АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 3

УДК 534.833

ОБ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВИБРОПОГЛОЩАЮЩИХ ПОКРЫТИЙ, НАНОСИМЫХ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Канаев Б. А., Тартаковский Б. Д.

Рассмотрена зависимость эффективности вибропоглощающего покрытия, наносимого на конечную круговую цилиндрическую оболочку, от относительного изменения коэффициента потерь, массы, и жесткости оболочки, обусловленного покрытием, в различных частотных диапазонах и режимах возбуждения колебаний.

Вибрации цилиндрических оболочек, обусловленные пульсацией потока жидкости или газа, а также работой механизмов (насосов, компрессоров, вентиляторов), являются причиной повышенной шумности и преждевременного разрушения установок.

Одним из эффективных средств борьбы с вибрациями упругих цилиндрических оболочек являются вибропоглощающие покрытия. Нанесение покрытий приводит к изменению коэффициента потерь, массы и жесткости, что в свою очередь ведет к снижению вибрации и обусловленного ей шума. Эффективность покрытия зависит от относительного изменения динамических параметров структуры, причем степень этой зависимости определяется типом колебания и условиями возбуждения колебаний [1, 2].

Ниже рассматривается эффективность покрытия, наносимого на круговую цилиндрическую оболочку. Вибрации оболочки возбуждаются точечным источником, действие которого направлено по радиусу окружности оболочки.

Будем оценивать эффективность покрытия величиной уменьшения уровня среднего по поверхности оболочки квадрата колебательной скорости

$$\langle V^2\rangle = \int\limits_S mV^2 ds \Big/ \int\limits_S m ds,$$

где $m=\rho h$ — масса единицы поверхности, ρ — плотность, h — толщина, S — площадь поверхности оболочки $V^2=V_a^2+V_t^2+V_r^2$, V_a, V_t и V_r — аксиальная, тангенциальная и радиальная составляющие скорости в данной точке оболочки. В этом случае эффективность покрытия [2] будет

$$\text{ВП}=10\lg\frac{\langle V_0^2\rangle}{\langle V^2\rangle}=10\lg\frac{m\eta}{m_0\eta_0}+10\lg\frac{\varphi(Z_{\text{и}},Z_{\text{в}0})f_\nu}{\varphi(Z_{\text{и}},Z_{\text{в}})f_{\nu 0}} \tag{1}$$

при гармоническом возбуждении и

$$\text{ВП}_{\Delta f}=10\lg\frac{\langle V_0^2\rangle_{\Delta f}}{\langle V^2\rangle_{\Delta f}}=10\lg\frac{m\eta}{m_0\eta_0}+10\lg\frac{\Phi(G,Z_{\text{и}},Z_{\text{в}0})}{\Phi(G,Z_{\text{и}},Z_{\text{в}})} \tag{2}$$

при возбуждении колебаний сигналом, имеющим в полосе частот Δf спектральную плотность мощности $G(f)$. Здесь

$$\varphi(Z_{\text{и}},Z_{\text{в}})=\frac{\operatorname{Re} Z_{\text{в}}}{|Z_{\text{и}}+Z_{\text{в}}|^2},\quad \Phi(G,Z_{\text{и}},Z_{\text{в}})=$$

$$=\int\limits_{\Delta f}\frac{G(f)}{f}\varphi(Z_{\text{и}}Z_{\text{в}})df,\quad \eta=\frac{\sum\limits_\nu \eta_\nu W_\nu}{\sum\limits_\nu W_\nu},$$

η_ν, W_ν и f_ν — коэффициент потерь, энергия и собственная частота ν-й моды колебаний, $Z_и$ и $Z_в$ — импеданс источника и входной импеданс оболочки; суммирование призводится по модам, попадающим в полосу частот Δf. Параметры с индексом «0» относятся к оболочке без покрытия, без индекса — к оболочке с покрытием.

Предположим, что вибрация оболочки с покрытием описываются уравнениями движения оболочки без покрытия, а эффект покрытия сводится к изменению коэффициентов этих уравнений, обусловленному изменением динамических параметров оболочки. Тогда из выражений (1)—(2) следует, что эффективность покрытия может быть рассчитана, если известна зависимость собственных частот f_ν и входного импеданса $Z_в$ от динамических параметров исходной оболочки и имеется возможность рассчитать измененные значения динамических параметров оболочки после нанесения покрытия.

