АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 3

УДК 534.24

ИЗЛУЧЕНИЕ РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН ТОНКОПЛЕНОЧНЫМ ВОЛНОВОДОМ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН ЛЯВА

Бирюков С. В.

Рассмотрено распространение в тонкопленочных волноводах различной формы волны Лява, фазовая скорость которой превосходит скорость волны Рэлея в подложке. Показано, что волноводная мода распространяется с затуханием, обусловленным излучением волн Рэлея.

Использование тонких пленок в качестве волноводов поверхностных акустических волн на плоской границе твердого тела позволяет изменять направление распространения волн и препятствовать дифракционному расхождению их пучков, что расширяет функциональные возможности устройств обработки сигналов на поверхностных волнах (см. обзор [1]).

В настоящей работе рассматривается не исследовавшийся ранее случай распространения в тонкопленочном волноводе основной (антисимметричной) моды Лява с фазовой скоростью, превосходящей скорость волны Рэлея в подложке. При этом происходит излучение рэлеевских волн в стороны от волновода, что в свою очередь приводит к затуханию волноводной моды.

Для анализа используем аналитический метод, развитый в работе [2]. В этой работе с помощью метода возмущений получены дисперсионное уравнение для определения волновых чисел основной моды Лява в тонкопленочном волноводе произвольной формы и выражения для компонент упругих смещений. Хотя все конкретные расчеты [2] проведены для действительных волновых чисел (распространение без затухания), теоретические выкладки справедливы и для комплексных волновых чисел (распространение с затуханием) и требуют лишь некоторого уточнения.

Выберем декартову систему координат xyz и рассмотрим тонкий бесконечно длинный слой вещества с осью вдоль оси y, нанесенный на плоскую поверхность изотропной подложки, занимающей полупространство $z\leqslant 0$. Форма поверхности слоя описывается уравнением $z=Hf(x)$, где H — максимальная высота слоя, малая по сравнению с длиной волны в волноводе λ. Допустим также, что форма волновода достаточно пологая и плоская, т. е. $|Hdf/dx|\ll 1$ и фактор формы $G=a/H\gg 1$, где a — характерная полуширина волновода.

При этих предположениях в работе [2] для поперечной компоненты упругих смещений на поверхности подложки $u_x(x, y)$ в основной моде Лява получено следующее выражение:

$$u_x(x,y)=u_x(0,0)\,\frac{H}{rc^2}\,e^{ipy}\int A(p,s)\,e^{isx}ds, \tag{1}$$

где r соотношение плотностей подложки и слоя, c — отношение скоростей поперечных объемных волн в подложке c_t и в слое c_t' и

$$A(p,s)=F(-s)\,\frac{(s^2+k_t'^2-p^2)D_1+s^2k_t^2\beta_1^2}{\beta_1 D(s^2+p^2)}. \tag{2}$$

Зависимость от времени в (1) дается множителем $\exp(-i\omega t)$ и всюду опущена. В последнем выражении $k_t=\omega/c_t$, $k_t'=\omega/c_t'$,

