АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXVIII 1982 Вып. 3

УДК 534.26

ГЕНЕРАЦИЯ ПОВЕРХНОСТНОЙ РЭЛЕЕВСКОЙ ВОЛНЫ ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН НА НЕРОВНУЮ ГРАНИЦУ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Лапин А. Д.

Рассмотрена задача о преобразовании объемных волн в поверхностную на неровной границе твердого тела.

Известно [1], что при падении объемных звуковых волн на неровную границу твердое тело — вакуум на ней возникает поверхностная волна Рэлея. Наиболее эффективное преобразование происходит на периодических неровностях с определенным периодом. Например, при нормальном падении объемных волн период неровностей должен быть равен или близок длине поверхностной волны. Преобразование объемных волн в поверхностную рэлеевскую периодическими неровностями границы твердого тела экспериментально исследовано в работах [2—5]. Теоретическое исследование этого явления произведено лишь для нормального падения объемных волн [6, 7]. Оно выполнено в линейном приближении по амплитуде неровностей и имеет качественный характер. Согласно работам [8, 9], при строгом количественном решении задачи преобразования волн на периодических неровностях с периодом, равным или близким длине поверхностной волны, необходимо учитывать и квадратичные эффекты по амплитуде неровностей. В задаче о генерации волны Рэлея такими периодическими неровностями это приводит к громоздким математическим выкладкам и до сих пор соответственный расчет не произведен.

Представляет интерес задача о генерации поверхностной рэлеевской волны при наклонном падении объемных волн на периодически неровную границу твердого тела. При наклонном падении можно возбудить одну поверхностную волну, бегущую вправо или влево от неровного участка, в то время как при нормальном падении обязательно возбуждаются две поверхностные волны, бегущие в противоположных направлениях. Поскольку для наклонного падения период неровностей, эффективно преобразующих объемные волны в поверхностную, не совпадает с длиной этой поверхностной волны, то резонансные квадратичные эффекты, отмеченные в работах [8, 9], отсутствуют и расчет генерации можно произвести в линейном приближении по амплитуде неровностей. Ниже этот расчет выполнен на основе модифицированной теории возмущений, учитывающей эффект многократного рассеяния.

Сформулируем задачу о преобразовании волн. Пусть граница твердое тело — вакуум описывается уравнениями $z=0$ при $|x|>L$ и $z=\zeta(x)$ при $|x|<L$, где $\zeta(x)$ — периодическая функция координаты x, $|p\zeta|\ll 1$, $|d\zeta/dx|\ll 1$, p — волновое число рэлеевской волны при частоте ω, ось z направлена в вакуум. Из твердой среды на неровную границу падают плоские гармонические продольная и поперечная волны с потенциалами

$$\varphi_{\text{пад}}=A\exp\left[i(\xi x+\mu z)\right],\qquad \psi_{\text{пад}}=B\exp\left[i(\xi x+\nu z)\right], \tag{1}$$

где $\xi>0$, $\mu=\sqrt{k^2-\xi^2}$, $\nu=\sqrt{\varkappa^2-\xi^2}$, k и $\varkappa$ — волновые числа продольной и поперечной волн, A и B — амплитуды этих волн. Мы выберем неровности с периодом, равным $2\pi/(p+\xi)$. Согласно соотношению Брэгга, при падающем поле (1) эти периодические неровности создают интенсивную поверхностную рэлеевскую волну, бегущую в отрицательном направлении оси x, и не создают рассеянных спектров, уносящих звуковую энергию от границы. Требуется рассчитать коэффициенты преобразования продоль-

ной и поперечной объемных волн в поверхностную и исследовать зависимость этих коэффициентов от угла падения объемных волн и длины неровного участка.