Расчету жесткости и коэффициента потерь цилиндрической оболочки с нанесенными на нее покрытиями некоторых типов посвящен ряд работ (например, работы [6, 7] для однослойного покрытия); в настоящей работе рассматривается влияние изменения каждого из динамических параметров на эффективность снижения средней скорости колебаний оболочки.

Входной импеданс цилиндрической оболочки радиуса r и длины l, возбуждаемой силой на резонансной частоте $f_\nu=\omega_\nu/2\pi$, равен [9]

$$Z_в=R_\nu=\varkappa_\nu\omega_\nu mS\eta, \tag{3}$$

где $\varkappa_\nu=\langle\psi_\nu^2\rangle/\psi_\nu^2(F)$, $\langle\psi_\nu^2\rangle=\frac{S}{4}\left[\left(\frac{V_t}{V_r}\right)^2+\left(\frac{V_a}{V_r}\right)^2+1\right]$ — средний по поверхности квадрат собственной функции и $\psi_\nu^2(F)$ — квадрат собственной функции в точке возбуждения.

Примем, что на антирезонансных частотах входной импеданс равен

$$Z_в=|Z_x|^2/R_\nu, \tag{4}$$

где Z_x — характеристический импеданс оболочки по отношению к точечной поперечной силе. Соотношение (4) определяет импеданс на антирезонансах одномерных структур. Для двухмерных структур (пластины, оболочки) значения импеданса, определенные соотношением (4), могут отличаться от истинных. Однако это отличие может быть существенным лишь для отдельных антирезонансов в области низких частот. С ростом частоты характеристический импеданс таких структур в среднем близок к среднему геометрическому между максимумами и минимумами входного импеданса [3, 5], и соотношение (4) может быть использовано для приближенной оценки импеданса на антирезонансах оболочки.

При возбуждении колебаний в режиме постоянства скорости в точке возбуждения выражения (3) и (4) меняются местами.

Собственные частоты оболочки равны [4]

$$\omega_\nu^2=[B_п\alpha(p, n)+B_и\beta(p, n)]/m=B_{ип}/m, \tag{5}$$

где $B_{ип}=B_п\alpha(p, n)+B_и\beta(p, n)$ — эффективная жесткость оболочки на ν-й моде, $B_п=Eh/(1-\sigma_1^2)$ и $B_и=Eh^3/12(1-\sigma_1^2)$ — продольная и изгибная жесткость эквивалентной пластины (толщина которой равна толщине оболочки h), σ_1 — коэффициент Пуассона; $\alpha(p, n)=(1-\sigma_1^2)\sigma^4/(\sigma^2+n^2)^2r^2$,

$$\sigma=p\pi r/l,\quad \beta(p,n)=\frac{(\sigma^2+n^2)^2-\frac{1}{2}[n^2(4-\sigma_1)-2-\sigma_1]}{r^4(1-\sigma_1)}$$

$n=0, 1, 2, \ldots$ — число волн на длине окружности, $p=1, 2, \ldots$ — число полуволн, укладывающихся вдоль оси оболочки.

Импеданс Z_x оболочки целесообразно рассматривать в трех характерных диапазонах: $\omega<\omega_2$, $\omega_2<\omega<\omega_0$ и $\omega>\omega_0$ здесь $\omega_2=c_и/r$, $\omega_0=c_п/r$, $c_и$ и $c_п$ — скорости распространения изгибных и продольных колебаний в эквивалентной пластине.

В диапазоне $\omega<\omega_2$ колебания оболочки определяются модами колебаний, соответствующими $n=1$. Если, кроме того, выполняется условие $p^2\ll(l/\pi r)^2$ [1], то оболочка ведет себя как изгибно колеблющийся стержень длины l с погонной массой $m_c=2\pi r\rho h$ и изгибной жесткостью $B_c=\pi Ehr^3$. Характеристический импеданс в этом диапазоне

$$Z_x=2m_c c_c(1-i), \tag{6}$$

где $c_c=\sqrt{\omega}\sqrt[4]{B_c m_c}$ — скорость изгибных волн в эквивалентном стержне, $i=\sqrt{-1}$.