$$D(s^2+p^2)=(2s^2+2p^2-k_t^2)^2-4(s^2+p^2)\beta_1\beta_2,$$

$$D_1=(2p^2-k_t^2)^2-4p^2\beta_1\beta_2+s^2(4p^2-k_t^2),$$

$$\beta_1=(s^2+p^2-k_t^2)^{1/2},\ \beta_2=(s^2+p^2-\alpha^2k_t^2)^{1/2},$$

$$\alpha=c_t/c_l,$$

c_l — скорость продольных объемных волн в подложке и, наконец,

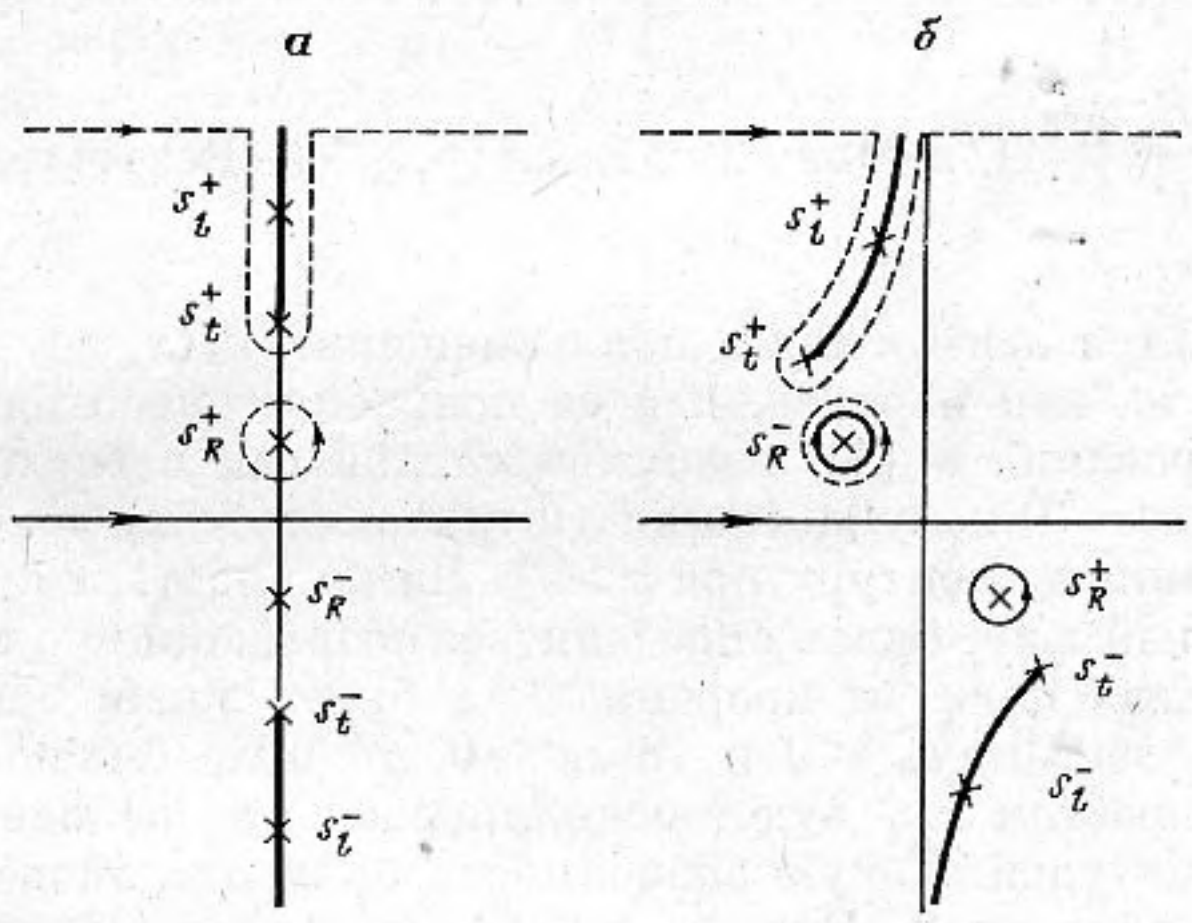
$$F(-s)={}^1/_2\pi\int\limits_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-isx}dx.$$

Компоненты упругих смещений по другим координатам приведены в работе [2].

Волновое число p распространяющейся моды должно удовлетворять дисперсионному уравнению

$$1-\frac{H}{rc^2}\int A(p,s)\,ds=0. \tag{3}$$

Если фазовая скорость волноводной моды не превосходит скорости волны Рэлея в подложке, т. е. волновое число p действительно и имеет



Фиг. 1. Контуры интегрирования в комплексной плоскости s: a – распространение без затухания, $б$ – распространение с затуханием

место $p>k$, где k — волновое число рэлеевской волны ($D(k^2)=0$), то интегрирование в (1) и (3) распространяется по действительной оси от $-\infty$ до $+\infty$.