Решение задачи получим на основе усовершенствованной теории возмущений [10], учитывающей эффект многократного рассеяния. Разделим неровный участок $(-L, L)$ на элементарные участки ΔX, малые по сравнению с длиной волны Рэлея, и рассчитаем преобразование объемных волн в поверхностную в отдельности на каждом из них. На данном элементарном участке влияние неровностей на звуковое поле заменим действием сторонних источников сил, распределенных по плоскости $z=0$, и вычислим поверхностную рэлеевскую волну, создаваемую этими источниками, при учете ее затухания из-за рассеяния на неровностях при распространении от источников до точки наблюдения. Сложив поверхностные волны от всех элементарных участков, мы получим рассеянную поверхностную волну, возникающую на неровной границе твердого тела при падении на нее объемных волн.

В соответствии с изложенной схемой влияние малых неровностей, имеющихся на данном участке ΔX, заменим действием сторонних источников нормальной и тангенциальной сил: $f_n(X)\Delta X$ и $f_\tau(X)\Delta X$. В первом приближении по высоте и наклону неровностей при падающем поле (1) мы получим следующие выражения для плотностей источников сил:

$$f_n(X)=\frac{i2\omega\rho}{\varkappa^2 U}[AR_1+BS_1]\zeta(X)\exp(i\xi X),$$

$$f_\tau(X)=\frac{i2\omega\rho}{\varkappa^2 U}\left\{[AR_2+BS_2]\zeta(X)+[AR_3+BS_3]\frac{d\zeta}{dX}\right\}\exp(i\xi X), \tag{2}$$

где

$$R_1=i\varkappa^4\mu(\nu^2-\xi^2),\quad R_2=i2\xi\mu\nu[(\nu^2-\xi^2)^2+4\xi^2\mu^2],$$
$$R_3=-8\xi^2\mu\nu(\varkappa^2-k^2),\quad S_1=i2\varkappa^4\xi\mu\nu,\quad S_2=-i\nu(\nu^2-\xi^2)[\varkappa^4-$$
$$-4\xi^2(\varkappa^2-k^2)],\quad S_3=4\xi\nu(\varkappa^2-k^2)(\nu^2-\xi^2),\quad U=[(\nu^2-\xi^2)^2+$$
$$+4\xi^2\mu\nu],\quad \rho - \text{плотность твердого тела.}$$

Скалярный потенциал $\Delta\varphi$ поверхностной рэлеевской волны, создаваемой сторонними источниками сил $f_n(X)\Delta X$ и $f_\tau(X)\Delta X$, при учете ее затухания из-за рассеяния на неровностях получим по формуле

$$\Delta\varphi=-\frac{\varkappa^2\alpha\beta}{4\omega\rho pT}[(\beta^2+p^2)f_n(X)\pm i2p\beta f_\tau(X)]\times$$
$$\times\exp\{i[(p+i\delta)(L\mp X)+p(\pm x-L)]+\alpha z\}\Delta X, \tag{3}$$

где

$$T=\{4p^4-3p^2(\varkappa^2+k^2)+2k^2\varkappa^2-2\alpha\beta(2p^2-\varkappa^2)\},$$

$\alpha=\sqrt{p^2-k^2}$, $\beta=\sqrt{p^2-\varkappa^2}$, δ — коэффициент затухания рэлеевской волны из-за рассеяния на неровностях [11]. В формуле (3) верхний и нижний знаки выбираются соответственно при $x>L$ и при $x<-L$. Амплитуда векторного потенциала поверхностной волны отличается от амплитуды ее скалярного потенциала лишь множителем $\pm i2p\alpha/(\beta^2+p^2)$, и поэтому мы не приводим его выражение.

Сложив поверхностные волны (3) от всех элементарных участков, мы получим поверхностную волну, возникающую на неровной границе твердого тела при падении на нее объемных волн (1). Ее скалярный потенциал будет

$$\varphi=-\frac{i\alpha\beta}{2pTU}\int_{-L}^{L}\left\{(\beta^2+p^2)(AR_1+BS_1)\zeta(X)\pm\right.$$
$$\left.\pm i2p\beta\left[(AR_2+BS_2)\zeta(X)+(AR_3+BS_3)\frac{d\zeta}{dX}\right]\right\}\times$$
$$\times\exp\{i[\xi\mp(p+i\delta)]X\}dX\exp(\pm ipx+\alpha z-\delta L). \tag{4}$$

Слева от неровного участка $(-L, L)$ элементарные волны от площадок с длинами, равными периоду неровностей, складываются синфазно, и поэтому при большой длине L возникает интенсивная поверхностная волна. Справа от неровного участка волны от разных площадок гасят друг друга и результирующая поверхностная волна обусловлена краевым эффектом; ее амплитуда мала (порядка отношения высоты неровностей к длине поверхностной волны) и осциллирует с возрастанием L.