Таблица 1

Область частот		Режим возбуждения	P	M	N	L	K
Резонанс	$\omega<\omega_2$	F	20	10	0	0	10
		V	20	0	0	0	0
	$\omega_2<\omega<\omega_0$		20	0	10	5	15
	$\omega>\omega_0$		20	0	10	0	10
Антирезонанс	$\omega<\omega_2$		0	10	0	10	0
	$\omega_2<\omega<\omega_0$	F	0	10	10	5	−5
	$\omega>\omega_0$		0	10	10	0	0
		V	0	0	0	0	0
Полоса частот	$\omega<\omega_2$	F	10	17,5	0	2,5	0
		V	10	2,5	0	−2,5	0
бегущая волна	$\omega_2<\omega<\omega_0$	F	10	12,5	5	2,5	0
		V	10	7,5	−5	−2,5	0
	$\omega>\omega_0$	F	10	15	5	0	0
		V	10	5	−5	0	0
		ΔW	10	10	0	0	0

В диапазоне $\omega_2<\omega<\omega_0$ характеристический импеданс [5] будет

$$Z_x=\frac{1}{2}Z_p\sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}}(1-i),\quad Z_p=8\sqrt{B_{\text{и}}m}; \tag{7}$$

на высоких частотах $\omega>\omega_0$ характеристический импеданс оболочки равен входному импедансу эквивалентной пластины Z_p.

Подставляя соотношения (3)—(7) в выражения (1) и (2), можно получить зависимость эффективности от динамических параметров оболочки. Например, эффективность демпфирования резонансов оболочки при возбуждении ее в режиме заданной силы ($Z_{\text{и}}\ll Z_{\text{в}}$, $\varphi(Z_{\text{и}}, Z_{\text{в}})\cong\operatorname{Re}Z_{\text{в}}/|Z_{\text{в}}|^2$, $Z_{\text{в}}\sim\omega_\nu m\eta$, $\omega_\nu^2=B_{\text{ип}}/m$) будет

$$\text{ВП}=20\lg\frac{\eta}{\eta_0}+10\lg\frac{m}{m_0}+10\lg\frac{B_{\text{ип}}}{B_{\text{ип0}}},$$

где величины, относящиеся к исходной оболочке, обозначены, как и ранее, буквами с индексом «0», а величины, относящиеся к демпфированной оболочке,— буквами без индекса.

При гармоническом возбуждении на резонансах и антирезонансах оболочки, возбуждаемой в режиме заданной силы F и заданной скорости V, эффективность определяется соотношением

$$\text{ВП}=P\lg\frac{\eta}{\eta_0}+M\lg\frac{m}{m_0}+N\lg\frac{B_{\text{и}}}{B_{\text{и0}}}+L\lg\frac{B_{\text{п}}}{B_{\text{п0}}}+K\lg\frac{B_{\text{ип}}}{B_{\text{ип0}}}, \tag{8}$$

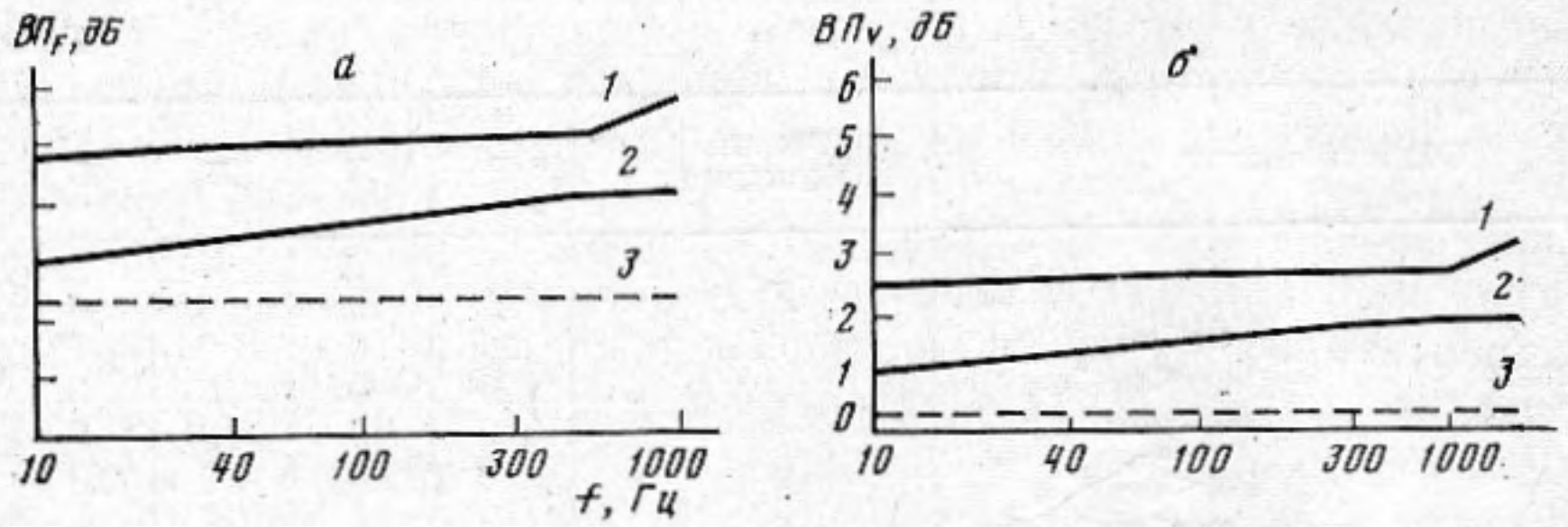
параметры P, M, N, L и K которого зависят от условий возбуждения (табл. 1).