Функция $A(p, s)$, рассматриваемая как функция комплексного переменного s, имеет точки ветвления $s_t^{\pm}=\pm i(p^2-k_t^2)^{1/2}$ и $s_l^{\pm}=\pm i(p^2-\alpha^2k_t^2)^{1/2}$, удовлетворяющие равенствам $\beta_{1,2}=0$ и полюса $s_R^{\pm}=\pm i(p^2-k^2)^{1/2}$, обращающие в нуль выражение для D в (2). В случае действительных $p>k$ все особые точки лежат на мнимой оси в плоскости комплексного переменного s (фиг. 1, a). Линии разрезов в этой плоскости проходят вдоль мнимой оси от точек s_t^+ и s_t^- в точки $+i\infty$ и $-i\infty$ соответственно. Значения ветвей радикалов β_1 и β_2 выбраны так, чтобы они были действительны и положительны при действительном s.

Чтобы получить асимптотику поля смещений $u_x(x, y)$ при больших значениях $|x|$, необходимо контур интегрирования в (1) сместить с действительной оси в верхнюю полуплоскость при $x>0$ или в нижнюю — при $x<0$ (штриховая линия на фиг. 1, a соответствует контуру при $x>0$). Нетрудно видеть, что поле смещений в дальней зоне будет определяться вычетами подынтегрального выражения в точках полюсов и иметь следующую зависимость от координат:

$$u_x(x,y)=\pm 2\pi i u_x(0,0)\frac{H}{rc^2}\operatorname{Res}A(p,s_R^{\pm})\exp(ipy+is_R^{\pm}x). \tag{4}$$

Верхний и нижний знаки в (4) соответствуют $x>0$ и $x<0$. Поскольку полюса $s_R^{\pm}$ в случае $p>k$ чисто мнимые, причем $\operatorname{Im} s_R^{+}>0$, а $\operatorname{Im} s_R^{-}<0$, то поле будет экспоненциально спадать с ростом $|x|$.

Посмотрим теперь, что происходит с особыми точками функции $A(p, s)$, если фазовая скорость канализируемой моды становится больше скорости волны Рэлея. В этом случае волновое число p становится комплексным $p=p'+ip''$, причем должны выполняться условия $p'<k$ и $p''>0$ (последнее условие означает затухание волны при распространении). Если $p\to k$ при $p'>k$ и $p''=0$, то все особые точки смещаются по мнимой оси к началу координат. При $p=k$ полюса $s_R^{\pm}$ в начале координат сливаются. Далее при $p'<k$ волновое число p становится комплексным с положительной мнимой частью. Это приводит к смещению точек ветвления $\overset{+}{s}_{i,t}$ влево и $\overset{-}{s}_{i,t}$ вправо от мнимой оси (фиг. 1, *б*). Что же касается полюсов, то они пересекают действительную ось в начале координат и смещаются с мнимой оси, как это показано на фиг. 1, *б*. В этом случае контур интегрирования в выражениях (1) и (3) должен включать помимо действительной оси еще и замкнутые контуры вокруг полюсов $s_R^{\pm}$ с направлениями интегрирования, показанными на фиг. 1, *б* сплошной линией. Таким образом, дисперсионное уравнение (3) можно тогда переписать в виде

$$1-\frac{H}{rc^2}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}A(p,s)\,ds+2\pi i\left[\operatorname{Res}A(p,s_R^{+})-\operatorname{Res}A(p,s_R^{-})\right]\right\}=0.$$