При $(p+\xi)L \gg 1$ основной вклад в поверхностную волну слева от неровного участка дает пространственная гармоника с волновым числом, равным $(p+\xi)$. Задав эту гармонику в виде $a\cos[(p+\xi)x]$ и выполнив интегрирование в формуле (4), мы получим выражение

$$\varphi = \frac{\alpha\beta D}{2pTU}\{\mu\tau A + \nu\sigma B\}\exp(-ipx+\alpha z), \quad z<-L, \tag{5}$$

где

$$\tau = \{\varkappa^4(\beta^2+p^2)(\nu^2-\xi^2) - i4\xi\nu p\beta[4\xi p(\varkappa^2-k^2)+\varkappa^4]\}, \tag{6}$$

$$\sigma = 2\{\varkappa^4(\beta^2+p^2)\xi\mu + ip\beta(\nu^2-\xi^2)[4\xi p(\varkappa^2-k^2)+\varkappa^4]\}, \tag{7}$$

$$D = (a/\delta)\,\mathrm{sh}\,(\delta L)\exp(-\delta L). \tag{8}$$

Коэффициент затухания δ определяется по формуле

$$\delta = (\alpha a^2/64p^3T|U|^2)\,\mathrm{Re}\,\{\mu|\tau|^2+\nu|\sigma|^2\}. \tag{9}$$

Исследуем амплитуду генерируемой поверхностной волны слева от неровного участка в зависимости от его длины. С этой целью получим приближенные формулы для коэффициента D при слабом $(\delta L \ll 1)$ и при сильном $(\delta L \gg 1)$ затуханиях этой волны на длине L. При $\delta L \ll 1$ имеем $D \approx aL$, поэтому амплитуда волны растет с увеличением длины L.

При $\delta L \gg 1$ получим $D \approx a/2\delta$, и амплитуда волны не будет зависеть от L; наступило «насыщение». Поскольку $\delta \sim a^2$, то при «насыщении» амплитуда поверхностной волны увеличивается при уменьшении высоты неровностей: $D \sim 1/a$.

Рассчитаем коэффициенты преобразования продольной и поперечной объемных волн в поверхностную. Пусть на неровную границу падает продольная волна $(A \neq 0,\ B=0)$. Поток энергии в этой волне через участок $(-L, L)$ границы равен:

$$Q_{\text{пад}} = \omega\rho\mu|A|^2L.$$

Поток энергии в генерируемой поверхностной волне (5) будет

$$Q = (\omega\rho/4p\alpha\beta^2)T|N|^2,$$

где N — амплитуда этой волны, равная $\alpha\beta\mu\tau DA/2pTU$.

Коэффициент преобразования продольной объемной волны в поверхностную получим по формуле

$$\eta^{(\parallel)} = \frac{Q}{Q_{\text{пад}}} = \frac{\alpha\mu|\tau|^2}{16p^3T|U|^2}\frac{D^2}{L}.$$

Пользуясь соотношениями (8) и (9), эту формулу можно преобразовать к виду

$$\eta^{(\parallel)} = \frac{4\mu|\tau|^2}{\{\mu|\tau|^2+\nu|\sigma|^2\}}\frac{\mathrm{sh}^2(\delta L)}{(\delta L)}\exp(-2\delta L).$$