---

[1] Отметим, что это условие эквивалентно условию $(2\pi r/\lambda)^2\ll1$, показывающему, что длина волны λ, распространяющаяся вдоль оси оболочки, должна быть значительно больше длины окружности оболочки.

Полученный результат позволяет оценить вклад каждого из динамических параметров (коэффициента потерь, массы, продольной и изгибной жесткости и их комбинации) в эффективность покрытия. Так, при возбуждении оболочки силой на резонансе основной вклад в эффективность определяется увеличением коэффициента потерь, тогда как на антирезонансе изменение коэффициента потерь несущественно, играют роль лишь изменения массы и жесткости оболочки.

В отличие от случая демпфирования колебаний стержней и пластин [1, 2] эффективность демпфирования колебаний оболочки при гармони-



Фиг. 1. Эффективность однослойного жесткого вибропоглощающего покрытия, наносимого на цилиндрическую оболочку, возбуждаемую в диапазоне $\omega<\omega_2$ в режиме заданной силы (*а*) и заданной скорости (*б*): *1* – при 10° С, *2* – при 40° С, *3* – ΔL_m

ческом возбуждении в общем случае ($K\neq0$) зависит от номера возбуждаемой моды колебаний. Эта зависимость обусловлена тем, что собственные частоты оболочки определяются не отдельно продольной или изгибной жесткостью, как в случае колебаний стержней и пластин, а эффективной жесткостью $B_{\text{эф}}$ на моде (p, n).

Если в полосу частот Δf попадает более 3÷5 собственных частот, вместо входного импеданса при расчете эффективности в полосе частот может быть использован характеристический импеданс [2, 3], определяемый в случае цилиндрической оболочки соотношениями (6), (7) [2]. Эффективность в этом случае также определяется соотношением (8) с соответствующими значениями параметров P, M, N, L и K (табл. 1).

Поскольку входной импеданс равен характеристическому импедансу в том случае, когда структура бесконечна или у нее подавлено отражение волн от границ, то коэффициенты P, M, N, L и K, полученные для конечной оболочки, возбуждаемой в полосе частот, определяют также эффективность покрытия, наносимого на достаточно протяженную часть «бесконечной» оболочки, по которой распространяется бегущая волна, или на всю конечную оболочку, для которой выполняется условие $(2\pi\eta l/\lambda)\gg1$. В этих случаях возбуждение может быть как полосовым, так и гармоническим.

Последняя строка табл. 1 соответствует значениям коэффициентов для оболочки, возбуждаемой в режиме постоянства энергии ΔW, поступающей от источника [2].

Полученные результаты могут быть использованы для расчета ожидаемой эффективности данного покрытия, а также для выбора типа и параметров покрытия, позволяющего получить в заданных условиях наибольшую эффективность. Приведем в качестве примера расчет эффективности однослойного жесткого покрытия (толщины $H=2h$), наносимого на стальную цилиндрическую оболочку, возбуждаемую в полосах частот белого шума в диапазонах $\omega<\omega_2$ и $\omega>\omega_0$.