Что же касается асимптотики поля смещений $u_x(x, y)$ при больших значениях $|x|$, то, как и ранее, для ее получения необходимо сместить контур интегрирования в (1) с действительной оси в верхнюю при $x>0$ или нижнюю при $x<0$ полуплоскости (штриховая линия на фиг. 1, *б* соответствует смещенному контуру при $x>0$). Легко видеть, что и в этом случае поле в дальней зоне будет определяться выражением (4). Однако характер зависимости поля от координаты x будет иным. Действительно, поскольку $\operatorname{Re} s_R^{\pm}\neq 0$, $\operatorname{Im} s_R^{+}<0$ и $\operatorname{Im} s_R^{-}>0$, то поле смещений при фиксированном y с ростом $|x|$ будет осциллировать с экспоненциально нарастающей амплитудой. Такую зависимость поля от поперечной координаты нетрудно объяснить. Поскольку в выражении (4) $p^2+s_R^{\pm 2}=k^2$, то поле в дальней зоне представляет собой рэлеевскую волну. Как показывают конкретные расчеты, приведенные ниже, всегда имеет место неравенство $p'p''\ll k^2-p'^2$. Это означает, что $|\operatorname{Im} s_R^{\pm}|\ll|\operatorname{Re} s_R^{\pm}|$. Поэтому можно утверждать, что рэлеевская волна в дальней зоне является слабо неоднородной, распространяющейся в обе стороны от волновода под углом к его оси

$$\delta=\operatorname{arctg}\frac{|\operatorname{Re} s_R^{\pm}|}{p'}\approx\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{k^2}{p'^2}-1}.$$

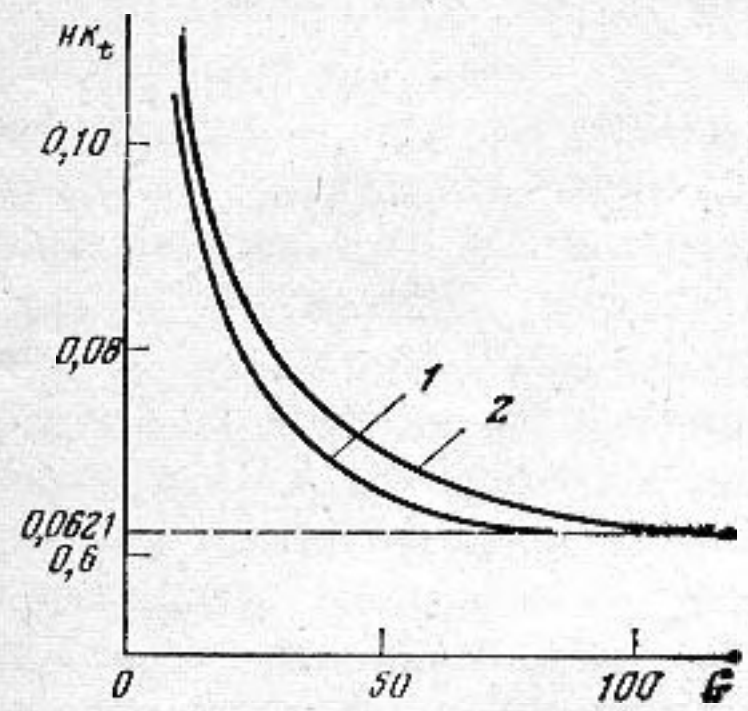
Поскольку всегда $p'\geqslant k_t$, то из последней формулы нетрудно видеть, что $0\leqslant\delta\leqslant\delta_m$, где $\delta_m=\operatorname{arctg}(k^2/k_t^2-1)^{1/2}$. В случае подложки из расплавленного кварца $\delta_m\approx 25°$.

Таким образом, при распространении основной моды Лява в тонкопленочном волноводе с фазовой скоростью, превышающей скорость волны Рэлея в подложке, происходит излучение рэлеевских волн под острым углом к оси волновода, что в свою очередь приводит к затуханию распространяющейся моды. Это означает, что при фиксированном y, чем дальше точка наблюдения отстоит от оси волновода, тем больше в ней поле смещений, поскольку в эту точку приходят рэлеевские волны, излученные более ранними участками волновода, где амплитуда распространяющейся моды больше.

