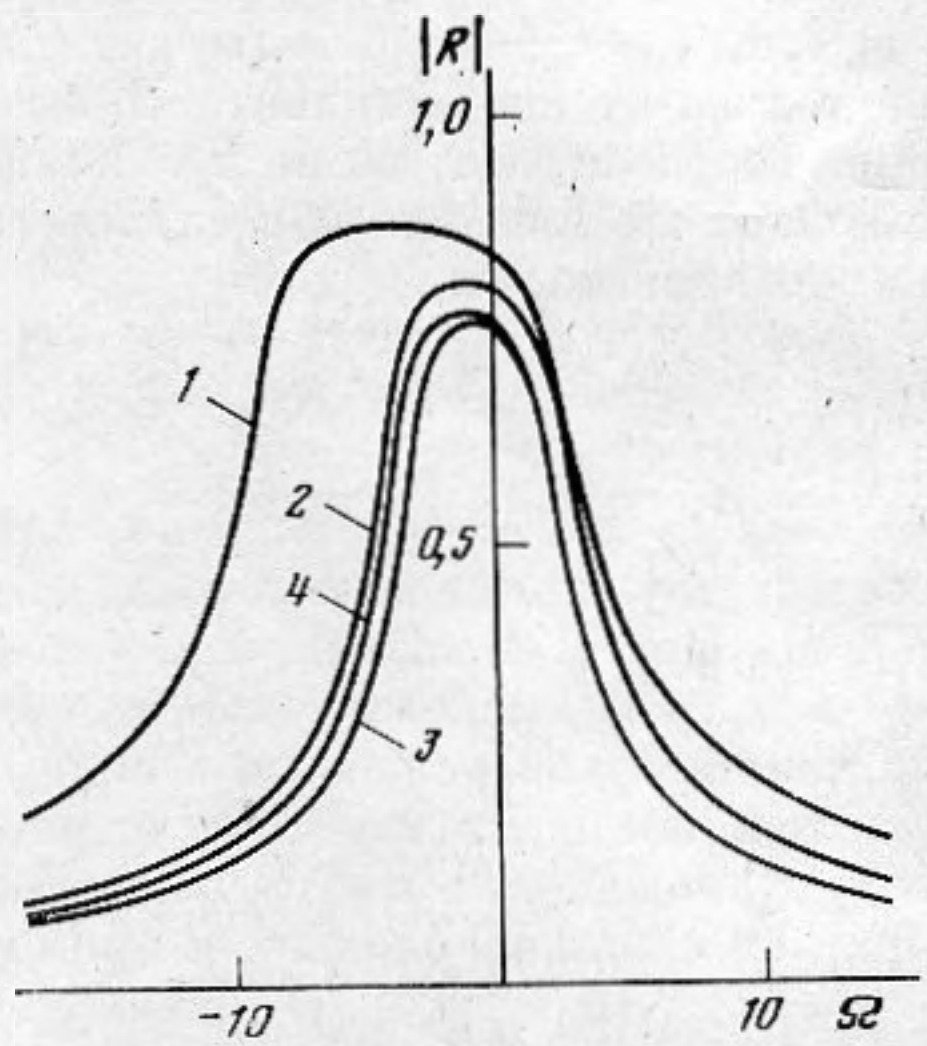
Фиг. 3. Константа C_1. Коэффициент Пуассона σ равен 0,01 (кривая *1*), 0,17 (*2*), 0,33 (*3*), 0,49 (*4*)



Фиг. 4. Константа C_3. Коэффициент Пуассона σ равен 0,01 (кривая *1*), 0,17 (*2*), 0,33 (*3*), 0,49 (*4*)



Фиг. 5. Мнимая часть величины $\Gamma = A\delta/\varepsilon^2 k_t$ как функция расстройки. Параметр α равен 0,16 (кривая *1*), 0,63 (*2*), 1,1 (*3*), 1,57 (*4*)



Фиг. 6. Модуль амплитудного коэффициента отражения волны от полубесконечной структуры. Параметр α равен 0,16 (кривая *1*), 0,63 (*2*), 1,1 (*3*), 1,57 (*4*)

Полученное дисперсионное уравнение (7) и уравнения связанных мод (5) позволяют рассчитать эффективность преобразования поверхностных волн в объемные и обратно, а также решить ряд других задач, в которых существенно рассеяние волны Рэлея на решетке с периодом, совпадающим с длиной волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бреховских Л. Н.* О распространении поверхностных рэлеевских волн вдоль неровной границы упругого тела.– Акуст. ж., 1959, т. 5, № 3, с. 282–289.

2. *Rønnekleiv A., Souquet J.* Surface wave to bulk wave scattering from grooves, 1975. Ultrasonics Symposium Proc., IEEE Cat. 75 CHO 994–450, 1975, P. 434–437.
3. *Белл, Ли.* Резонаторы на поверхностных акустических волнах.– ТИИЭР, 1976, т. 64, № 5, с. 171–183.
4. *Tuan H. S., Parekh J. P.* Theory for SAW grooved reflector arrays.– IEEE trans. SV, 1977, v. 24, № 6, p. 384–392.
5. *Haus H. A.* Bulk scattering loss of SAW grating cascades.– IEEE trans. SV, 1977, v. 24, № 3, p. 259–267.
6. *Seshadri S. R.* Effect of periodic surface corrugation of the propagation of Raleigh waves.– J. Acoust. Soc. Amer., 1979, v. 65, № 3, p. 687–694.
7. *Лапин А. Д.* Отражение рэлеевской волны от периодических неровностей поверхности при наклонном падении.– Акуст. ж., 1979, т. 25, № 5, с. 766–770.
8. *Лапин А. Д.* Влияние формы зубцов отражательной решетки для рэлеевских волн на ее резонансные свойства.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 1, с. 104–111.
9. *Григорьевский В. И., Плесский В. П.* Брэгговское отражение рэлеевской волны от периодически неровного участка поверхности упругого тела при наклонном падении волны.– Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 22, с. 1398–1400.
10. *Humphreys R. F., Ash E. A.* Acoustic bulk-surface wave transducer.– Electron. Lett., 1969, v. 5, № 9, p. 175–176.
11. *Ахромеева И. Д., Крылов В. В.* Преобразование волн Рэлея в объемные на локальных дефектах поверхности.– Акуст. ж., 1977, т. 23, № 4, с. 510–516.
12. *Yamanishi M., Kawamura T., Tsubouchi K., Mikoshiba N.* (Invited). GaAs acoustic distributed feedback lasers, Japan.– J. Appl. Phys., 1979, v. 18, Suppl. 18–1, p. 355–364.
13. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Взаимное преобразование объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности упругого тела (обзор).– Радиотехника и электроника, 1980, т. 25, № 8, с. 1569–1587.
14. *Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П.* Отражение поверхностных акустических волн от конечной системы периодических возмущений.– Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 5, с. 272–278.
15. *Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П.* Взаимное преобразование сдвиговых объемных и поверхностных волн на периодически возмущенной поверхности твердого тела.– Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 29, № 9, с. 563–566.
16. *Гуляев Ю. В., Курач Т. Н., Плесский В. П.* Теория возбуждения и приема волн Лява при помощи структурного преобразователя.– Акуст. ж., 1980, т. 26, № 4, с. 540–550.
17. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Затухание поверхностной акустической волны Рэлея при распространении вдоль периодически возмущенной границы твердого тела.– Физ. тв. тела, 1979, т. 21, № 11, с. 3479–3481.

Институт радиотехники и
электроники
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
24.II.1981