В диапазоне $\omega<\omega_2$ оболочка колеблется как балка (мода $n=1$). Эффективность в этом случае в соответствии с формулой (8) и табл. 1 равна

$$\text{ВП}_F=10\lg\frac{\eta}{\eta_0}+17{,}5\lg\frac{m}{m_0}+2{,}5\lg\frac{B_{\text{п}}}{B_{\text{п}0}}$$

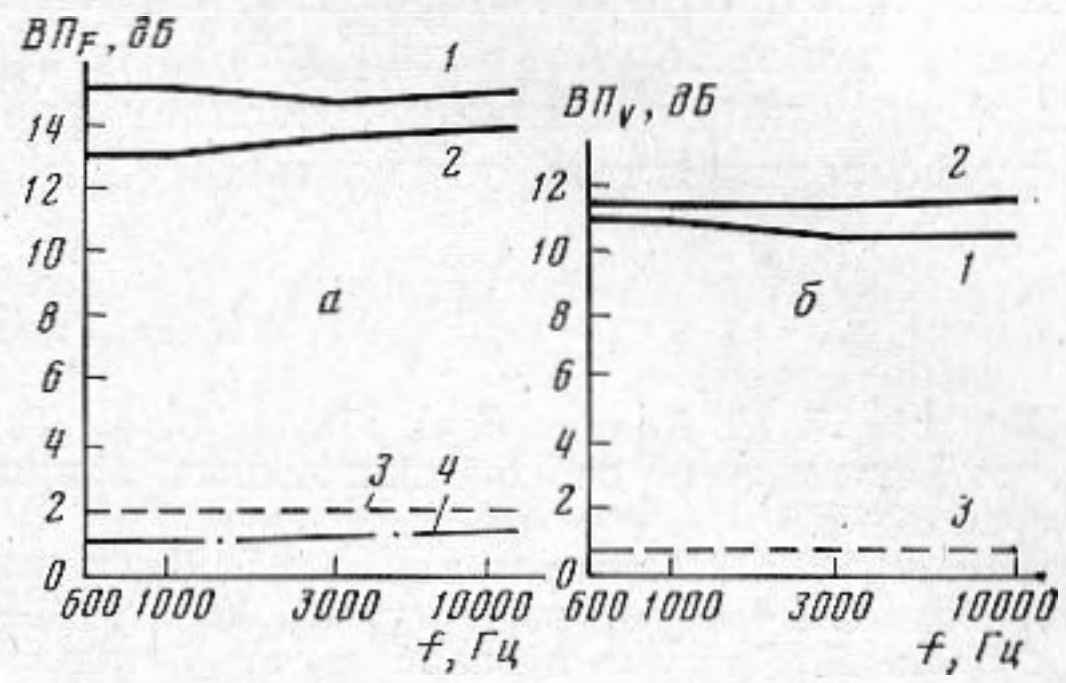
[2] При этом предполагается, что коэффициент потерь оболочки мал ($\eta^2\ll1$) и постоянен в полосе частот Δf.

при возбуждении оболочки заданной силой и

$$ВП_v = 10 \lg \frac{\eta}{\eta_0} + 2{,}5 \lg \frac{m}{m_0} - 2{,}5 \lg \frac{B_п}{B_{п0}}$$

при возбуждении оболочки в режиме заданной скорости.

Расчет коэффициента потерь моды $n=1$ колебаний оболочки с однослойным жестким покрытием приводится в работах [6, 7], масса и продольная жесткость определяются известными соотношениями. Результаты проведенного нами расчета эффективности представлены на фиг. 1 для двух значений температуры $t=10$ и 40° С; соответствующие этим температурам коэффициенты потерь и модули Юнга материала покрытия приведены в табл. 2.



Фиг. 2. Эффективность однослойного жесткого вибропоглощающего покрытия, наносимого на цилиндрическую оболочку, возбуждаемую в диапазоне $\omega > \omega_0$ в режиме заданной силы (*а*) и заданной скорости (*б*): *1* – при 10° С, *2* – при 40° С, *3* – ΔL_m, *4* – ΔL_B

Коэффициент потерь покрытия при 40° С больше, чем при 10° С. Однако эффективность покрытия при 10° С выше, чем при 40° С во всем диапазоне частот. Это объясняется тем, что коэффициент потерь оболочки с однослойным покрытием зависит не только от η_2, но и от E_2, значение которого при 10° С значительно выше, чем при 40° С.