Зависимость коэффициента преобразования от длины $2L$ неровного участка характеризуется множителем

$$\exp(-2\delta L)\,\mathrm{sh}^2(\delta L)/(\delta L).$$

Этот множитель принимает максимальное значение, равное 0,2, при $2L = 1{,}2/\delta$. При этой длине неровного участка коэффициент преобразования будет оптимальным:

$$\eta_0^{(\parallel)} = 0{,}8\mu|\tau|^2/\{\mu|\tau|^2+\nu|\sigma|^2\}.$$

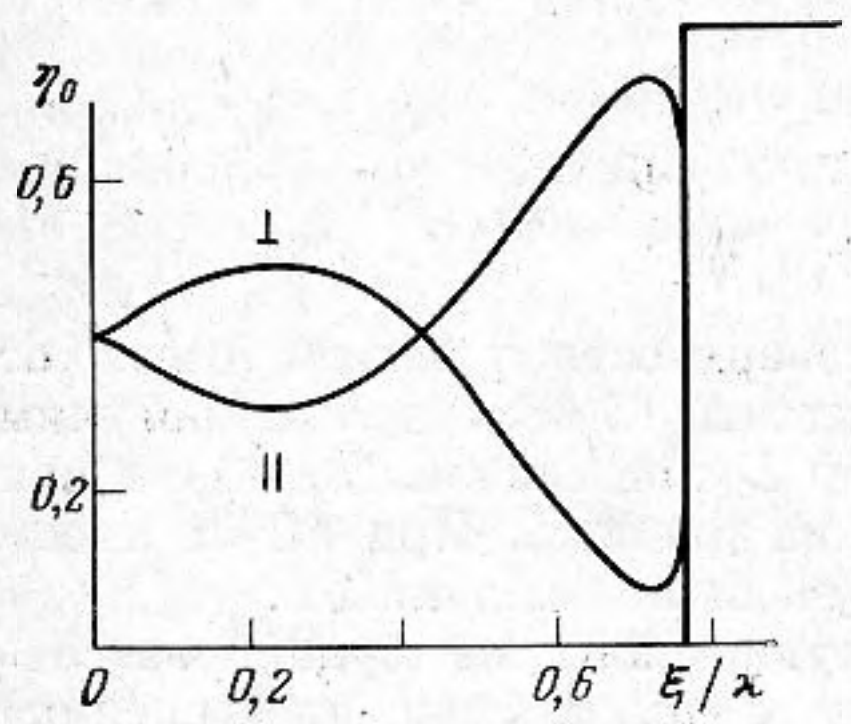
Аналогичным способом можно рассчитать коэффициент преобразования поперечной объемной волны ($A=0$, $B\neq 0$) в поверхностную. Этот коэффициент определяется по формуле

$$\eta^{(\perp)}=\frac{4\nu|\sigma|^2}{\mathrm{Re}\{\mu|\tau|^2+\nu|\sigma|^2\}}\frac{\mathrm{sh}^2(\delta L)}{(\delta L)}\exp(-2\delta L).$$