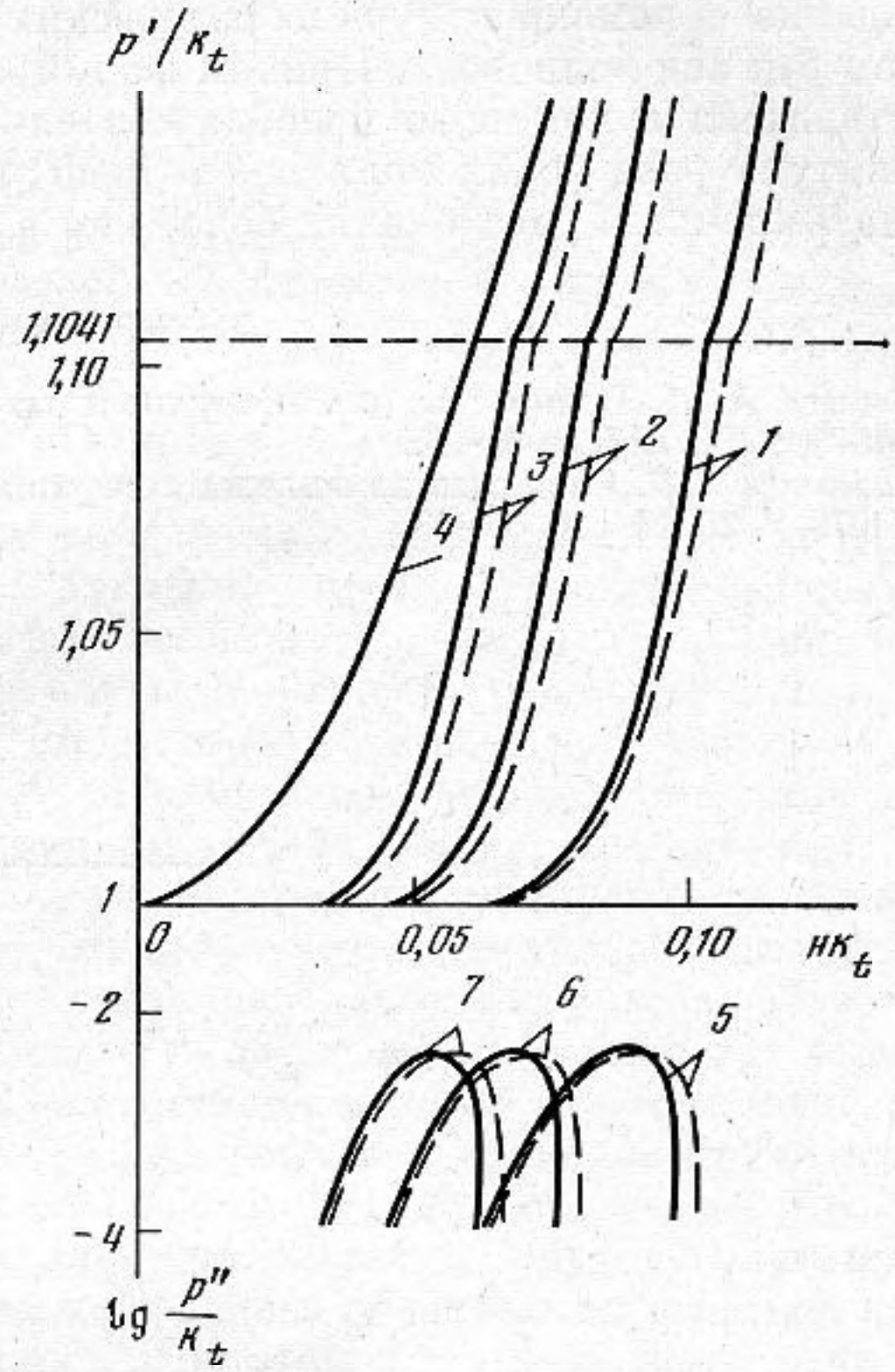
Рассмотрим теперь конкретные волноводные структуры. В качестве примеров выбраны две формы волноводов: плоский волновод, имеющий в поперечном сечении форму равнобедренной трапеции с полусуммой осно-

ваний $2a$ и углом при нижнем основании γ, и волновод с формой поверхности в виде гауссовой кривой с $f(x)=\exp(-\pi x^2/4a^2)$. В обоих случаях площадь поперечного сечения волновода равна $2aH$. В качестве материалов слоя и подложки выбраны золото и плавленый кварц.