При одинаковой температуре эффективность в режиме заданной скорости меньше, чем в режиме заданной силы. Это объясняется существенным различием вклада относительного изменения массы в общую эффективность покрытия: при возбуждении заданной силой этот вклад определяется величиной $\Delta L_m = 17{,}5 \lg (m/m_0)$, что составляет более 2 дБ (пунктир на фиг. 1, *а*), в то время как в режиме заданной скорости изменение массы добавляет к эффективности лишь величину $\Delta L_m = 2{,}5 \lg (m/m_0) \cong$ $\cong 0{,}33$ дБ (штриховая линия на фиг. 1, *б*).

Таблица 2

f, Гц	10	40	100	300	600	1000	3000	10000
				$t=10°$ С				
η_2	0,285	0,24	0,22	0,188	0,181	0,175	0,155	0,14
$E_2 \cdot 10^{-10}$, дин/см²	1,3	1,58	1,8	2,1	2,3	2,45	2,8	3,15
				$t=40°$ С				
η_2	0,95	0,91	0,82	0,72	0,66	0,61	0,53	0,45
$E_2 \cdot 10^{-10}$, дин/см²	0,08	0,13	0,18	0,26	0,31	0,34	0,44	0,57

Вклад изменения продольной жесткости в эффективность покрытия мал в обоих случаях.

В диапазоне $\omega > \omega_0$ оболочка ведет себя подобно эквивалентной пластине и эффективность покрытия равна (см. формулу (8) и табл. 1)

$$ВП_v^F = 10 \lg \frac{\eta}{\eta_0} + \frac{15}{5} \lg \frac{m}{m_0} \pm 5 \lg \frac{B_и}{B_{и0}},$$

где верхний индекс, числовой коэффициент и знак относятся к эффективности в режиме заданной силы, нижний – к эффективности в режиме заданной скорости. Коэффициент потерь и изгибная жесткость оболочки с покрытием определяются соответствующими соотношениями для эквивалентной пластины, приводимыми в работе [8].

В диапазоне частот $\omega > \omega_0$ эффективность однослойного жесткого покрытия (фиг. 2) значительно выше, чем на низких частотах $\omega < \omega_2$ (фиг. 1). Следует отметить увеличение вклада в эффективность изменения жесткости (величина $\Delta L_B = 5 \lg (B_н/B_{н0})$, штрихпунктир на фиг. 2, *а*). Суммарный вклад в ВП изменения жесткости и массы составляет более 3,5 дБ. Однако в основном эффективность определяется увеличением коэффициента потерь.

Аналогично может быть рассчитана эффективность других типов покрытия с учетом температурных, частотных и других зависимостей параметров материала и толщины слоев покрытия. Это в свою очередь делает возможным выбор покрытий, наиболее эффективных в заданных условиях их эксплуатации, а также позволяет формулировать требования к проектируемому покрытию, оптимальному в данных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Борисов Л. П., Канаев Б. А., Рыбак С. А., Тартаковский Б. Д.* О критериях оценки эффективности вибропоглощающих покрытий.– Акуст. ж., 1974, т. 20, № 3, с. 352–359.
2. *Канаев Б. А., Тартаковский Б. Д.* К оценке эффективности вибропоглощающих покрытий.– Акуст. ж., 1979 т. 25, № 2, с. 245–250.
3. *Скучик Е.* Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1971.
4. *Heckl M.* Vibration of point-driven cylindrical shells.– JASA, 1962, v. 34, № 10, p. 1553–1557.
5. *Ляпунов В. Т., Рожинова Т. Д.* Характеристический импеданс цилиндрической оболочки по отношению к точечной силе.– Акуст. ж., 1970, т. 16, № 1, с. 156–158.
6. *Kagawa Y., Krokstad A.* On the damping of cylindrical shells coated with viscoelastic materials. Reports of the 6-th Int. Cong. On acoustics. Tokyo, 1968, v. IV, G-1-8, p. 29–33.
7. *Markuŝ S.* Damping properties of layered cylindrical shells, vibrating in axiallysimmetric mocles.– J. Sound and Vib., 1976, v. 8, № 4, p. 511–524.
8. *Тартаковский Б. Д.* Изгибно-продольные колебания составных стержней, состоящих из жестких слоев.– В кн.: Вибрации и шумы. М.: Наука, 1969, с. 88–102.
9. *Palladino J. L., Neubert V. H.* Mobility of a Long Cylindrical Shell.– JASA, 1967, v. 42, № 2, p. 403–411.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5.V.1980
после исправлений
9.VI.1981