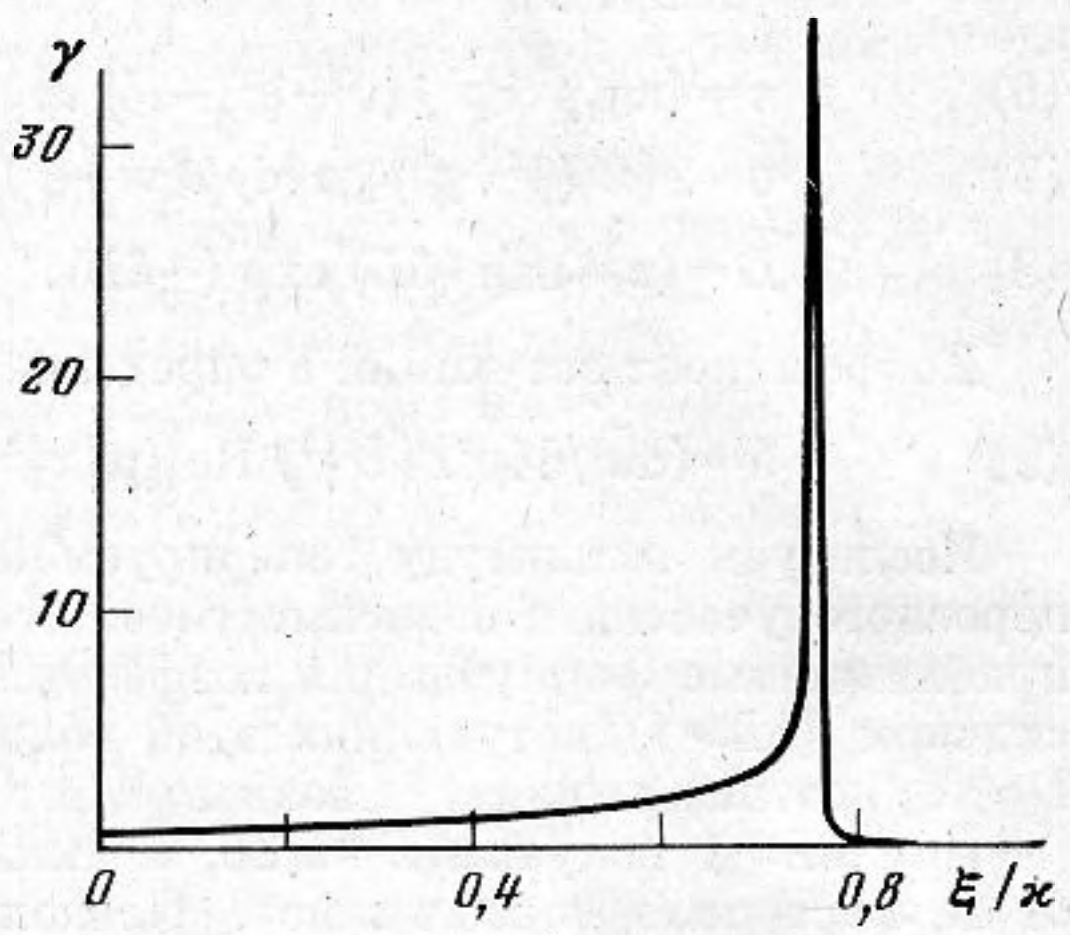
При длине неровного участка, равной $1{,}2/\delta$, он будет оптимальным:

$$\eta_0^{(\perp)}=\frac{0{,}8\nu|\sigma|^2}{\mathrm{Re}\{\mu|\tau|^2+\nu|\sigma|^2\}}. \tag{11}$$

Согласно формуле (11), в интервале $k<\xi<\varkappa$ оптимальный коэффициент преобразования поперечной объемной волны в поверхностную равен 0,8. Отметим, что в этом интервале изменения ξ коэффициент затуха-



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Зависимость оптимальных коэффициентов преобразования продольной (∥) и поперечной (⊥) объемных волн от величины $\xi/\varkappa$

Фиг. 2. Зависимость коэффициента затухания рэлеевской волны от величины $\xi/\varkappa$

ния δ весьма мал [11], поэтому для оптимального преобразования требуется очень длинный неровный участок.

Исследуем эффективность преобразования волн на неровной границе в зависимости от угла падения объемной волны. С этой целью рассчитаем коэффициенты $\eta_0^{(\parallel)}$, $\eta_0^{(\perp)}$ и δ для стали ($\omega/k=5\cdot 10^3$ м/с, $\omega/\varkappa=3{,}84\cdot 10^3$ м/с).

Расчет выполним соответственно по формулам (10), (11) и (9), где величины τ и σ определяются по формулам (6) и (7).

На фиг. 1 даны зависимости оптимальных коэффициентов преобразования от величины $\xi/\varkappa$, характеризующей наклон падающей волны. Из графиков следует, что положения минимума и максимума коэффициента $\eta^{(\parallel)}$ совпадают соответственно с положениями максимума и минимума коэффициента $\eta_0^{(\perp)}$.