На фиг. 2 показана в безразмерных единицах зависимость критической частоты (т. е. частоты, при которой появляется затухание) от фактора формы волноводов G. Кривые получены численным решением (методом итераций) дисперсионного уравнения (3) относительно величины Hk_t при $p=k$. С увеличением G кривые асимптотически стремятся к частоте, при которой скорость волны Лява в бесконечном слое сравнивается со скоростью волны Рэлея в подложке. При расчетах в случае плоского волновода бралось значение $\operatorname{tg}\gamma=0{,}2$. Следует при этом отметить, что хотя теория развивалась в предположении пологости формы волновода ($\operatorname{tg}\gamma\ll 1$),



Фиг. 2



Фиг. 3

Фиг 2. Зависимость критической частоты от размеров волновода. *1* – волновод с плоским покрытием, *2* – волновод с покрытием в форме гауссовой кривой

Фиг. 3. Дисперсионные кривые основной моды Лява в волноводах с плоским покрытием (сплошная линия) и с покрытием в форме гауссовой кривой (штриховая)

но формально все выше приведенные выражения не теряют смысла даже при $\operatorname{tg}\gamma=\infty$. Причем расчеты показывают, что если $\operatorname{tg}\gamma>1/G$, то величина γ практически не влияет на значения корней дисперсионного уравнения.

Частотная зависимость комплексного волнового числа основной моды Лява в рассматриваемых типах волноводов изображена на фиг. 3. Кривые *1* и *5* соответствуют $G=10$, кривые *2* и *6* – $G=20$, кривые *3* и *7* – $G=40$ и кривая *4* – $G=\infty$. Кривые частотной зависимости действительной части волнового числа с уменьшением частоты при переходе через ее критическое значение (соответствующее $p=k$) претерпевают излом и стремятся далее асимптотически к величине k_t – волновому числу объемных поперечных волн в подложке. Мнимая же часть волнового числа быстро уменьшается как при стремлении частоты к нулю, так и при ее увеличении до критической. Имеет место максимум величины затухания, причем в точках максимума отношение $p''/p'\approx 0{,}004$. Поскольку, как видно из (4), на расстоянии, равном длине волны, амплитуда распространяющейся моды уменьшается в $\exp(2\pi p''/p')$ раз, то в точках максимума затухания амплитуда волны ослабнет в e раз на расстоянии, равном примерно

40 длинам волн. Таким образом, затухание волны достаточно велико и его необходимо учитывать при практических расчетах волноводных структур.

В заключение отметим один из главных недостатков тонкопленочных волноводов в реальных устройствах — их низкую эффективность возбуждения [1]. Это обусловлено тем, что ширина волноводов, как правило, сравнима с длиной волны, а апертура возбуждающих преобразователей имеет размеры порядка нескольких десятков длин волн. В рассмотренных же выше случаях волноводов с излучением, очевидно, возможно их возбуждение с помощью пучков рэлеевских волн, распространяющихся под углом δ к оси волновода. Причем формирование таких пучков может осуществляться с помощью преобразователей обычной апертуры, поскольку амплитуда рэлеевских волн вдоль оси волновода должна заметно нарастать лишь на расстояниях более чем в 40 длин волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Олинер А. А.* Волноводы для поверхностных акустических волн. Обзор.– ТИИЭР, 1976, т. 64, № 5, с. 51–65.
2. *Бирюков С. В.* Слоистые волноводы поверхностных акустических волн.– Акуст. ж., 1979, т. 25, № 1, с. 36–43.

Поступила в редакцию
25.III.1981