На фиг. 2 приведен график нормированного коэффициента затухания поверхностной рэлеевской волны, распространяющейся вдоль неровной границы $z=a\cos[(p+\xi)x]$. По оси ординат отложена величина $\gamma=4\delta/\varkappa(\varkappa a)^2$, по оси абсцисс — величина $\xi/\varkappa$. Длину неровного участка, необходимого для оптимального преобразования объемной волны в поверхностную, получим по формуле

$$2L=1{,}2/\delta=0{,}76\lambda_t/(\varkappa a)^2\gamma,$$

где $\lambda_t=2\pi/\varkappa$.

Например, для неровностей с амплитудой, равной $0{,}024\lambda_t$ ($\varkappa a=0{,}15$), эта длина будет $38\cdot\lambda_t$ при $\xi/\varkappa=0{,}23$ и $280\cdot\lambda_t$ при $\xi/\varkappa=0{,}8$.

Подчеркнем, что полученные результаты неприменимы в интервале $0 \leqslant \xi/\varkappa \leqslant (\varkappa a)^2$, т. е. при нормальном падении объемных волн и близком к нему, из-за неучета резонансных квадратичных эффектов [8, 9].

Аналогичным способом можно рассчитать коэффициенты преобразования объемных волн в поверхностную для периодических неровностей с периодом, равным $2\pi/(p-\xi)$. При падающем поле (1) эти неровности создают интенсивную рэлеевскую волну, бегущую в положительном направлении оси x. Поскольку пространственные гармоники с волновыми числами, кратными $(p-\xi)$, могут создавать спектры, уносящие звуковую энергию от границы, то в отличие от предыдущего случая здесь коэффициент затухания δ и, следовательно, коэффициенты преобразования $\eta^{(\parallel)}$ и $\eta^{(\perp)}$ зависят от формы периодических неровностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Sato Ryosuke.* On rayleigh waves generated at rough surfaces.– J. Seismol. Soc. Japan, 1956, v. 8, № 3, p. 121–137.
2. *Humphryes R. F., Ash E. A.* Acoustic bulk-surface-wave transducer.– Electronics Letters, 1969, v. 5, № 9, p. 175–176.
3. *Humphryes R. F., Mason I. M., Hudson J. A., Khembhavi V. K.* Acoustic bulk wave to surface acoustic wave mode conversion at a periodic grating.– Eur. Microwave Conf. Proc. Brussels, 1973, c. 9, 2.
4. *Yamanishi M., Ameda M., Kawamura T., Mikoshiba N., Tsubouchi K.* Generation of 880 MHz surface acoustic wave by transduction from bulk wave using corrugation grating on GaAs.– Electronics Letters, 1976, v. 12, № 3, p. 317–318.
5. *Ахромеева И. Д., Крылов В. В.* Преобразование волн Рэлея в объемные на локальных дефектах поверхности.– Акуст. ж., 1977, т. 23, № 4, с. 510–516.
6. *Лапин А. Д.* Трансформация объемных волн в поверхностную на неровной границе твердого тела.– В кн.: IX Всес. акуст. конф., М., 1977; сер. А, с. 67–69.
7. *Лапин А. Д.* Преобразование объемных волн в поверхностную периодическими неровностями на границе твердого тела.– Акуст. ж., 1978, т. 24, № 5, с. 703–707.
8. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Затухание поверхностной акустической волны Рэлея при распространении вдоль периодически возмущенной границы упругого тела.– Физ. тв. тела, 1979, т. 21, № 11, с. 3479–3482.
9. *Гуляев Ю. В., Плесский В. П.* Взаимное преобразование объемных и поверхностных акустических волн на периодически возмущенном участке поверхности упругого тела (обзор).– Радиотехника и электроника, 1980, т. 25, № 8, с. 1569–1587.
10. *Урусовский И. А.* О принципе локальности в теории рассеяния волн на неровных поверхностях.– В кн.: VI Всес. акуст. конф. М., 1968, А′у 9.
11. *Бреховских Л. М.* О распространении поверхностных рэлеевских волн вдоль неровной границы упругого тела.– Акуст. ж., 1959, т. 5, № 3, с. 282–289.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
10.III.1981